

тока. Следовательно, опыт имеет смысл. Профессор Максвелл в своем «Трактате об электричестве» (пункт 770) вычислил магнитное действие движущейся наэлектризованной поверхности, но существование этого действия еще не подтверждено ни экспериментально, ни теоретически.

Применявшаяся аппаратура состояла из эбонитового диска, диаметром 21,1 см и толщиной 0,5 см, который мог вращаться вокруг вертикальной оси со скоростью 61 оборот в секунду. По обем сторонам диска на расстоянии 0,6 см были закреплены стеклянные пластины диаметром 38,9 см и с отверстием в центре диаметром 7,8 см. Эбонитовый диск был позолочен с обеих сторон, а на стеклянных пластинах имелись с одной стороны позолоченные кольца с внешними диаметрами 24 см и внутренними 8,9 см. Позолоченные стороны могли быть обращены к вращающемуся диску или от него, но обычно они были обращены к диску; это упрощало вычисления и устраняло неуверенность в наэлектризованности. Внешние пластины были обычно заземлены; внутренний диск был соединен с электрической батареей с помощью острья, которое приближалось по направлению к нему. Так как край был широкий, острие не разряжалось, хотя между ним и краем существовала разность потенциалов. Между электрической батареей и диском...

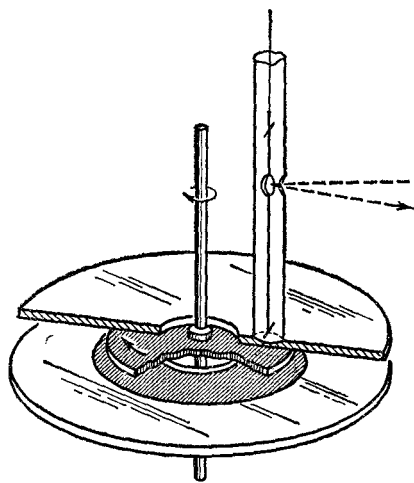


Рис. 6.276. Основные части аппарата Роу-ланда. В трубке слева горизонтально подвешены две короткие намагниченные иглы.

6.9. Электрическая проводимость в магнитном поле. Эффект Холла

Если ток течет в проводнике, расположенном в магнитном поле, то сила $(q/c) \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ действует непосредственно на движущиеся носители зарядов. Мы, однако, наблюдаем силу, действующую на проводник в целом. Посмотрим, как это происходит. На рис. 6.28, а изображено сечение металлического бруска, в котором течет постоянный ток. Под влиянием поля \mathbf{E} электроны дрейфуют влево со средней скоростью \bar{v} , которая имеет тот же смысл, что и скорость \bar{u} при обсуждении проводимости в гл. 4. Электроны проводимости схематически показаны белыми точками. Черные точки изображают положительные ионы, образующие жесткую кристаллическую решетку сплошного металлического бруска. Поскольку электроны заряжены отрицательно, ток течет в направлении оси y . Плотность тока \mathbf{J} и поле \mathbf{E} связаны, как обычно, проводимостью металла σ : $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$. На рис. 6.28, а не существует другого магнитного поля, кроме созданного самим током; этим полем мы пренебрегаем. Теперь включаем внешнее поле \mathbf{B} , направленное по оси x . Состояние движения сразу после этого показано на рис. 6.28, б. Электроны отклоняются вниз. Но так как они не могут исчезнуть с нижней грани бруска, они просто скапливаются там, пока избыток отрицательных зарядов на нижней грани бруска и соответственный избыток положительных

зарядов на его верхней грани не создадут электрическое поле E_t , в котором сила, величиной eE_t , направленная вверх, не уравнивает силу $(e/c)\bar{v}B$, направленную вниз. В стационарном состоянии (которое достигается очень быстро!) движение в среднем снова направлено горизонтально, а внутри металла появляется поперечное электрическое поле E_t , наблюдаемое в системе координат, связанной с кристаллической решеткой металла (рис. 6.28, в). Это поле создает силу, направленную вниз и действующую на положительные ионы. Вот каким образом сила $(-e/c)\bar{v} \times B$, действующая на электроны, передается сплошному бруску. Брусок, конечно, прижимается к своей опоре, а при ее отсутствии, ускоренно движется вниз.

