

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

6.1. Определение магнитного поля

Заряд, движущийся параллельно току других зарядов, испытывает силу, перпендикулярную к его скорости. Это вытекает из анализа ситуации, показанной на рис. 5.20. Мы видим действие этой силы, наблюдая за отклонением электронного пучка текущим поблизости током (см. рис. 5.3). Теперь покажем, что произойдет, если наш пробный заряд будет двигаться в некотором другом направлении. Вы уже знаете, что около провода с током существует магнитное поле и что на заряд, движущийся в этом поле, действует сила. Подобно тому как вектор электрического поля \mathbf{E} мы определили силой, действующей на единичный пробный неподвижный заряд, мы можем теперь определить новое, магнитное, поле той частью силы, действующей на движущийся пробный заряд, которая пропорциональна скорости.

Чтобы выразить это более точно, предположим, что в данной точке пространства и в данный момент времени в некоторой системе координат опыт показал, что сила, действующая на пробный заряд q , движущийся с постоянной скоростью \mathbf{v} , равна

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad (1)$$

где \mathbf{E} и \mathbf{B} — векторы, не зависящие от \mathbf{v} . Если это справедливо, то мы считаем формулу (1) определением электрического и магнитного полей в этой точке пространства.

Чтобы полностью подтвердить это определение, мы должны показать с помощью опыта, или другим путем, что такое соотношение справедливо во всех случаях. Мы не выполнили этой задачи, но показали, что в некоторых важных и поучительных случаях это соотношение выполняется. В разделе 5.8 мы доказали, что сила, действующая на пробный заряд, совершенно не зависит от его ско-

рости, если остальные заряды неподвижны. Это значит, что уравнение (1) справедливо всюду при $\mathbf{V}=0$.

Приведенные в конце гл. 5 рассуждения показывают, что на частицу, движущуюся параллельно постоянному потоку зарядов в проводе, действует сила, пропорциональная ее скорости и перпендикулярная к ней, как этого требует векторное произведение в уравнении (1). Более того, мы можем точно указать, каким должен быть вектор \mathbf{V} магнитного поля, чтобы он совпадал с нашими наблюдениями и с симметрией системы. Это должен быть вектор, перпендикулярный к плоскости рисунка, т. е. перпендикулярный как к проводу, так и к скорости v пробного заряда. Для того чтобы сделать уравнения (5.45) и (1) совместными, величина \mathbf{V} должна быть равна

$$B = \frac{2I}{rc}. \quad (2)$$

Мы вывели формулу для магнитного поля прямого тока, исследуя только электрическое поле движущихся зарядов. Наш вывод несовершенен лишь в некоторых малосущественных пунктах. Мы должны показать, что сила, зависящая от скорости и имеющая ту же величину и соответствующее направление, возникает также и при движении пробного заряда в радиальном направлении к проводу или от него.

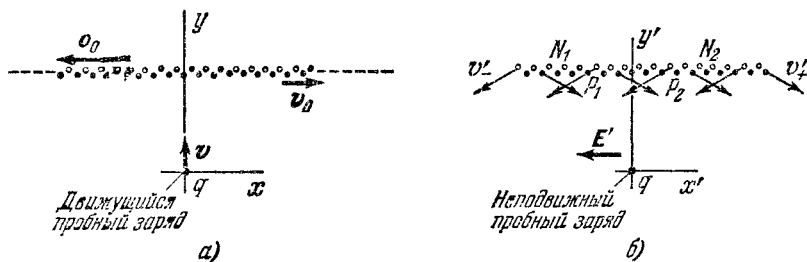


Рис. 6.1. а) Пробный заряд в лабораторной системе координат движется под прямым углом к линии зарядов. б) В системе координат, связанной с частицей, линия зарядов движется по направлению к пробному заряду. Светлые кружки — отрицательные заряды, черные кружки — положительные заряды.

Это можно сделать тем же способом, однако математические выкладки окажутся утомительными, если мы попытаемся провести их достаточно строго. Нам интересна не математика преобразований координат, а причина существования силы. Мы можем понять эту причину, не делая никаких вычислений.

