к *квадрупольному моменту* распределения, следующий коэффициент — к *октупольному моменту* и т. д.*).

Описание распределения зарядов с помощью такой иерархии моментов удобно тем, что помогает выделить как раз те особенности распределения зарядов, которые определяют поле на большом расстоянии. Если бы нас интересовало только поле в непосредственной близости от распределения, то такое описание было бы бесполезным. Для нашей основной задачи, т. е. для понимания того, что происходит в диэлектрике, имеет значение только величина монопольного (полного заряда) и дипольного моментов молекул. Все другие моменты можно игнорировать. Если молекулы, образующие наше вещество, нейтральны, мы можем ограничиться рассмотрением только дипольных моментов.

9.3. Потенциал и поле диполя

Вклад диполя в потенциал в точке A, находящейся на расстоянии r от начала координат, дается выражением $(1/r^2)\int r' \cos\theta\, \rho\, dv'$. Вместо величины $r'\cos\theta$, являющейся проекцией $\mathbf{r}'$ на направление к точке A, можно написать $\hat{\mathbf{r}}\cdot\mathbf{r}'$. Таким образом, выражение для потенциала, без ссылки на произвольную ось z, будет иметь вид

$$\varphi_A = \frac{1}{r^2}\int \hat{\mathbf{r}}\cdot\mathbf{r}'\rho\, dv' = \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2}\cdot\int \mathbf{r}'\rho\, dv'. \qquad (9)$$

Это выражение дает величину потенциала в любой точке. Интеграл в уравнении (9) является *дипольным моментом* распределения зарядов. Он представляет собой вектор, имеющий размерность заряда, умноженного на расстояние. Обозначим вектор дипольного момента через $\mathbf{p}$:

$$\mathbf{p} = \int \mathbf{r}'\rho\, dv'. \qquad (10)$$

С помощью вектора дипольного момента $\mathbf{p}$ уравнение (9) можно записать так:

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{\hat{\mathbf{r}}\cdot\mathbf{p}}{r^2}. \qquad (11)$$

Электрическое поле равно градиенту этого потенциала, взятому со знаком минус. Чтобы выяснить, что представляет собой поле диполя, расположим диполь $\mathbf{p}$ в начале координат и направим его

*) Можно показать, что разложение источника на различные мультиполи однозначно определяет распределение зарядов. Другими словами, если нам известны силы всех мультиполей, мы можем «в принципе» получить $\rho(x', y', z')$. Квадрупольный момент и моменты высших порядков не являются векторами, а представляют собой более сложные образования.

по оси z (рис. 9.5). При таком расположении диполя

$$\varphi = \frac{p \cos \theta}{r^2}. \tag{12}$$

Потенциал и поле, конечно, симметричны относительно оси z. Рассмотрим плоскость xz, где $\cos\theta = z/(x^2+z^2)^{1/2}$. В этой плоскости

$$\varphi = \frac{pz}{(x^2+z^2)^{3/2}}. \tag{13}$$

Отсюда легко получить следующие компоненты электрического поля:

$$\left.\begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{3pxz}{(x^2+z^2)^{5/2}} = \frac{3p \sin\theta\cos\theta}{r^3}, \\ E_z &= -\frac{\partial\varphi}{\partial z} = p\left[\frac{3z^2}{(x^2+z^2)^{5/2}} - \frac{1}{(x^2+z^2)^{3/2}}\right] = \frac{p(3\cos^2\theta - 1)}{r^3}. \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Величина электрического поля диполя в любом направлении падает как $1/r^3$, что и следовало ожидать. Вдоль оси z поле

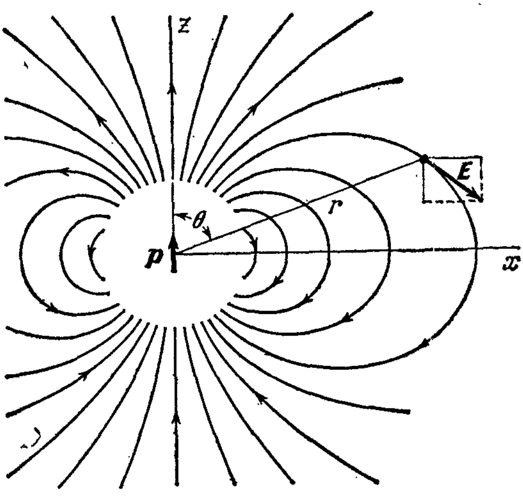

Рис. 9.5. Электрическое поле диполя, изображенное в виде силовых линий $\left(\varphi = \frac{p\cos\theta}{r^2},\quad E_x = \frac{3p\sin\theta\cos\theta}{r^3},\quad E_z = \frac{p(3\cos^2\theta - 1)}{r^3}\right)$.

параллельно дипольному моменту **p** и равно $2p/r^3$. В экваториальной плоскости поле антипараллельно **p** и равно $-p/r^3$.

Поле диполя напоминает нам о другом поле, с которым мы уже встречались. Вспомним точечный заряд над проводящей плоскостью с ее «мнимым зарядом».

Самым простым распределением зарядов, имеющим дипольный момент, является, вероятно, пара точечных зарядов $+q$ и $-q$, разделенных расстоянием s. Для системы точечных зарядов интеграл (10) превращается в сумму. Дипольный момент нашей пары точечных зарядов равен qs и направлен от отрицательного заряда к положительному. На рис. 9.6 изображено поле этой пары зарядов в основном с целью показать, что поле вблизи зарядов не является полем диполя. Это распределение зарядов имеет много мультипольных

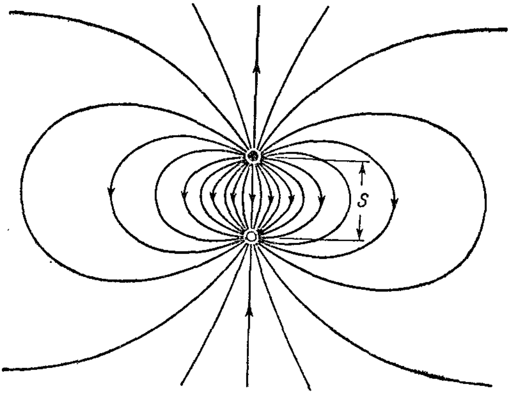

Рис. 9.6. Электрическое поле пары равных и противоположных по знаку точечных зарядов соответствует полю диполя для расстояний, больших по сравнению с расстоянием s между зарядами.

моментов, даже бесконечно много, так что полем диполя можно считать только «дальнее поле» на расстояниях $r \gg s$.

Для получения поля диполя в начале координат мы должны s стремить к нулю, а q бесконечно увеличивать, чтобы произведение $p=qs$ оставалось конечным. Эта в высшей степени странная абстракция не представляет интереса. Мы понимаем, что распределение молекулярных зарядов создает весьма сложное поле вблизи молекулы, так что представить эти поля в любом случае не легко. К счастью, нам это и не потребуется.

9.4. Вращающий момент и сила, действующая на диполь во внешнем поле

Предположим, что два заряда $+q$ и $-q$ механически соединены таким образом, что расстояние между зарядами s остается неизменным. Можно представить себе заряды прикрепленными к концам короткого непроводящего стержня длиной s. Назовем этот объект диполем. Его дипольный момент p равен просто qs.

Поместим диполь во внешнее электрическое поле, т. е. в поле любого другого источника. Поле самого диполя нас пока не интересует. Рассмотрим сначала однородное электрическое поле на рис. 9.7, *а*. К концам диполя приложены силы, равные Eq, которые тянут его положительный конец вправо, а отрицательный — влево.