

Единица измерения **B**, следующая из этих формул, если сила выражена в динах и расстояние в сантиметрах, называется *гауссом* (*гс*). Она давно применяется физиками и инженерами и, несмотря на существование других систем единиц, останется, очевидно, наиболее привычной единицей для величины магнитного поля. Величина магнитного поля Земли вблизи ее поверхности составляет примерно половину гаусса. Поле вблизи одного из проводов (см. рис. 6.3), возникающее от тока, текущего в другом проводе, равно приблизительно двум гауссам. Поле между полюсами большого электромагнита удобно измерять в тысячах гаусс (*кгс*). В обычном магните очень легко получить поле 10—20 *кгс*, а в сверхпроводящем промышленном магните от 60 до 80 *кгс*. Получение полей свыше 10^3 *гс* требует затраты особых усилий. В локальных областях на поверхности Солнца (солнечные пятна) магнитные поля имеют порядок сотен гаусс; известно несколько звезд, поля на поверхности которых больше одного килогаусса. В целом протяженные магнитные поля во Вселенной довольно слабы. Недавнее измерение (особый тип спектроскопических измерений) межзвездного магнитного поля в небольшом районе нашей Галактики дало величину около 10^{-5} *гс*. В масштабе Галактики поле такой силы нельзя считать несущественным. В действительности магнитное поле играет важную, иногда определяющую роль в динамике Галактики. Таким образом, один гаусс — величина, близкая к магнитному полю Земли, которое изучалось человеком в течение столетий, является теперь, грубо говоря, средним геометрическим между магнитными полями, играющими важную роль в космологии, и самыми сильными полями, полученными в лаборатории.

Следует добавить, что величина, которую мы определили как **B** и назвали величиной магнитного поля, в некоторых книгах называется магнитной индукцией.

6.2. Некоторые свойства магнитного поля

Магнитное поле, подобно электрическому, служит средством описания взаимодействий заряженных частиц друг с другом. Если мы говорим, что магнитное поле в точке (4,5; 3,2; 6,0) в 12 часов дня направлено по горизонтали параллельно отрицательной оси *y* и равно 5 *гс*, то мы этим определяем ускорение, которое испытывала бы движущаяся заряженная частица в этой пространственно-временной точке. Замечательно, что утверждение такого типа, дающее просто векторную величину **B**, полностью исчерпывает все, что нужно сказать. Зная этот вектор, можно однозначно определить зависящую от скорости часть силы, которая действует на заряженную частицу, движущуюся с любой скоростью. Это делает ненужным описание других заряженных частиц, являющихся источниками поля. Другими словами, если бы две совершенно разные системы подвижных зарядов создали в определенной точке одинаковые поля **E** и **B**, то поведение любой пробной частицы в этой точке было бы в точ-

ности одинаково, независимо от системы. Только по этой причине и приемлемо представление о поле, как о чем-то промежуточном при взаимодействии частиц. И именно поэтому мы считаем поле объективно существующей реальностью.

Что является более реальным, поле или частицы, взаимодействие которых это поле призвано описывать? Это — глубокий вопрос, который мы должны отложить на продолжительное время. Люди, для которых электрические и магнитные поля были совершенно реальными, — Фарадей и Максвелл, назовем двоих, — были способны с помощью этих представлений проникать в сущность дела и совершать великие открытия. Будем считать магнитное поле столь же реальным, каким оно было для них, и изучим некоторые из его свойств.

До сих пор мы рассматривали только магнитное поле прямого провода или нити с постоянным током. Мы обнаружили, что направление поля всюду перпендикулярно к плоскости, содержащей нить и точку, в которой наблюдается поле. Величина поля пропорциональна $1/r$. Линии поля — окружности, охватывающие нить, как показано на рис. 6.5. Направление \mathbf{B} задается ранее принятым определением векторного произведения, решением (произвольным) писать второй член в уравнении (1) со знаком плюс, т. е. $+(q/c)\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, и тем физическим фактом, что положительный заряд, движущийся в направлении тока, притягивается этим током. Все это согласуется между собой, если связать направление \mathbf{B} с направлением тока, являющегося его источником, способом, указанным на рис. 6.5. Если смотреть по направлению тока, то силовые линии будут направлены по движению часовой стрелки. Если хотите, это можно считать правилом правого винта.

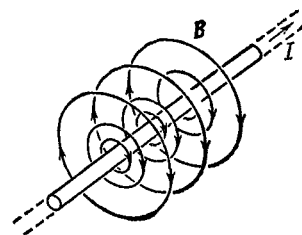


Рис. 6.5. Силовые линии магнитного поля вокруг прямого провода с током.

