

проводник действует направленной наружу сила. Дело происходит так, как если бы область большого поля была областью высокого давления. Мы должны помнить, однако, что при определении этой силы имеет значение только составляющая \mathbf{B} , которая параллельна поверхности.

Мы рассматривали бесконечно большой плоский лист, но в непосредственной близости от любой искривленной поверхности должна наблюдаться такая же картина. Где бы составляющая \mathbf{B} , параллельная поверхности, ни изменялась от B_1 до B_2 , при переходе с одной стороны поверхности на другую мы должны считать, что там не

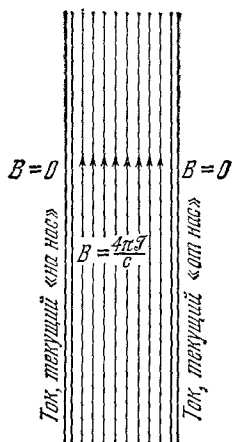


Рис. 6.23. Магнитное поле между двумя плоскопараллельными листами с током.

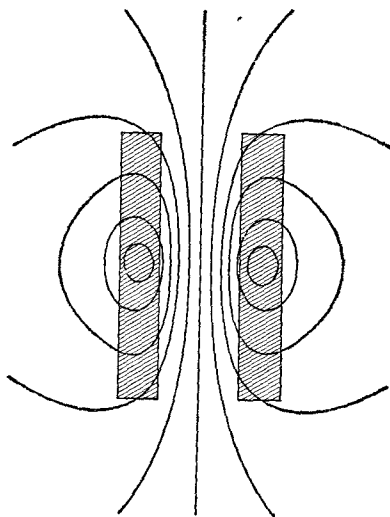


Рис. 6.24. Магнитное поле двух медных шин с токами, текущими в противоположных направлениях; на рисунке изображены поперечные сечения шин.

только существует лист с током, текущим по его поверхности, но что поверхность эта находится под давлением, перпендикулярным к ней и равным $(B_1^2 - B_2^2)/8\pi$, измеренным в $\text{дин}/\text{см}^2$. Это — одно из руководящих правил в магнитогидродинамике, которая изучает электропроводные жидкости, — предмет, интересующий как инженеров-электриков, так и астрофизиков.

6.7. Как преобразуются поля

Слой с поверхностным зарядом, двигаясь параллельно самому себе, создает поверхностный ток. Если постоянная поверхностная плотность заряда равна σ , а сама поверхность скользит со скоростью v , то плотность поверхностного тока равна $\mathcal{I} = \sigma v$. Эта простая идея поможет нам понять, как должны изменяться величины, характеризующие электрические и магнитные поля при переходе от одной инерциальной системы координат к другой.

Представим себе два плоских листа с поверхностным зарядом, параллельных плоскости xz , как это показано на рис. 6.25. Снова мы изображаем на рисунке только часть поверхностей; сами поверхности бесконечно велики. В инерциальной системе координат F , с координатами x , y и z , поверхностная плотность заряда равна σ на одном листе и $-\sigma$ — на другом. В этой системе координат постоянное электрическое поле E направлено вдоль положительной оси y и, согласно закону Гаусса, величина этого поля, как обычно, равна

$$E_y = 4\pi\sigma. \quad (49)$$

В системе координат F оба листа движутся в положительном направлении оси x со скоростью v_0 , так что мы имеем два листа с током. Поверхностная плотность тока равна $\mathcal{J}_x = \sigma v_0$ в одном листе и имеет

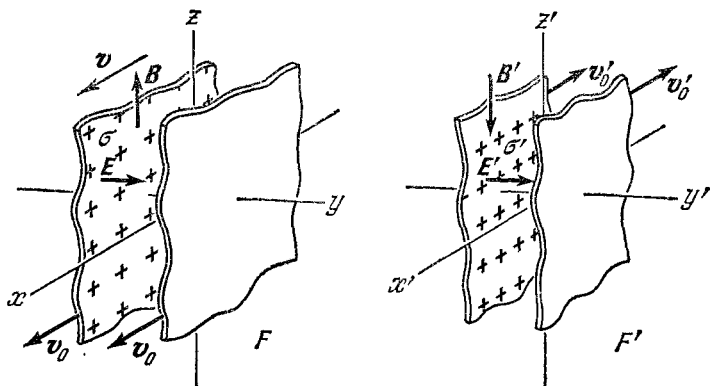


Рис. 6.25. Система координат F' движется для наблюдателя в системе координат F со скоростью v в положительном направлении оси x . Зеркальные листы для наблюдателя в системе координат F движутся со скоростью v_0 .

