

в знаменателе уравнения (72) и электрическая восприимчивость будет равна

$$\chi_e = N\alpha. \quad (73)$$

Такой результат мы получили бы, забыв о влиянии диполей друг на друга. Он вполне приемлем для газов нормальной плотности, где член $4\pi N\alpha/3$ имеет порядок 10^{-3} . В таких веществах геометрическое расположение атомов несущественно, — значение имеет только их число в кубическом сантиметре. Таким образом, при точном измерении диэлектрической постоянной газа при низком давлении можно определить атомную поляризуемость, не опасаясь осложнений, возникающих из-за взаимного влияния диполей. Для проверки теоретической формулы (72) можно использовать результаты измерений более плотного состояния того же вещества *).

Член $-4\pi N\alpha/3$ в знаменателе уравнения (72) отражает взаимодействие поляризованных атомов в кристалле. Очевидно, что взаимодействие атомов *увеличивает* поляризацию по сравнению с той, которая была бы без него. При серьезном подходе к этой математической формуле открывается удивительная возможность. Что, если $N\alpha$ будет столь велико, что член $4\pi N\alpha/3$ станет равен или больше единицы! Получается, что восприимчивость χ_e будет бесконечно большой, что означает поляризацию в нулевом поле. Это кажется бессмыслицей, но в действительности это не так. Некоторые известные кристаллы обладают самопроизвольной электрической поляризацией. Однако такое явление означает нечто большее, чем индуцированную поляризацию, поэтому наша теория здесь неприменима. Действительно, для того чтобы член $4\pi N\alpha/3$ стал близок к единице, расположение атомов должно быть настолько плотным, что наши приближения вообще непригодны (см. задачу 9.30).

9.14. Изменение энергии при поляризации

Чтобы зарядить конденсатор до разности потенциалов V , нужно совершить работу, равную $\frac{1}{2} CV^2$. Такое же количество энергии можно получить от конденсатора, разряжая его через внешнюю цепь. Эта энергия была запасена в заряженном конденсаторе. В гл. 2 было показано, что энергию, запасенную в любой электростатической системе, можно вычислить, считая, что энергия электрического поля равна $E^2/8\pi$ эрг/см³. Так как величина поля E в воздушном конденсаторе с параллельными пластинами с площадью пластины, равной A , равна V/t , где t — расстояние между пластинами, то $(E^2/8\pi) \times \text{объем} = V^2 A/8\pi t = CV^2/2$.

* Можно показать, что соотношение (72) справедливо не только для кристаллов с кубической симметрией, но также и для газов, расположение атомов которых в пространстве является случайным. Лучшее экспериментальное подтверждение этого предположения следует из измерений диэлектрических постоянных газов при сравнительно большой плотности и высоком давлении (см. задачу 9.28).

Если конденсатор заполнен диэлектриком с диэлектрической постоянной ϵ и заряжен до той же разности потенциалов V , то произведенная работа будет больше на множитель ϵ , так как емкость C увеличилась. Однако величина E остается неизменной. Следовательно, энергия, связанная с единицей объема в диэлектрике, равна не $E^2/8\pi$, а $\epsilon E^2/8\pi$. Это положение можно обобщить для любых электростатических систем. Вместо уравнения (2.36) мы теперь имеем

$$\text{Энергия} = \frac{1}{8\pi} \int \epsilon E^2 dv. \quad (74)$$

Каким образом запасается «дополнительная» энергия? Рассмотрим изолированную поляризуемую молекулу, к которой можно приложить электрическое поле. На рис. 9.34 эта молекула представлена в виде двух зарядов, прикрепленных к концам упругой пружины. Дипольный момент p молекулы является вектором величины qs . Поле E создается какими-то внешними источниками, например пластинами и батареей, изображенными на рисунке. Предположим, что в присутствии поля E заряды переместятся в противоположные стороны на расстояние ds ; при этом величина дипольного момента изменится от qs до $q(s+ds)$. Движение зарядов в направлении поля E эквивалентно перемещению заряда $+q$ на расстояние ds . (Не имеет значения, движется один конец или оба.)

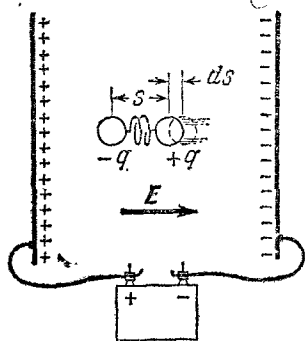


Рис. 9.34. Поляризуемая молекула напоминает два заряда, соединенных упругой пружиной. В поле E пружина растянута.