Рассмотрим линейный интеграл от \mathbf{B} по замкнутому пути в этом поле. (Вспомним, что подобное исследование привело нас в случае электрического поля точечного заряда к определению простого и фундаментального свойства всех электростатических полей.) Начнем с пути $ABCD$ на рис. 6.6, *a*. Он лежит в плоскости, перпендикулярной к проводу; действительно, нас интересует только эта плоскость, так как \mathbf{B} не имеет составляющих вдоль провода. Линейный интеграл от \mathbf{B} по этому пути равен нулю по следующей причине. Пути BC и DA перпендикулярны к \mathbf{B} и ничего не вносят. Вдоль AB поле \mathbf{B} сильнее в r_2/r_1 раз, чем вдоль CD , но CD больше AB на тот же множитель, так как эти две дуги стягивают один и тот же угол относительно провода. Таким образом, обе дуги дают равные и противоположные вклады и полный интеграл обращается в нуль. Следовательно, линейный интеграл по любому пути, образованному радиальными отрезками и дугами, как, например, на рис. 6.6, *b*,

также равен нулю. Отсюда легко сделать заключение, что линейный интеграл по любому пути, не охватывающему провод, равен нулю. Чтобы оправдать сглаживание углов в рассматриваемом контуре, мы должны были бы только показать, что интеграл по небольшому треугольному контуру исчезает в нужном порядке малости. В случае электрического поля этот этап был также необходим.

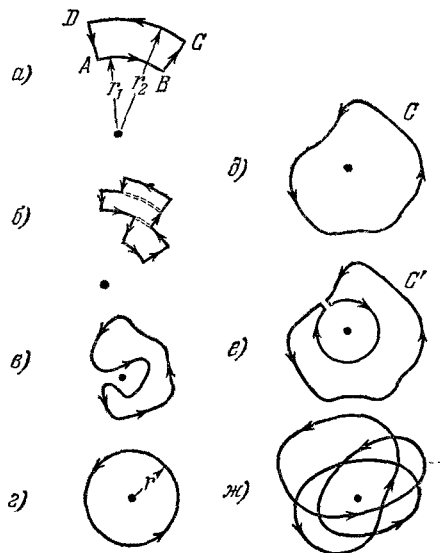


Рис. 6.6. Линейный интеграл от магнитного поля \mathbf{B} по любому замкнутому пути зависит только от охватываемого им тока. а) Путь лежит в плоскости, перпендикулярной к проводу. б) Путь построен из радиальных отрезков и дуг. в) Путь не охватывает провод. г) Круговой путь, охватывающий провод. д) Криволинейный путь, охватывающий провод. е) Круговой и криволинейный пути, не охватывающие провод. ж) Петля из n витков, охватывающая провод.

Пример пути, не охватывающего провод, показан на рис. 6.6, в. Если бы этот путь был сделан из веревки, то его можно было бы отвести в сторону от провода. Линейный интеграл по любому такому пути равен нулю.

Рассмотрим теперь круговой путь, охватывающий провод (рис. 6.6, г). Длина окружности равна $2\pi r$, поле равно $2I/cr$ и всюду параллельно пути следовательно, значение линейного интеграла по этому пути равно $(2\pi r)(2I/cr)$ или $4\pi I/c$. Мы утверждаем, что любой путь, делающий один оборот вокруг провода, должен дать ту же величину. Рассмотрим, например, криволинейный контур C на рис. 6.6, д. Построим путь C' на рис. 6.6, е, который состоит из пути, подобного C , и из кругового пути, но не охватывает провод. Линейный интеграл по C' должен быть равен нулю и, следовательно, интеграл по C должен быть отрицательным по сравнению с интегралом по окружности, величина которого, как мы уже вычислили, равна $4\pi I/c$. Знак будет зависеть, очевидно, от направления перемещения по контуру. Наш общий вывод заключается в следующем:

$$\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \frac{4\pi}{c} \times \text{ток, охватываемый контуром.} \quad (10)$$

Уравнение (10) справедливо, когда контур совершает один оборот вокруг нити с током. Очевидно, линейный интеграл по пути, который совершает N оборотов вокруг нити, подобно изображенному на рис. 6.6, ж, будет в N раз больше.

Магнитное поле, как мы уже подчеркивали, зависит только от скорости переноса зарядов, т. е. от числа единиц заряда, проходящих через данную точку цепи в секунду.