На рис. 6.1, а мы изобразили лабораторную систему координат с пробной частицей, движущейся к проводу. Мы видим, что в системе, связанной с частицей (рис. 6.1, б), где пробный заряд неподвижен, весь ряд положительных и отрицательных зарядов движется вниз по направлению к пробному заряду, в то время как отдельные заряды движутся под углом: положительные вниз направо, отрицательные вниз налево. Это напоминает походные маневры школь-

ного отряда. Мы и а д е е м с я обнаружить в этой системе координат электрическое поле \mathbf{E} , направленное влево *). Однако все происходит совершенно симметрично. Как же может возникнуть такое поле?

Рассмотрим в системе координат, связанной с частицей, один из положительных зарядов P_1 и симметрично расположенный положительный заряд P_2 . Если бы нам пришлось суммировать воздействия всех положительных зарядов, мы всегда могли бы сгруппировать их в такие симметричные пары — одну с правой стороны направления скорости, другую с левой. Электрические поля этих

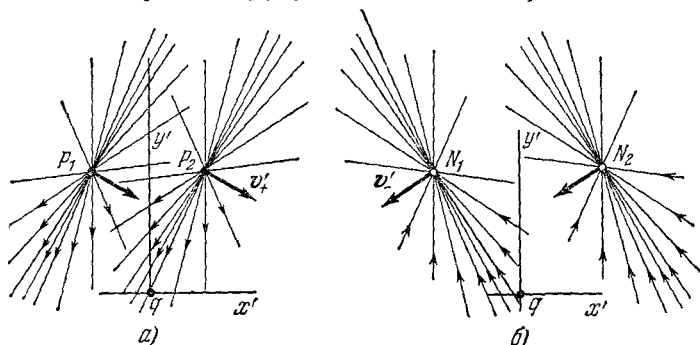


Рис. 6.2. Показано появление силы в системе координат, связанной с частицей, изображенной на рис. 6.1, б. Электрические поля двух симметрично расположенных положительных зарядов (а) и двух симметрично расположенных отрицательных зарядов (б).

двух зарядов показаны на рис. 6.2, а. Теперь ясно, почему их действие на q неодинаково. Релятивистское сокращение поля, описываемое множителем $[1 - \beta^2 \sin^2 \theta']^{-3/2}$ в уравнении (5.12) приводит к тому, что поле заряда P_2 около q оказывается сильнее поля заряда P_1 . Действие сферически симметричных полей в направлении x' взаимно уничтожалось бы. Вместо этого поле заряда P_2 начинает преобладать, что приводит к появлению направленной влево x' -компоненты поля.

Возьмем теперь два симметрично расположенных отрицательных заряда, N_1 и N_2 , как показано на рис. 6.2, б. В этом случае поле заряда N_1 преобладает и это также приводит к появлению компоненты электрического поля в отрицательном направлении x' . С другой стороны, очевидно, что y' -компоненты у полей положительных и отрицательных зарядов взаимно уничтожаются. У нас остается электрическое поле \mathbf{E}' и, следовательно, сила, параллельная проводу и действующая в отрицательном направлении оси x' .

Мы ясно видим теперь, что магнитное взаимодействие между движущимися зарядами является релятивистским эффектом. Это следовало уже из появления множителя vv_0/c^2 в уравнении (5.44). В мире движущихся электрических зарядов магнетизм исчез бы,

*) Мы ищем силу, которая покажется наблюдателю в лабораторной системе координат силой, перпендикулярной к скорости пробной частицы, потому что в первом случае (рис. 6.1, а) сила была перпендикулярна к направлению скорости и, как следует из вышесказанного, направлена влево от вектора скорости.

если бы скорость света c оказалась бесконечно большой. Поэтому кажется странным, что магнитные силы достаточно велики, чтобы вращать якоря моторов и поднимать тяжести. Мы упоминали ранее, что электростатические силы между крупными предметами, как правило, не бывают очень значительными. Почему же магнитные силы не оказываются намного меньшими? Объяснение кроется в почти полной электрической нейтральности больших масс вещества. Следующий пример послужит хорошей иллюстрацией сказанному. Вычислим силу, действующую между двумя параллельными проводами с током.