Существование поперечного поля E_t может быть непосредственно продемонстрировано с помощью электрических методов (рис. 6.29). К точкам P_1 и P_2 на противоположных сторонах стержня подводятся провода, места соединения тщательно выбираются таким образом, чтобы их потенциалы были одинаковы, когда в стержне течет ток, а поле B равно нулю. К проводам подключен гальванометр. После включения магнитного поля B в этой цепи возникает постоянный ток, показывающий, что потенциалы точек P_1 и P_2 уже неодинаковы. Действительно, в этой установке точка P_1 имеет положительный потенциал по отношению к точке P_2 .

Этот эффект был открыт в 1879 г. Е. Х. Холлом, который был учеником Роуланда в университете Джонса Гопкинса. В те дни никто не понимал механизма проводимости в металлах. Сам электрон был неизвестен. Эффект Холла был весьма поучительным явлением. В современных исследованиях электрической проводимости, особенно в полупроводниках, измерения эффекта Холла оказываются весьма существенными.

Мы убедились, что магнитное поле тока, так же как сила, действующая на проводник с током во внешнем поле, совершенно не зависит от особенностей процесса проводимости. Однако эффект Холла

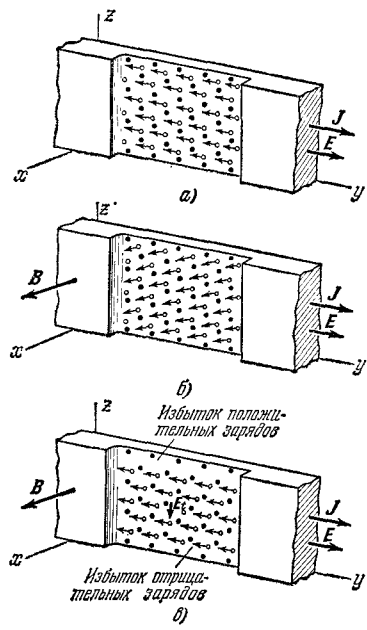
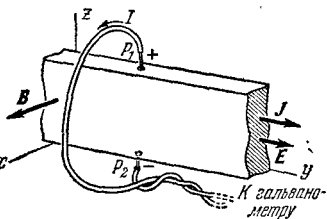


Рис. 6.28. а) Ток течет в металлическом бруске. Показана только малая часть бруска. Электроны проводимости изображены светлыми точками (разумеется, размеры электронов и их числе соответствуют действительности), положительные ионы кристаллической решетки — черными точками. Стрелки указывают среднюю скорость v движения электронов. б) Магнитное поле, направленное по оси x , отклоняет (вначале) движущиеся электроны вниз. в) Изменение распределения зарядов создает поперечное электрическое поле E_t . В этом поле неподвижные положительные ионы испытывают силу, направленную вниз.

помогает кое-что понять в природе носителей зарядов. Заметьте, что если ток в стержне на рис. 6.28 был бы обусловлен движением положительных зарядов вправо, то возникло бы поперечное поле E_t противоположного направления. Таким образом, по знаку «холловской разности потенциалов» между P_1 и P_2 мы узнаем знак носителей зарядов. Количественно величина поперечного поля E_t определяется равенством



$$qE_t = q \frac{\bar{v}}{c} B \quad \text{или} \quad E_t = \frac{\bar{v}}{c} B. \quad (63)$$

С другой стороны, средняя скорость \bar{v} носителя связана с плотностью тока J уравнением

$$J = nq\bar{v}, \quad (64)$$

где n — число носителей зарядов на единицу объема с зарядом q в каждой. Комбинируя уравнения (63) и (64), мы можем исключить \bar{v} :

$$E_t = \left(\frac{1}{nqc} \right) JB. \quad (65)$$

Рис. 6.29. Эффект Холла. Если проводник с током помещен в перпендикулярное к нему магнитное поле, то между точками, расположенными на противоположных сторонах бруска, возникает разность потенциалов. Если бы поля не было, эти точки имели бы одинаковые потенциалы. Это означает существование поля внутри бруска! Измеряя «потенциал Холла», можно определить число носителей заряда на кубический сантиметр и их знак.

