Из равенства (15) получаем связь между θ_0 и φ_0:

$$\cos\theta_0 = \frac{\cos\varphi_0}{\sqrt{1-\beta^2\sin^2\varphi_0}}. \quad (16)$$

Это же выражение можно более просто записать так:

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \gamma \operatorname{tg}\theta_0. \quad (17)$$

Случайно выражение (17), связывающее θ_0 и φ_0, и полученное из условия равенства потоков, совпадает с соотношением между углами, которые образует с направлением относительного движения жесткий стержень в собственной системе покоя и в движущейся системе. Это позволяет очень простым путем получить поле движущегося заряда. Пусть каждая линия представляет поток определенной величины; представим себе, что линии в системе покоя заряда — это жесткие стержни, торчащие наружу во всех направлениях. В движущейся системе каждый стержень представляет поток той же величины, а стержни видны теперь под большими углами, так что пучок стержней выглядит, как на рис. 5.13.

От нашего до сих пор необоснованного предположения, что «известия распространяются с максимально возможной скоростью», зависит только ширина переходной области на рис. 5.17. Связь, выраженная формулой (17), должна остаться справедливой, если вообще вблизи покоящегося теперь заряда существует какая-либо область, внутри которой история заряда до $t=0$ перестает иметь значение. Поэтому в силовых линиях, соединяющих ближнее поле с дальним, должна существовать поперечная компонента.

Силовые линии на рис. 5.16 и 5.17 были соединены так, чтобы удовлетворить формуле (17). В результате в переходной области появилось довольно сильное поле, основная часть которого перпендикулярна в этой области к радиусу-вектору, проведенному из начала координат. Имея в виду, что с течением времени эта конфигурация поля расширяется со скоростью c, мы видим здесь что-то очень похожее на распространяющуюся волну поперечного электрического поля — поперечного к направлению распространения.

К этому выводу мы пришли, во-первых, от постулатов теории относительности и, во-вторых, от опытного факта, заключающегося в том, что электрический заряд релятивистски инвариантен. В дальнейшем мы сможем использовать эти идеи для понимания природы излучения ускоряемого заряда. Но сначала вернемся к равномерно движущемуся заряду, поле которого содержит еще много неожиданностей.

5.8. Сила, действующая на движущийся заряд

Выражение (12) дает силу, которую испытывает неподвижный заряд в поле другого заряда, движущегося с постоянной скоростью. Зададим теперь другой вопрос: чему равна сила, действующая на заряд, который движется в поле других зарядов? Начнем со случая заряда, движущегося через поле, создаваемое неподвижными зарядами. Это может быть электрон, проходящий между заряженными пластинами осциллографа, или же альфа-частица, движущаяся в кулоновском поле атомного ядра. В любом случае источники поля неподвижны в некоторой системе отсчета, которую мы будем называть «лабораторной» системой. В некоторой точке и в некоторый момент времени в лабораторной системе мы наблюдаем частицу с зарядом q, которая движется в электромагнитном поле со скоростью $\mathbf{v}$. *Какова сила, действующая на* q?

Сила — это только наименование для скорости изменения импульса, так что на самом деле мы спрашиваем, какова в этой точке и в этот момент скорость изменения импульса частицы, $d\mathbf{p}/dt$, измеренная в нашей лабораторной системе отсчета. (Это все, что скрывается под понятием силы, действующей на движущуюся частицу.) Ответ неявно содержится в том, что мы уже изучили. Перейдем в систему координат F', в данный момент движущуюся вместе с частицей. В этой «системе покоя частицы» последняя будет неподвижна, по крайней мере на мгновение, но теперь движутся другие заряды. Эта ситуация нам знакома. Сила, действующая на неподвижный заряд, равна $\mathbf{E}'q$, где $\mathbf{E}'$ — электрическое поле, которое наблюдается в системе отсчета F'. Мы знаем также, как найти $\mathbf{E}'$, если известно $\mathbf{E}$,— это правило дается выражением (7). Таким образом, зная $\mathbf{E}$, мы можем найти скорость изменения импульса частицы, наблюдаемую в F'. Остается только преобразовать эту величину обратно в F. Поэтому центральным пунктом в нашей задаче является вопрос: как преобразуется сила или скорость изменения импульса при переходе от одной инерциальной системы к другой?