Так как в данном примере мы впервые встречаемся с магнитным полем внутри вещества, мы прервем изложение, чтобы обсудить это обстоятельство. Большинство металлов, включая медь (но не железо) и вообще большинство веществ не оказывают почти никакого влияния на магнитное поле. Можно считать, что поле \mathbf{B} в меди практически такое же, как если бы те же токи текли в вакууме. Мы вернемся к этим вопросам в гл. 10. Пока же мы не будем говорить о железе.

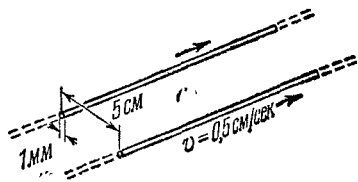


Рис. 6.3. Два провода, в которых средняя дрейфовая скорость электронов проводимости равна 0,5 см/сек.

Рассмотрим два медных провода диаметром 1 мм, находящихся на расстоянии 5 см друг от друга (рис. 6.3). В обоих проводах течет ток; предположим, что средняя скорость движения электронов проводимости в каждом проводе равна 0,5 см/сек. Как известно, это — средняя дрейфовая скорость, которая гораздо меньше скорости беспорядочного движения электронов. Если предположить, что на один атом меди приходится один электрон проводимости, то можно легко найти число электронов проводимости в проводнике длиной 1 см и диаметром 1 мм. Оно близко к $6 \cdot 10^{20}$. (Для этого вычисления нам нужно знать плотность меди, 8 г/см³; атомный вес меди 64 и число Авогадро.) Линейная плотность λ движущегося отрицательного заряда, таким образом, равна

$$\lambda = (6 \cdot 10^{20}) \times (4,8 \cdot 10^{-10}) = 3 \cdot 10^{11} \text{ ед. СГСЭ}_q/\text{см}. \quad (3)$$

Положительные заряды неподвижны. Произведение λ на дрейфовую скорость равно $(3 \cdot 10^{11}) \cdot 0,5 = 1,5 \cdot 10^{11}$ ед. СГСЭ_q/сек, что равно силе тока приблизительно 50 а.

Найдем теперь силу, действующую на электрон во втором проводе, расположенном на расстоянии 5 см от первого. Этот электрон движется с той же средней скоростью 0,5 см/сек, если во втором проводе течет такой же ток.

Используя уравнение (5.46), получим

$$F = \frac{2q\lambda v v_0}{rc^2} = \frac{2(4,8 \cdot 10^{-10} \text{ ед. СГСЭ}_q)(3 \cdot 10^{11} \text{ ед. СГСЭ}_q/\text{см})(0,5 \text{ см/сек})^2}{(5 \text{ см})(3 \cdot 10^{10} \text{ см/сек})^2} \approx 1,6 \cdot 10^{-20} \text{ дин}. \quad (4)$$

Такая сила действует на каждый электрон проводимости другого провода, поэтому полная сила, действующая на электроны в 1 см провода, равна $(6 \cdot 10^{20}) \times (1,6 \cdot 10^{-20})$, т. е. приблизительно 10 дин/см. Мы наблюдаем ее как силу, действующую на сам провод; любой импульс, сообщенный электронам, передается решетке, в которой они расположены. Что касается направления силы, то анализ ситуации, изображенной на рис. 5.20, показывает, что если одноименные заряды движутся параллельно друг другу, то силы магнитного взаимодействия притягивают проводники. Следовательно, наши медные провода с токами, идущими в одном и том же направлении, будут притягиваться друг к другу с силой, равной 10 дин на 1 см провода.

Это справедливо для любых параллельных прямых проводов, расположенных на таком же расстоянии друг от друга, при условии, что по ним течет тот же ток в 50 а.