Следовательно, над молекулой была совершена работа, равная $Eq ds$. Единственным поставщиком этой работы является источник поля — на рис. 9.34 батарея, поддерживающая постоянную разность потенциалов между пластинами. Если работу, совершенную над молекулой, обозначить через dW , то

$$dW = Eq ds = E \cdot dp. \quad (75)$$

Запасенная энергия, соответствующая этой работе, может быть обнаружена в двух местах, а именно в сильно растянутой упругой пружине и электрическом поле самого молекулярного диполя, который теперь обладает большим количеством полной энергии за счет увеличения расстояния между двумя зарядами. В реальной молекуле такого разделения сделать нельзя.

Вся энергия обусловлена структурой молекулы, и если бы мы могли заглянуть в эту динамическую структуру, то обнаружили бы, что полная энергия состоит из электростатической потенциальной энергии и кинетической энергии движения электрона. Дело обстоит так: работа, совершенная над молекулой для изменения ее поля-

ризации $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{p}$, увеличивает на такую же величину энергию, заключенную в самой молекуле.

Посмотрим, какое количество энергии, запасенной в диэлектрике, можно объяснить таким образом. Если в единице объема находится N молекул, то поляризация $\mathbf{P} = N\mathbf{p}$. Если \mathbf{P} меняется на величину $d\mathbf{P}$, то произведение $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{P}$ представляет собой увеличение внутренней энергии молекул в 1 см^3 . Но так как $\mathbf{P} = (\epsilon - 1) \mathbf{E} / 4\pi$, то

$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{P} = \frac{1}{4\pi} (\epsilon - 1) \mathbf{E} \cdot d\mathbf{E} = \frac{1}{8\pi} (\epsilon - 1) d(E^2). \quad (76)$$

Следовательно, из $\epsilon E^2 / 8\pi \text{ эрг}$, которые были запасены в диэлектрике, $(\epsilon - 1) E^2 / 8\pi$ можно отнести за счет увеличенной внутренней энергии поляризованных молекул. Остаток $E^2 / 8\pi$ является энергией, запасенной в поле вакуума.

9.15. Диэлектрики, состоящие из полярных молекул

Молекулы с собственными дипольными моментами, называемые полярными молекулами, стремятся расположиться в электрическом поле так, чтобы векторы их дипольных моментов совпали по направлению с \mathbf{E} . Подходящей механической моделью таких молекул являются не два заряда на концах пружины, а стержень с двумя зарядами, прикрепленными к его концам (рис. 9.35). Если такой стержень образует угол θ с направлением поля, то на него действует вращающий момент, равный $E qs \sin \theta$. Работа, совершенная на угловом перемещении $d\theta$, равна (вращающий момент \times угловое перемещение), или $E qs \sin \theta d\theta$. Ее можно также выразить через векторный дипольный момент \mathbf{p} с модулем qs и приращение $d\mathbf{p}$, возникающее в результате поворота молекулы на угол $d\theta$. Из графика ясно, что модуль $d\mathbf{p}$ равен $p d\theta$, а направление его таково, что $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{p} = E dp \sin \theta$.

Таким образом, $dW = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{p}$; как и следовало ожидать, это согласуется с уравнением (75).

Если изолированная полярная молекула в момент включения электрического поля \mathbf{E} занимает положение, указанное на рис. 9.35, то она начнет поворачиваться, стремясь расположиться параллельно полю, но, пройдя положение равновесия, будет продолжать колебаться подобно маятнику, поскольку сообщенная ей энергия больше ни на что не расходуется. Реальная молекула, однако, окружена другими молекулами и может обмениваться с ними энергией. Это создает «трение», способствующее затуханию колебаний. По-видимому, такое явление присуще всем полярным молекулам вещества,

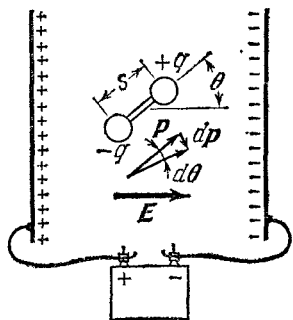


Рис. 9.35. Полярная молекула похожа на два заряда, прикрепленных к концам стержня. Поле \mathbf{E} приводит к появлению на молекуле вращающего момента.