E_t , J и B можно измерить на установке, подобной изображенной на рис. 6.29. E_t — это разность потенциалов между P_1 и P_2 , деленная на ширину стержня; J — полный ток, деленный на площадь поперечного сечения. Таким образом, мы можем получить $(1/nqc)$. Этот множитель называется «коэффициентом Холла» для данного вещества. Для многих металлов коэффициент Холла равен как раз тому значению, которого можно было бы ожидать, имея примерно один электрон проводимости на атом. При этом знак эффекта Холла указывает на то, что носители зарядов действительно отрицательны. Но для некоторых металлов коэффициенты Холла имеют обратный знак! Это казалось парадоксальным, пока поведение электронов в металлах не было объяснено квантовой теорией.

Задачи

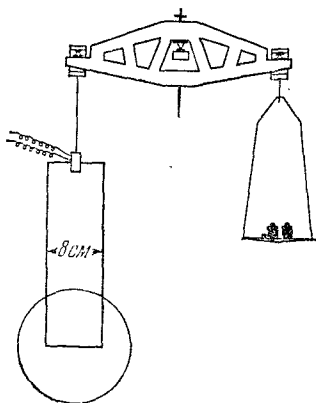
6.1. Ток 30 а течет в контуре, изображенном на рис. 5.1, б. Параллельные провода находятся на расстоянии 5 см. Какова сила, приходящаяся на единицу длины одного из проводов? Ответ. 3,6 дин/см.

6.2. На рисунке изображена прямоугольная катушка, подвешенная к одной стороне коромысла аналитических весов. Она висит между полюсами электромагнита, причем плоскость катушки параллельна полюсам. Магнитное поле можно считать однородным в области полюсов и пренебрежимо малым около верхней части катушки. Катушка имеет 15 витков и ширину 8 см. Система уравновешивается, после чего через катушку пропускают ток 0,5 а. Если для восстановления равновесия системы на правую чашку весов надо добавить дополнительный груз в 60,5 г, то какова сила магнитного поля B (в гс)? Этот метод в несколько усовер-

шенствованном виде применялся в Национальном бюро стандартов для очень точных измерений силы магнитного поля. Ответ. $B=9880$ гс.

6.3. Рассмотрите магнитное поле круговой петли с током в точках на оси петли, следующее из формулы (41). Вычислите линейный интеграл от поля вдоль оси в пределах от $-\infty$ до $+\infty$ для проверки общей формулы

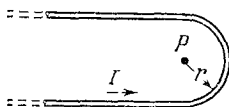
$$\int B \cdot ds = \frac{4\pi I}{c}.$$



К задаче 6.2.

Почему мы можем пренебречь «обратной» стороной пути, который необходим для получения замкнутой петли?

6.4. Длинный провод согнут в форме шпильки, показанной на рисунке. Найдите точное выражение для магнитного поля в точке P , расположенной в центре полукруга. Ответ. $B=(2+\pi)I/c$.



К задаче 6.4.

6.5. Магнитное поле, созданное вращающимся электроном атома. Атом водорода состоит из протона и электрона; можно считать (для некоторых целей), что электрон описывает вокруг протона круговую орбиту с радиусом $a_0 = \hbar^2/me^2 = 0,53 \cdot 10^{-8}$ см, со скоростью $v = e^2/\hbar$. Здесь e обозначает заряд электрона $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$ ед. СГСЭ, $\hbar \approx 10^{-27}$ эрг·сек — постоянная Планка, деленная на 2π , и m — масса электрона. Какая сила тока эквивалентна этому циркулирующему заряду? Какова величина (в гс) магнитного поля вблизи протона, создаваемого движением электрона? Ответ. $I = 1,05 \cdot 10^{-3}$ а, $B = 1,25 \cdot 10^5$ гс.