10 дин — небольшая сила, но измерить ее легко. Сравним эту силу с электростатической силой, которая действовала бы между проводами с нескомпенсированным статическим зарядом в $3 \cdot 10^{11}$ ед. СГСЭ_г/см в каждом проводе. Электрическое поле линейного заряда с плотностью λ равно $2\lambda/r$ (уравнение (1.26)); сила, действующая на 1 см длины такого же линейного заряда, находящегося на расстоянии r см, равна $2\lambda^2/r$. Подставляя линейную плотность заряда, которую мы принимаем для электронов в проводе равной $3 \cdot 10^{11}$ ед. СГСЭ_г/см, мы получим силу в $(c/v)^2$ раз большую силы магнитного взаимодействия, равной 10 дин/см, что составляет $36 \cdot 10^{21}$ дин/см или почти $4 \cdot 10^{13}$ т/см.

Магнитные явления были бы сравнительно незаметными, если бы природа не создала двух сортов зарядов, способных уничтожить силу электростатического взаимодействия. Конечно, мир с единственным сортом заряда невообразимо отличался бы от нашего. В атомных явлениях, где во взаимодействии элементарных частиц участвует

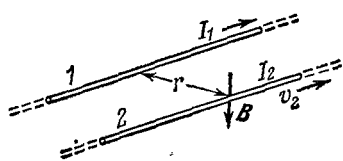


Рис. 6.4. Проводник 1 создает магнитное поле B около проводника 2. Сила, действующая на 1 см длины проводника 2, дана выражением (5).

полная кулоновская сила, магнитные эффекты действительно занимают второе место после электрических взаимодействий. Вообще говоря, они слабее как раз на тот множитель, которого мы могли бы ожидать, а именно на квадрат отношения скорости движения частицы к скорости света.

Магнитное взаимодействие между параллельными токами зависит только от произведения токов, а не от плотностей зарядов и скоростей их движения в отдельности. В вышеприведенном примере плотность заряда и скорость его движения были введены для сравнения электростатических и магнитных взаимодействий. Обычно мы имеем дело только с полным током в каждом проводе и механизм перемещения заряда (большое количество медленно движущихся или малое количество быстро движущихся зарядов) не имеет значения. Пусть в проводнике 1 на рис. 6.4 течет ток I_1 ед. СГСЭ_г/сек. Пред-

положим, что в проводнике 2 на расстоянии r заряд с линейной плотностью 1 ед. СГСЭ $_q/cm$ движется со скоростью v_2 . Мы знаем, что сила, действующая на единицу длины проводника 2, должна быть равна $2I_1\lambda v_2/rc^2$, т. е.

$$\text{Сила на сантиметр} = \frac{2I_1I_2}{rc^2}, \quad (5)$$

так как λv_2 — это ток I_2 во втором проводнике.

Сила, действующая на проводник с током I , который находится в магнитном поле \mathbf{B} , созданном другими токами, равна IB/c на 1 см проводника, если выразить ее через магнитное поле B . Эта сила перпендикулярна к проводнику и к магнитному полю, поэтому наше утверждение можно записать в векторной форме следующим образом:

$$\boxed{d\mathbf{F} = \frac{I}{c} d\mathbf{l} \times \mathbf{B}.} \quad (6)$$

В уравнении (6) $d\mathbf{F}$ — это сила, действующая на небольшой отрезок проводника длиной $d\mathbf{l}$, по которому течет постоянный ток I , измеренный в ед. СГСЭ $_q/сек$. Направление вектора $d\mathbf{l}$ совпадает с направлением тока положительных зарядов. Уравнение (6) следует непосредственно из нашего определения \mathbf{B} в уравнении (1) и из определения тока как движение заряда. Оно справедливо для проводника любой формы: мы должны только знать вектор \mathbf{B} магнитного поля в каждой точке пути. Заметьте, что уравнение (6) можно получить, вспомнив, что сила, действующая на элемент заряда dq , который движется со скоростью \mathbf{v} , равна $d\mathbf{F} = dq(\mathbf{v}/c) \times \mathbf{B}$. Так как $\mathbf{v} = d\mathbf{l}/dt$ и $dq = Idt$, выражение для $d\mathbf{F}$ превратится в следующее:

$$d\mathbf{F} = \frac{I dt}{c} \frac{d\mathbf{l}}{dt} \times \mathbf{B} = \frac{I d\mathbf{l}}{c} \times \mathbf{B}. \quad (7)$$