На рис. 6.7 показана цепь с током в 5 ма (миллиампер), эквивалентным $15 \cdot 10^8$ ед. СГСЭ $_q$ /сек. Средняя скорость носителей зарядов колеблется от 10^{-4} см/сек в одной части контура до 0,8 скорости

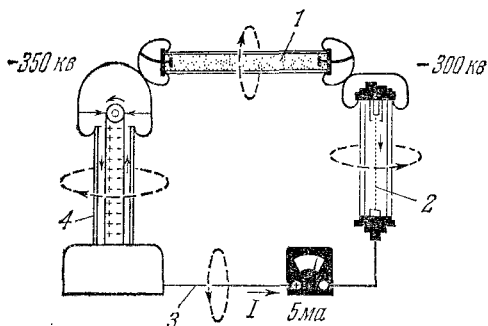


Рис. 6.7. Линейный интеграл от \mathbf{V} имеет совершенно одинаковые значения вокруг любой части этого контура, несмотря на то, что скорости носителей зарядов в каждой части совершенно различны. 1 — чистая вода; отрицательные ионы движутся вправо со скоростью 3,5 см/сек; положительные ионы движутся влево со скоростью 2 см/сек. 2 — высоковольтный пучок электронов в вакууме; скорость электронов $2,4 \cdot 10^{10}$ см/сек. 3 — медный провод; электроны проводимости дрейфуют влево со средней скоростью 10^{-4} см/сек. 4 — генератор Ван-де-Граафа; отрицательные заряды движутся вверх, положительные — вниз, $v \sim 2000$ см/сек.

света в другой. Линейный интеграл от \mathbf{V} по замкнутому пути имеет ту же величину в любом месте цепи, а именно

$$\int \mathbf{V} \cdot d\mathbf{s} = \frac{4\pi I}{c} = \frac{4\pi \cdot (15 \cdot 10^8 \text{ ед. СГСЭ}_q/\text{сек})}{3 \cdot 10^{10} \text{ см/сек}} = 0,00628 \text{ гс} \cdot \text{см}. \quad (11)$$

То, что мы доказали в случае длинной прямой нити с током, совершенно справедливо, на основании принципа суперпозиции, для поля любой системы прямых нитей. На рис. 6.8 изображено несколько проводов с током, идущим в разных направлениях. Если уравнение (10) справедливо для магнитного поля одного из этих проводов, то оно должно быть справедливо для полного поля, которое в каждой точке является векторной суммой полей отдельных проводов. Это — довольно сложное поле. Тем не менее мы можем предсказать величину линейного интеграла от \mathbf{V} по замкнутому контуру, показанному на рис. 6.8, зная только, какие токи текут через проводники и в каком направлении.

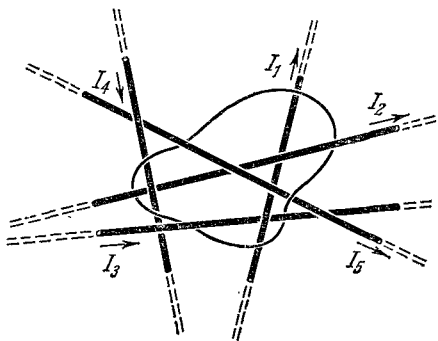


Рис. 6.8. Суперпозиция прямых проводов с током. Линейный интеграл от \mathbf{V} по замкнутому пути равен $(4\pi/c)(-I_4 + I_5)$.

Нас интересуют, однако, не только длинные прямые провода. Мы хотим знать, каково магнитное поле при любом распределении токов — например, поле тока, текущего в замкнутой петле. Оказывается, что эти более сложные поля подчиняются точно такому же закону, выражаемому формулой (10). Линейный интеграл от \mathbf{B} вокруг изогнутого провода равен интегралу, взятому вокруг длинного прямого провода с таким же током. Доказательство этого положения выходит за пределы выводов, приведенных нами до сего времени,

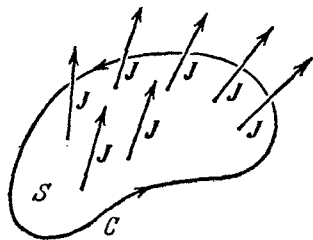


Рис. 6.9. \mathbf{J} — это локальная плотность тока. Поверхностный интеграл от \mathbf{J} по S равен току, который охватывается кривой C .

поэтому мы должны принять его как постулат, подтвержденный экспериментально.