Этот вопрос был рассмотрен в т. I, гл. 12. Однако, вместо того чтобы обратиться к соответствующим формулам из т. I, мы дадим обзор тех действий, которые привели к этим формулам. Это поможет нам ясно понять, что здесь происходит. Рассмотрим произвольную инерциальную систему отсчета F', движущуюся с точки зрения наблюдателя из другой системы F со скоростью v вдоль положительного направления оси x. Пусть в системе F' частица с массой покоя m движется вдоль положительного направления оси x' со скоростью v'. Будем обозначать через p_x x-компоненту импульса (измеренного в F), а через p'_x соответственно x'-компоненту импульса (измеренного в F'). Чтобы найти соотношение между p_x и p'_x, заметим, что

$$p'_x = \frac{mv'}{\sqrt{1-v'^2/c^2}} = mc\beta'\gamma'. \tag{18}$$

Здесь мы использовали знакомые обозначения:

$$\beta' = v'/c' \quad \text{и} \quad \gamma' = 1/\sqrt{1-\beta'^2}.$$

С другой стороны, в системе отсчета F скорость частицы равна $(v+v')/(1+vv'/c^2)$, что можно записать в виде $c(\beta+\beta')/(1+\beta\beta')$, так что

$$p_x=\frac{mc(\beta+\beta')}{(1+\beta\beta')\left[1-\left(\frac{\beta+\beta'}{1+\beta\beta'}\right)^2\right]^{1/2}}=\frac{mc(\beta+\beta')}{[(1-\beta^2)(1-\beta'^2)]^{1/2}}=mc\gamma\gamma'(\beta+\beta'). \tag{19}$$

Сравнивая (18) с (19), находим связь между p_x и p_x':

$$p_x=\gamma(p_x'+\beta\gamma' mc). \tag{20}$$

Замечаем, что во втором слагаемом $\beta\gamma' mc$ множитель $\gamma' mc$ равен $\gamma' mc^2/c=E'/c$, где E' (не путать с электрическим полем, к которому мы временно потеряли интерес) есть полная энергия частицы в системе F', т. е. энергия покоя плюс кинетическая энергия. Перепишем (20) следующим образом: $p_x=\gamma(p_x'+\beta E'/c)$ — и остановимся, чтобы сравнить это с преобразованием Лоренца для координаты x в том же примере: $x=\gamma(x'+\beta ct')$. Аналогия между этими уравнениями напоминает нам, что в преобразовании Лоренца четыре величины: p_x, p_y, p_z и E/c — ведут себя точно так же, как четыре пространственно-временные координаты x, y, z и ct. Действительно, если бы вы твердо усвоили этот факт, то могли бы сразу написать преобразование (20) и имели бы право считать наше небольшое отступление пустой тратой времени. Используем этот факт для нахождения связи между поперечными компонентами импульса. Поскольку преобразование Лоренца дает $y=y'$, если относительная скорость направлена по x, мы должны ожидать, что

$$p_y=p_y'. \tag{21}$$

Связь между t и t' выражается знакомой формулой:

$$t=\gamma\left(t'+\frac{\beta x'}{c}\right). \tag{22}$$

Нас интересует связь между dp_x/dt и dp_x'/dt'. Дифференцируя (22), получаем

$$dt=\gamma\,dt'+\gamma\frac{\beta}{c}\left(\frac{dx'}{dt'}\right)dt'=\gamma\,dt'(1+\beta\beta'), \tag{23}$$

поскольку dx'/dt' просто равно v', выражение (21) дает

$$dp_y=dp_y', \tag{24}$$

а дифференцируя выражение (20), мы получаем

$$dp_x=\gamma\,dp_x'+\gamma\beta mc\left(\frac{d\gamma'}{dp_x'}\right)dp_x'. \tag{25}$$

Множитель $mc\,(d\gamma'/dp_x')$ в последнем выражении можно получить, дифференцируя выражение (18):

$$p_x'=mc\gamma'\beta'=mc\sqrt{\gamma'^2-1}, \tag{26}$$

$$\frac{dp_x'}{d\gamma'}=\frac{mc\gamma'}{\sqrt{\gamma'^2-1}}=\frac{mc}{\beta'}. \tag{27}$$

Теперь $\frac{d\gamma'}{dp'_x} = \frac{1}{(dp'_x/d\gamma')} = \frac{\beta'}{mc}$ и, подставляя это соотношение в (25), получаем

$$dp_x = \gamma\, dp'_x (1 + \beta\beta'). \tag{28}$$

Сравнивая (23) и (28), мы видим, что

$$\frac{dp_x}{dt} = \frac{dp'_x}{dt'}, \tag{29}$$

и это справедливо независимо от величины v', поскольку множитель $(1+\beta\beta')$ появляется в обоих уравнениях. В действительности нас будут интересовать только такие ситуации, когда v' очень мало, т. е. случай, когда частица почти покоится в системе F'. При этом членом $\beta\beta'$ можно пренебречь и, сравнивая (23) и (24), мы найдем для изменения поперечного импульса

$$\frac{dp_y}{dt} = \frac{1}{\gamma} \frac{dp'_y}{dt'}. \tag{30}$$

Подведем итог этим важным результатам. F' — инерциальная система отсчета, в которой в данный момент частица покоится или очень медленно движется. F — другая инерциальная система, по отношению к которой F' может двигаться произвольно быстро. Обозначая индексами $\parallel$ и $\perp$ параллельную и перпендикулярную к относительной скорости F' и F компоненты импульса, мы можем утверждать, что

$$\boxed{\frac{dp_\parallel}{dt} = \frac{dp'_\parallel}{dt'}, \quad \frac{dp_\perp}{dt} = \frac{1}{\gamma} \frac{dp'_\perp}{dt'}.} \tag{31}$$