До сих пор мы измеряли I в единицах СГСЭ $_q/сек$. Единица силы тока в практической системе, ампер (a), равна $3 \cdot 10^9$ ед. СГСЭ $_q/сек$ *). Если сила тока, текущего в прямом проводе, выражена в амперах, то магнитное поле на расстоянии r см от провода равно

$$B(\text{гс}) = \frac{2}{10} \frac{I(a)}{r(\text{см})}. \quad (8)$$

Множитель $2/10$ точен, $1/10$ получается при делении $3 \cdot 10^9$ на c . Точно так же сила, действующая на проводник с током $I a$ в поле B гс, равна

$$d\mathbf{F}(\text{дин}) = \frac{1}{10} I(a) d\mathbf{l} \times \mathbf{B}(\text{см} \cdot \text{гс}). \quad (9)$$

*) Мы отмечали в гл. 1, что эти множители, связанные с числом 3, возникают от скорости света. Теперь мы видим, как они появляются. Точное число равно, конечно, 2,9979.

Единица измерения **B**, следующая из этих формул, если сила выражена в динах и расстояние в сантиметрах, называется *гауссом* (*гс*). Она давно применяется физиками и инженерами и, несмотря на существование других систем единиц, останется, очевидно, наиболее привычной единицей для величины магнитного поля. Величина магнитного поля Земли вблизи ее поверхности составляет примерно половину гаусса. Поле вблизи одного из проводов (см. рис. 6.3), возникающее от тока, текущего в другом проводе, равно приблизительно двум гауссам. Поле между полюсами большого электромагнита удобно измерять в тысячах гаусс (*кгс*). В обычном магните очень легко получить поле 10—20 *кгс*, а в сверхпроводящем промышленном магните от 60 до 80 *кгс*. Получение полей свыше 10^3 *гс* требует затраты особых усилий. В локальных областях на поверхности Солнца (солнечные пятна) магнитные поля имеют порядок сотен гаусс; известно несколько звезд, поля на поверхности которых больше одного килогаусса. В целом протяженные магнитные поля во Вселенной довольно слабы. Недавнее измерение (особый тип спектроскопических измерений) межзвездного магнитного поля в небольшом районе нашей Галактики дало величину около 10^{-5} *гс*. В масштабе Галактики поле такой силы нельзя считать несущественным. В действительности магнитное поле играет важную, иногда определяющую роль в динамике Галактики. Таким образом, один гаусс — величина, близкая к магнитному полю Земли, которое изучалось человеком в течение столетий, является теперь, грубо говоря, средним геометрическим между магнитными полями, играющими важную роль в космологии, и самыми сильными полями, полученными в лаборатории.

Следует добавить, что величина, которую мы определили как **B** и назвали величиной магнитного поля, в некоторых книгах называется магнитной индукцией.

6.2. Некоторые свойства магнитного поля

Магнитное поле, подобно электрическому, служит средством описания взаимодействий заряженных частиц друг с другом. Если мы говорим, что магнитное поле в точке (4,5; 3,2; 6,0) в 12 часов дня направлено по горизонтали параллельно отрицательной оси *y* и равно 5 *гс*, то мы этим определяем ускорение, которое испытывала бы движущаяся заряженная частица в этой пространственно-временной точке. Замечательно, что утверждение такого типа, дающее просто векторную величину **B**, полностью исчерпывает все, что нужно сказать. Зная этот вектор, можно однозначно определить зависящую от скорости часть силы, которая действует на заряженную частицу, движущуюся с любой скоростью. Это делает ненужным описание других заряженных частиц, являющихся источниками поля. Другими словами, если бы две совершенно разные системы подвижных зарядов создали в определенной точке одинаковые поля **E** и **B**, то поведение любой пробной частицы в этой точке было бы в точ-