Чтобы выразить закон в наиболее общем виде, необходимо рассмотреть объемное распределение тока. В общем случае распределение постоянного тока описывается объемной плотностью тока $\mathbf{J}(x, y, z)$, которая изменяется от точки к точке, но постоянна во времени. Ток в проводе — это специфический случай, когда плотность \mathbf{J} велика внутри провода, но равна нулю в любом другом месте.

Мы рассматривали объемное распределение тока в гл. 4, где отметили, что для токов, не зависящих от времени, плотность должна удовлетворять уравнению непрерывности, или условию сохранения заряда,

$$\operatorname{div} \mathbf{J} = 0. \quad (12)$$

Рассмотрим замкнутую кривую C в области, в которой текут токи. Полный ток, охватываемый кривой C , равен потоку \mathbf{J} через поверхность, стягивающую C , т. е. поверхностному интегралу $\int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a}$ по этой поверхности S (рис. 6.9). Следовательно, общая формулировка равенства (10) имеет вид

$$\int_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \frac{4\pi}{c} \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a}. \quad (13)$$

Сравним это выражение с теоремой Стокса, приведенной в гл. 2:

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_S (\operatorname{rot} \mathbf{F}) \cdot d\mathbf{a}. \quad (14)$$

Мы видим, что уравнение (13) эквивалентно следующему:

$$\boxed{\operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{4\pi \mathbf{J}}{c}}. \quad (15)$$

Это наиболее простое и общее выражение связи между магнитным полем и движущимися зарядами — источниками поля. Однако

уравнения (15) недостаточно для определения $\mathbf{B}(x, y, z)$ при заданном $\mathbf{J}(x, y, z)$, так как различные векторные поля могут иметь одинаковый ротор. Мы должны дополнить уравнение (15) другим условием. Вспомним о дивергенции \mathbf{B} . Возвращаясь к магнитному полю одиночного прямого провода, мы видим, что дивергенция такого поля равна нулю. Куда бы вы ни поместили ящик (пусть он даже охватывает провод), вы не обнаружите избытка входящего в ящик потока над выходящим из него. Достаточно заметить, что в ящиках V_1 и V_2 на рис. 6.10 полный поток равен нулю и что их размеры можно уменьшить до нуля, не получив никакого потока. Для такого поля $\text{div } \mathbf{B} = 0$ и, следовательно, это справедливо также для любых суперпозиций таких полей. Мы постулируем, что этот принцип может быть распространен на поля, создаваемые любым распределением токов, так что условие

$$\text{div } \mathbf{B} = 0$$

(16)

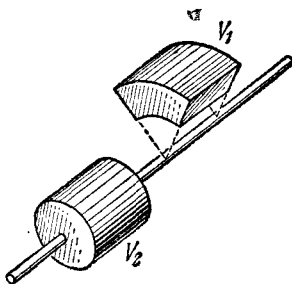


Рис. 6.10. Полный поток \mathbf{B} из каждого ящика равен нулю.

является дополнением к уравнению (15).

Уравнения (15) и (16) вместе однозначно определяют \mathbf{B} , если дано \mathbf{J} . Если бы у вас были два различных поля $\mathbf{B}_1(x, y, z)$ и $\mathbf{B}_2(x, y, z)$, удовлетворяющих уравнениям (15) и (16), то их разность $\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2$ была бы полем с нулевой дивергенцией и нулевым ротором в любой точке. Такое поле представляет собой просто постоянный вектор \mathbf{B}_0 , одинаковый во всех точках пространства. Итак, за исключением возможного добавления постоянного поля, заполняющего все пространство, условия $\text{rot } \mathbf{B} = 4\pi\mathbf{J}/c$ и $\text{div } \mathbf{B} = 0$ однозначно определяют магнитное поле с заданным распределением токов. Интересно сравнить эти условия с их аналогами в случае электростатического поля. Там мы имели условия

$$\text{div } \mathbf{E} = 4\pi\rho \quad \text{и} \quad \text{rot } \mathbf{E} = 0. \quad (17)$$

Вспомним, что в случае электрического поля мы начинали с закона Кулона, который непосредственно дает вклад каждого заряда в электрическое поле в любой его точке. Здесь мы должны будем получить некоторое выражение такого же типа *). Мы сделаем это с помощью *потенциальной функции*.

*) Читатель, возможно, удивится, почему мы не начали с некоего эквивалента закона Кулона для взаимодействия токов. Ответить на это можно так: отрезок нити с током, в противоположность электрическому заряду, не является независимым объектом, который может быть физически изолирован. Вы не можете провести эксперимент по определению поля, созданного частью контура: если остальной части контура нет, ток не может быть постоянным без нарушения условия непрерывности.