6.6. Магнитное поле в коаксиальных проводниках. Провода, передающие к большому магниту постоянный ток 5000 а, изготовлены следующим образом: сплошной алюминиевый стержень диаметром 5 см окружен возвратным проводником в форме алюминиевого цилиндра с внутренним диаметром 7 см и наружным 9 см (внутреннее пространство между стержнем и цилиндром заполнено протекающим маслом, которое служит для отвода тепла). В каждом проводнике плотность тока практически постоянна по всему поперечному сечению. Вычислите и нанесите на график величину магнитного поля (в гс), как функцию радиуса (в см), от оси до точки, расположенной снаружи внешнего проводника. (Наличие алюминия и масла влияния на магнитное поле не оказывает — см. стр. 193.)

6.7. Соленоид изготовлен из одного слоя медного провода, намотанного на цилиндр диаметром 6 см. На 1 см приходится 5 витков; длина соленоида 30 см. Пользуясь таблицами, мы находим, что сопротивление взятого медного провода, диаметром 0,163 см, равно 0,010 ом на 1 м при температуре 75° С (мы ожидаем, что эта катушка будет нагреваться!). Соленоид соединен с 24-вольтовым генератором; каковы будут сила магнитного поля в соленоиде (в гс) и рассеяние энергии (в вт)? Ответ. 520 гс; 2000 вт.

6.8. Преобразование поля. Вблизи начала системы координат x, y, z , имеется электрическое поле E величиной в 100 ед. СГСЭ $_V$ /см, направленное под углом в 30° к оси x и 60° к оси y . Оси системы координат F' параллельны осям первой системы, но она движется по отношению к первой системе координат со скоростью в 0,6 с в положительном направлении y . Найдите направление и величину электрического поля, которое измерит наблюдатель, находящийся в системе координат F' . Какое магнитное поле измерит этот наблюдатель?

6.9. Проводник, движущийся через магнитное поле. Океанское течение имеет скорость 2 узла (около 1 м/сек) в районе, где вертикальная компонента магнитного поля Земли равна 0,35 гс. Проводимость морской воды в этом районе равна $0,04 \text{ (ом}\cdot\text{см)}^{-1}$. Предполагая, что, кроме величины, связанной с движением $(\mathbf{v}/c)\times\mathbf{B}$, другой горизонтальной компоненты \mathbf{E} нет, найти плотность горизонтальной составляющей электрического тока (в $\text{а}/\text{м}^2$). Если бы вы пропесели с такой скоростью бутылку с морской водой через поле Земли, появился ли бы в ней такой ток?

6.10. Преобразование поля для малых скоростей. Для скоростей, небольших по сравнению с c , преобразование поля можно записать в очень простом виде

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B}, \quad \mathbf{B}' = \mathbf{B} - \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{E},$$

где \mathbf{v} — скорость, с которой движется штрихованная система координат, если смотреть из нештрихованной. Пусть $\mathbf{v} = \hat{x}\beta c$ соответствует частному случаю, описываемому уравнениями (58). Покажите, что вышеприведенные уравнения дают результаты, совпадающие с (58) в приближении $(1-\beta^2)^{1/2} \approx 1$. Пусть штрихованная система координат расположена в реактивном самолете, летящем в направлении магнитного северного полюса в районе, где магнитное поле Земли равно 0,4 гс и образует угол в 30° с вертикалью, направленной вниз, как в северном полушарии. Каково направление в системе координат, связанной с самолетом, дополнительной компоненты электрического поля, возникающей благодаря движению через магнитное поле? Какова ее величина в ед. СГСЭ $\text{в}/\text{см}$? О т в е т. Поле равно $2,4 \times 10^{-7}$ СГСЭ $\text{в}/\text{см}$ и направлено на запад.