ту же величину с обратным знаком в другом. Магнитное поле между двумя такими листами с током, так же как поле, изображенное на рис. 6.23, равно

$$B_z = \frac{4\pi\mathcal{J}_x}{c} = \frac{4\pi\sigma v_0}{c}. \quad (50)$$

Инерциальная система координат F' движется, если смотреть из F , в положительном направлении оси x со скоростью v . *Какие поля измерит наблюдатель, находящийся в F' ?* Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо лишь узнать, как выглядят источники этих полей в системе координат F' .

В F' скорость заряженных листов в направлении x' равна v'_0 и определяется формулой сложения скоростей

$$v'_0 = \frac{v_0 - v}{1 - v_0 v / c^2} = c \frac{\beta_0 - \beta}{1 - \beta_0 \beta}. \quad (51)$$

В этой системе координат происходит лоренцевское сокращение

плотности заряда точно такое же, как в нашем предыдущем примере движущегося линейного заряда (раздел 5.9). Повторяя те же рассуждения, мы получим, что плотность в неподвижной системе координат, связанной с самими зарядами, равна $\sigma(1-v_0^2/c^2)^{1/2}$, или σ/γ_0 , и, следовательно, плотность в системе координат F' равна

$$\sigma' = \sigma \frac{\gamma_0'}{\gamma_0}. \quad (52)$$

Как обычно, $\gamma_0' = (1-v_0'^2/c^2)^{-1/2}$. С помощью уравнения (51) мы можем исключить величину γ_0' , выражая ее через β_0 и β , или γ_0 и γ . В результате получаем

$$\sigma' = \sigma\gamma(1-\beta_0\beta). \quad (53)$$

Плотность поверхностного тока в системе координат F' равна, следовательно,

$$j' = \sigma'v_0' = \sigma\gamma(1-\beta_0\beta)c \frac{(\beta_0 - \beta)}{1-\beta_0\beta} = \sigma\gamma(v_0 - v). \quad (54)$$

Теперь мы знаем, как выглядят источники в системе координат F' и, следовательно, знаем какие должны быть поля в этой системе. Утверждая это, мы снова обращаемся к принципу относительности. Во всех инерциальных системах координат должны действовать одни и те же законы физики, и это относится к формулам, связывающим электрическое поле с поверхностной плотностью заряда и магнитное поле с поверхностной плотностью тока. Отсюда следует, что

$$E'_y = 4\pi\sigma' = \gamma \left[4\pi\sigma - \left(\frac{4\pi\sigma v_0}{c} \right) \left(\frac{v}{c} \right) \right], \quad (55)$$

$$B'_z = \frac{4\pi}{c} j' = \gamma \left[\frac{4\pi\sigma v_0}{c} - 4\pi\sigma \left(\frac{v}{c} \right) \right]. \quad (56)$$

Если воспользоваться значениями E_y и B_z из уравнений (49) и (50), то наш результат принимает следующий вид:

$$E'_y = \gamma(E_y - \beta B_z), \quad B'_z = \gamma(B_z - \beta E_y). \quad (57)$$

Если бы пара листов с током была ориентирована параллельно плоскости xy , а не xz , то мы получили бы выражения, связывающие E'_z с E_z и B_y и B'_y с B_y и E_z . Конечно, они были бы точно такими же, как и выражения, приведенные выше, но, если проследить за направлениями, то вы обнаружите, что существуют различия в знаках, вытекающие из правил для направления \mathbf{B} .

Остается выяснить, как изменяются компоненты поля в направлении движения. В разделе 5.5 мы уже обнаружили, что продольная компонента вектора \mathbf{E} имеет одну и ту же величину в обеих системах координат. Можно показать, что это справедливо также для продольной компоненты \mathbf{B} . Предположим, что продольная компонента \mathbf{B} , а именно компонента B_x , в случае, изображенном на рис. 6.25, создана соленоидом, намотанным вдоль оси x в системе координат F . Сила поля внутри соленоида зависит, как известно,

только от силы тока в проводе I , которая равна заряду в секунду, и от n — числа витков провода на сантиметр длины оси. В системе координат F' соленоид будет претерпевать лоренцевское сокращение, и число витков на сантиметр в этой системе координат будет больше. Но сила тока для наблюдателя в системе координат F' будет меньше, так как, с его точки зрения, наблюдатель в F , измеряющий силу тока по числу электронов, проходящих через данную точку провода за секунду, пользовался медленно идущими часами. Растяжение времени как раз компенсирует сокращение длины в произведении nI . Действительно, любые величины, имеющие размерность (продольная длина, время), не меняются при преобразовании Лоренца. Таким образом, $B'_x = B_x$.

Вспомним обсуждение уравнения (5.6) в гл. 5. Свойства поля, выраженные в законах его преобразования, являются локальными свойствами. Значения \mathbf{E} и \mathbf{B} в некоторой пространственно-временной точке в одной системе координат должны однозначно определять компоненты поля, наблюдаемые в любой другой системе координат в той же пространственно-временной точке. Следовательно, тот факт, что в нашем выводе был использован особенно простой источник (параллельные равномерно заряженные листы), не компрометирует общности полученного результата. Мы действительно пришли к общим законам преобразования всех компонент электрического и магнитного полей любого происхождения или конфигурации.