Получив закон преобразования сил (31) и закон преобразования электрического поля (7), мы возвращаемся теперь к нашей частице, движущейся в поле $\mathbf{E}$, и открываем удивительно простой факт. Сперва рассмотрим $E_\parallel$, компоненту $\mathbf{E}$, параллельную мгновенному направлению движения нашей заряженной частицы. Перейдем в систему отсчета F', движущуюся в этот момент вместе с частицей. В этой системе продольное электрическое поле равно $E'_\parallel$ и, согласно (7), $E'_\parallel = E_\parallel$. Поэтому сила $dp'_\parallel/dt'$ равна

$$\frac{dp'_\parallel}{dt'} = qE'_\parallel = qE_\parallel. \tag{32}$$

Вернемся обратно в систему F; наблюдатель измеряет продольную силу, т. е. скорость изменения продольной компоненты импульса, $dp_\parallel/dt$. Согласно (31), $dp_\parallel/dt = dp'_\parallel/dt'$, поэтому он находит, что в системе F продольная компонента силы равна

$$\frac{dp_\parallel}{dt} = \frac{dp'_\parallel}{dt'} = qE_\parallel. \tag{33}$$

Частица в F', конечно, не остается в покое с течением времени. Она будет ускоряться полем $\mathbf{E}'$, и скорость частицы $\mathbf{v}'$ в инерциальной системе F' будет постепенно возрастать. Однако, поскольку мы имеем дело с мгновенным ускорением, играют роль только бесконечно малые приращения скорости $\mathbf{v}'$, и ограничение, наложенное на выражение (31), строго выполняется. Для $E_\perp$, поперечной компоненты в F, закон преобразования таков: $E'_\perp = \gamma E_\perp$, так что $(dp'_\perp/dt') = qE'_\perp = q\gamma E_\perp$. Но после обратного преобразования силы к системе отсчета F мы имеем $(dp_\perp/dt) = (1/\gamma) \times (dp'_\perp/dt')$. Так что, в конце концов, γ выпадает:

$$\frac{dp_\perp}{dt} = \frac{1}{\gamma}(\gamma E_\perp q) = qE_\perp. \qquad (34)$$

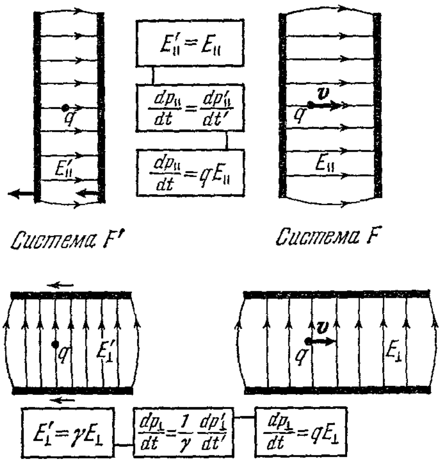

Рис. 5.19. В системе, где заряды, создающие поле $\mathbf{E}$, неподвижны, сила, действующая на движущийся с любой скоростью заряд q, равна просто $q\mathbf{E}$.

Смысл уравнений (33) и (34) очень прост: сила, действующая на заряженную частицу во время ее движения в F, равна электрическому полю $\mathbf{E}$, помноженному на q, в этой системе отсчета, совершенно независимо от скорости частицы. Рис. 5.19 напоминает нам об этом результате и о способе, которым он был получен.

Этот результат мы уже использовали раньше, когда говорили, что вклад электрического поля в силу, действующую на движущийся заряд, равен $q\mathbf{E}$. Это так знакомо и так просто, что может считаться очевидным и вам может казаться, что мы зря тратили время на доказательство. Теперь мы могли бы принять это как экспериментальный факт, доказанный в широчайших пределах, до скоростей, настолько близких к скорости света (в случае электронов), что фактор γ равен 10^4. Последнее обстоятельство есть наиболее замечательная особенность этого закона, который является прямым следствием инвариантности заряда.

5.9. Взаимодействие между движущимся зарядом и другими движущимися зарядами

Мы знаем, что на движущийся заряд может действовать сила, зависящая от скорости. Она связана с *магнитным полем*, которое создается электрическими токами, т. е. другими движущимися зарядами. Опыт Эрстеда показал, что электрические токи могут действовать на магниты, однако природа магнита в то время была совершенно таинственной. Ампер и другие вскоре открыли взаимодействие