6.11. Две инварианты преобразования поля. Результат, приведенный здесь, будет полезен при обсуждении электромагнитных волн в конце гл. 7. Докажите, используя уравнения (58), что величина $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ инвариантна относительно преобразования Лоренца, иными словами, докажите, что если произведение $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ равно некоторой величине в одной инерциальной системе, то оно имеет то же значение во всех инерциальных системах. Докажите также, что величина $E^2 - B^2$ инвариантна относительно преобразования Лоренца.

6.12. Не сможете ли вы придумать векторный потенциал, который будет соответствовать однородному полю в направлении z :

$$B_x = 0, \quad B_y = 0, \quad B_z = B_0?$$

6.13. Заметьте, что векторный потенциал \mathbf{A} так же связан с магнитным полем \mathbf{B} , как \mathbf{B} связано с плотностью тока \mathbf{J} , а именно $\text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{B}$, тогда как $\text{rot } \mathbf{B} = (4\pi/c)\mathbf{J}$. Какое утверждение, касающееся \mathbf{A} , соответствует утверждению, что линейный интеграл от \mathbf{B} по любому замкнутому контуру равен $4\pi/c$, умноженному на силу тока, охватываемого контуром. Рассмотрите магнитное поле длинного цилиндрического металлического стержня с током, равномерно распределенным по его поперечному сечению и текущим параллельно оси. Вы знаете магнитное поле такого распределения тока. Начертите схему распределения тока и линий магнитного поля. Пользуясь только что упомянутой аналогией, найдите векторный потенциал и покажите, как он изменяется вместе с полем для бесконечно длинного соленоида. Полезно заметить, что в этом случае сам векторный потенциал не равен нулю в области, где равно нулю магнитное поле.

6.14. Параллельные проводники с током притягиваются, поэтому можно было бы думать, что ток, текущий в сплошном стержне, аналогичном внутреннему проводнику в задаче 6.6, имеет тенденцию сконцентрироваться около оси стержня. Это значит, что электроны проводимости, вместо того чтобы распределиться равномерно внутри металла, соберутся около оси и большая часть тока будет здесь. Что, по-вашему, препятствует этому? Произойдет ли это, в какой-то мере, вообще? Можете ли вы предложить эксперимент для обнаружения такого эффекта, если он существует?

6.15. Сила, действующая между двумя зарядами, движущимися параллельно друг другу. Рассмотрим два электрона в катодно-лучевой трубке, которые движутся рядом по параллельным путям с одинаковой скоростью v . Расстояние между ними, т. е. расстояние, измеренное под прямыми углами к их скорости, равно r .

Какова сила, действующая на один из них благодаря присутствию другого, наблюдаемая в лабораторной системе координат? Если v было бы очень мало по сравнению с c , ответ был бы просто e^2/r^2 . Но если v не мало, вы должны проявить осторожность.

а) Самый легкий способ найти ответ заключается в следующем: обратимся к системе координат, движущейся вместе с электронами. В такой системе координат оба электрона неподвижны, расстояние между ними равно еще r (почему?) и сила равна e^2/r^2 . Теперь преобразуйте силу в лабораторную систему координат, пользуясь законом преобразования сил (уравнение (5.31)). (Будьте осторожны со штрихованной системой координат. Будет ли сила в лабораторной системе координат больше или меньше силы в системе координат, связанной с электронами?)

б) Можно получить тот же ответ, имея дело только с лабораторной системой координат. В этой системе в мгновенном положении электрона 1 оба поля — электрическое и магнитное — появляются благодаря электрону 2 (см. рис. 6.26). Вычислите полную силу, действующую на электрон 1, который движется через эти поля со скоростью v , и покажите, что вы получили тот же результат, что в а).

в) В свете вышесказанного, что вы можете сказать о силе, действующей между двумя движущимися рядом электронами, в пределе $v \rightarrow c$?