Ниже приведены все формулы преобразования. Штрихованные величины измерены в системе координат F' , которая движется в положительном направлении x со скоростью v , наблюдаемой в системе координат F . Нештрихованные величины представляют собой результаты измерений в системе координат F . Как обычно, β обозначает v/c , и $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$.

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x, & E'_y &= \gamma(E_y - \beta B_z), & E'_z &= \gamma(E_z + \beta B_y), \\ B'_x &= B_x, & B'_y &= \gamma(B_y + \beta E_z), & B'_z &= \gamma(B_z - \beta E_y). \end{aligned} \quad (58)$$

Уравнения преобразования поражают своей симметрией в отношении \mathbf{E} и \mathbf{B} . Если бы наборщик по ошибке заменил все E на B и все y на z , то уравнения совершенно не изменились бы! До сих пор мы считали, что магнетизм — это эффект «второго порядка», возникающий благодаря релятивистским изменениям в электрических полях движущихся зарядов. Конечно, магнитные явления, с которыми мы встречаемся в природе, заметно отличаются от электрических. Мир вокруг нас отнюдь не симметричен в отношении электричества и магнетизма. Тем не менее, если исключить из рассмотрения источники, мы находим, что сами поля \mathbf{E} и \mathbf{B} связаны друг с другом в высшей степени симметричным образом.

Более того, оказывается, что электрические и магнитные поля являются, в некотором смысле, различными компонентами единого

физического объекта. Мы можем говорить об электромагнитном поле и считать E_x, E_y, E_z, B_x, B_y и B_z шестью компонентами этого поля. Одно и то же поле, рассматриваемое в различных инерциальных системах координат, будет представлено различными наборами значений этих компонент, подобно тому как вектор представлен различными компонентами в различных системах координат, повернутых относительно друг друга. Однако такое электромагнитное поле с точки зрения математики является не вектором, а чем-то иным, называемым тензором. Совокупность приведенных выше уравнений (58) определяет преобразование компонент такого тензора, когда мы переходим из одной инерциальной системы координат в другую. Мы не собираемся развивать здесь этот математический язык и вернемся сейчас к нашему старому способу рассмотрения электрического поля, как векторного поля и магнитного поля, как другого векторного поля. Связь между этими полями будет изучаться в гл. 7. Для того чтобы развить сделанные указания на единство электромагнитного поля, представленного в четырехмерной пространственно-временной системе координат, необходимо более глубокое изучение предмета.

Преобразования, заключенные в уравнениях (58), в целом ряде случаев предсказывают удивительно простые соотношения. Предположим, что в одной системе координат, например в «нештрихованной», магнитное поле \mathbf{B} равно нулю в любой точке. Тогда поля, наблюдаемые в другой системе координат, равны

$$\left. \begin{aligned} E'_x &= E_x, & E'_y &= \gamma E_y, & E'_z &= \gamma E_z, \\ B'_x &= 0, & B'_y &= \beta \gamma E_z, & B'_z &= -\beta \gamma E_y. \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

Это означает, что между электрическим и магнитным полями в любой точке «штрихованной» системы координат существует определенное соотношение, а именно:

$$B'_x = 0, \quad B'_y = \beta E'_z, \quad B'_z = -\beta E'_y. \quad (60)$$

Вспомнив, что скорость нештрихованной системы координат, рассматриваемая в штрихованной системе, является вектором, совпадающим с отрицательным направлением оси x' , мы можем представить это соотношение в виде векторного произведения и получить, таким образом, более общее правило:

$$\mathbf{B}' = \left(\frac{\mathbf{v}'}{c} \right) \times \mathbf{E}'$$

(если $\mathbf{B} = 0$ в любой точке некоторой системы координат).

(61)

Здесь \mathbf{v}' обозначает скорость, наблюдаемую из штрихованной системы координат, той самой системы координат, в которой \mathbf{B} везде равно нулю.

Точно таким же способом мы получим из уравнений (58), что если $\mathbf{E}=0$ всюду в одной системе координат, которую мы будем называть нештрихованной, то в другой системе координат

$$\mathbf{E}' = - \left(\frac{\mathbf{v}'}{c} \right) \times \mathbf{B}' \quad (62)$$

(если $\mathbf{E}=0$ везде в некоторой системе координат).

Здесь, как и в уравнении (61), \mathbf{v}' есть скорость нештрихованной системы координат (в данном случае той, где \mathbf{E} везде равно нулю), наблюдаемая из штрихованной системы. Конечно, ограничения уравнений (61) и (62) являются довольно суровыми.⁴ Обычно не существует такой системы координат, в которой \mathbf{B} везде будет равно нулю, или такой системы координат, в которой везде равны нулю плотность электрического заряда и, следовательно, \mathbf{E} .

