

Ни один из этих выводов не зависит от того, какой причиной вызвана поляризация шара. На рис. 9. 27 показано поле любой сферы, поляризованной однородно. На это поле может быть наложено любое поле других источников, представляющих собой различные возможные системы. Это не повлияет на разрыв \mathbf{E} у границы поляризованной среды. Приведенные правила, следовательно, применимы к любой системе; разрыв в \mathbf{E} определяется исключительно существующей поляризацией.

9.11. Диэлектрический шар в однородном поле

В качестве примера рассмотрим шар из вещества с диэлектрической постоянной ϵ , помещенный в однородное электрическое поле \mathbf{E}_0 , подобное полю между параллельными пластинами воздушного конденсатора (рис. 9.28). Пусть источники этого поля (заряды на пластинах) расположены так далеко от шара, что не смещаются, когда шар вносится в поле. Тогда, какое бы поле ни было в окрестности шара, оно практически останется равным \mathbf{E}_0 на большом расстоянии. Таков смысл выражения «внести шар в однородное поле». В окрестности шара полное поле \mathbf{E} не является однородным. Оно

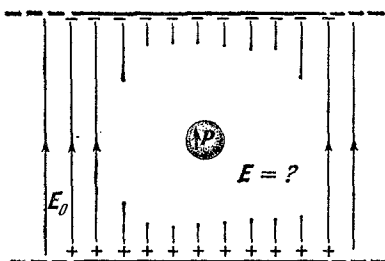


Рис. 9.28. Источники поля \mathbf{E}_0 остаются неподвижными. В диэлектрическом шаре возникает поляризация \mathbf{P} . Полное поле \mathbf{E} является суперпозицией поля \mathbf{E}_0 и поля этого поляризованного шара.

представляет собой сумму однородного поля \mathbf{E}_0 удаленных источников и поля \mathbf{E}' , созданного самим поляризованным веществом:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}'. \quad (45)$$

Поле \mathbf{E}' зависит от поляризации \mathbf{P} диэлектрика, которая в свою очередь зависит от величины поля \mathbf{E} внутри шара:

$$\mathbf{P} = \chi_e \mathbf{E} = \frac{\epsilon - 1}{4\pi} \mathbf{E}. \quad (46)$$

Однако нам неизвестно, чему равно полное поле \mathbf{E} ; мы знаем только, что уравнение (46) должно быть справедливо в любой точке внутри шара. Если шар поляризован однородно (предположение, которое должно быть подтверждено нашими результатами), то соотношение между поляризацией шара и его собственным полем \mathbf{E}' , во всех точках внутри, уже дано уравнением (43).

(В уравнении (43) мы обозначали это поле через \mathbf{E} ; там оно было единственным полем.)

$$\mathbf{E}'_{\text{внутр}} = - \frac{4\pi\mathbf{P}}{3}. \quad (47)$$

Теперь у нас достаточно уравнений, чтобы исключить \mathbf{P} и \mathbf{E}' и получить соотношение, связывающее \mathbf{E} и \mathbf{E}_0 .

Пользуясь уравнениями (45) — (47), получим

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 - \frac{4\pi\mathbf{P}}{3} = \mathbf{E}_0 - \frac{\varepsilon - 1}{3} \mathbf{E}. \quad (48)$$

Решая это уравнение относительно \mathbf{E} , получим

$$\mathbf{E} = \left(\frac{3}{2 + \varepsilon} \right) \mathbf{E}_0. \quad (49)$$

Поскольку ε больше единицы, множитель $3/(2 + \varepsilon)$ будет меньше единицы; поле внутри диэлектрика слабее поля \mathbf{E}_0 . Плотность поляризации равна

$$\mathbf{P} = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \mathbf{E} = \frac{3}{4\pi} \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right) \mathbf{E}_0. \quad (50)$$

Предполагавшуюся ранее однородность поляризации можно теперь считать очевидной*). Для вычисления полного поля \mathbf{E} вне шара мы должны взять векторную сумму \mathbf{E}_0 и поля центрального диполя с дипольным моментом, равным \mathbf{P} , умноженным на объем шара. Некоторые силовые линии поля \mathbf{E} как внутри, так и снаружи шара из диэлектрика изображены на рис. 9.29.

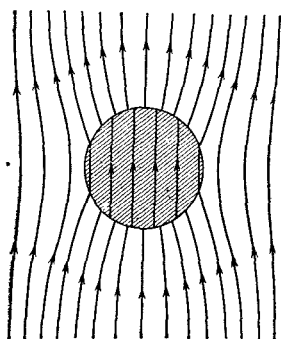


Рис. 9.29. Полное поле \mathbf{E} внутри и снаружи шара из диэлектрика.

9.12. Поле заряда в диэлектрике и теорема Гаусса

Предположим, что в очень большом объеме однородного диэлектрика расположен концентрированный заряд Q , не являющийся частью молекулярной структуры диэлектрика. Вообразим, например, что в сосуд с маслом погружен маленький маталлический заряженный шар. Как уже было сказано, электрическое поле в масле равно просто произведению $1/\varepsilon$ на поле, создаваемое зарядом Q в вакууме:

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{\varepsilon r^2}. \quad (51)$$

Интересно посмотреть, что дает в этом случае теорема Гаусса. Поверхностный интеграл от поля \mathbf{E} (вспомните, что это поле

*) Вот почему с такой системой легко работать. Для диэлектрического цилиндра конечной длины, находящегося в однородном электрическом поле, это предположение несправедливо. Поле \mathbf{E}' однородно поляризованного цилиндра, например, с длиной, приблизительно равной его диаметру, не является однородным внутри цилиндра. (Каким оно должно быть?) Следовательно, поле $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}'$ неоднородно, но в этом случае и поляризация $\mathbf{P} = \chi_e \mathbf{E}$ не может быть однородной. Действительно, однородная поляризация в однородном поле достигается только в диэлектриках эллипсоидальной формы, шар представляет собой частный случай такой формы.