Поскольку в уравнение (61) входят только величины, измеренные в одной и той же системе координат, то его удобно применять к полям, изменяющимся в пространстве*).

Хорошим примером может служить поле точечного заряда q , движущегося с постоянной скоростью (задача, рассмотренная в гл. 5). Предположим, что в нештрихованной системе координат заряд неподвижен. В этой системе координат, конечно, магнитного поля нет. Из уравнения (61) следует, что в «лабораторной» системе координат, где заряд движется со скоростью v , должно быть магнитное поле, перпендикулярное к электрическому полю и к направлению движения. Мы уже выяснили свойства электрического поля в этой системе координат: мы знаем, что поле направлено по радиусу от мгновенного положения заряда, а величина поля дается уравнением (5.12). Линиями магнитного поля должны быть окружности, расположенные вокруг направления движения, что схематически изображено на рис. 6.26. Когда скорость движения заряда велика ($\gamma \gg 1$), радиальные «спицы», которые являются линиями электриче-

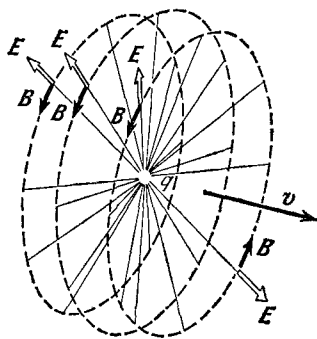


Рис. 6.26. Электрические и магнитные поля заряда, находящегося в состоянии равномерного движения, в данный момент времени.

*) Для меняющихся в пространстве полей смысл уравнений (58) состоит в том, что $E'_x(x', y', z', t') = E_x(x, y, z, t)$ и т. д. Следовательно, если мы хотим вычислить поля, наблюдаемые в любой пространственно-временной точке x', y', z', t' штрихованной системы координат, мы должны взять поля в нештрихованной системе в точке x, y, z, t , связанной с точкой x', y', z', t' преобразованиями Лоренца. Например, в последнем из уравнений (58) такими полями, относящимися к точке x, y, z, t , являются составляющие B_z и E_y .

ского поля, сливаются в тонкий диск. Круговые линии магнитного поля также концентрируются в этом диске. При этом величина \mathbf{B} примерно равна величине \mathbf{E} . Иными словами, величина магнитного поля в гауссах почти равна величине электрического поля, в той же точке и в тот же момент времени, в единицах СГСЭ_V на сантиметр.

В двух последних главах мы прошли длинный путь, начинавший-ся с закона Кулона. Однако с каждым шагом мы только следовали требованиям теории относительности и инвариантности электрического заряда. Мы начинаем понимать, что существование магнитного поля и его необычайно симметричная связь с электрическим полем являются необходимым следствием этих общих принципов. Мы снова напоминаем читателям, что хронологический порядок открытия законов электромагнетизма вовсе не совпадает с нашим изложением. Одна сторона связи между электрическими и магнитными полями, которая подразумевается в уравнениях (58), была открыта Михаилом Фарадеем в его опытах с переменными электрическими токами. Это было за семьдесят пять лет до того, как кому-либо пришло в голову написать уравнения, подобные заключенным в рамке.

6.8. Опыт Роуланда

Мы отмечали в разделе 5.9, что 100 лет назад не было очевидным, что ток, текущий в проводе, и движущийся предмет, несущий электрический заряд, являются существенно одинаковыми источниками магнитного поля. Представление об единстве электричества и магнетизма, которое возникло после работы Максвелла, наводило на мысль о том, что любой движущийся заряд должен создавать магнитное поле, но экспериментально доказать это было трудно.

Впервые факт появления магнитного поля при движении электростатически заряженного листа был продемонстрирован Генри Роуландом, крупным американским физиком, известным своим усовершенствованием дифракционной решетки. Роуланд выполнил ряд остроумных и точных измерений электрических величин, но ни одно из них не подвергало такому жесткому испытанию его экспериментальное мастерство, как открытие и измерение магнитного поля вращающегося заряженного диска. Величина поля, которое должно было быть обнаружено, равнялась примерно, 10^{-5} величины поля Земли — чрезвычайно затруднительный эксперимент, даже при применении современной аппаратуры! На рис. 6.27 изображены эскиз аппаратуры Роуланда и репродукция первой страницы статьи, в которой он описал свой эксперимент*). За десять лет до открытия Герцем электромагнитных волн результат работы Роуланда дал независимое, хотя и менее драматическое подтверждение теории электромагнитного поля Максвелла.

*) Перевод этого текста см. на стр. 221. *Прим. ред.*