

разделенных расстоянием s . Для системы точечных зарядов интеграл (10) превращается в сумму. Дипольный момент нашей пары точечных зарядов равен qs и направлен от отрицательного заряда к положительному. На рис. 9.6 изображено поле этой пары зарядов в основном с целью показать, что поле вблизи зарядов не является полем диполя. Это распределение зарядов имеет много мультипольных

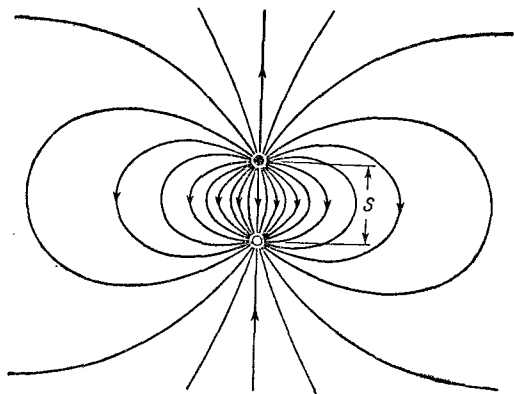


Рис. 9.6. Электрическое поле пары равных и противоположных по знаку точечных зарядов соответствует полю диполя для расстояний, больших по сравнению с расстоянием s между зарядами.

моментов, даже бесконечно много, так что полем диполя можно считать только «дальнее поле» на расстояниях $r \gg s$.

Для получения поля диполя в начале координат мы должны s стремиться к нулю, а q бесконечно увеличивать, чтобы произведение $p = qs$ оставалось конечным. Эта в высшей степени странная абстракция не представляет интереса. Мы понимаем, что распределение молекулярных зарядов создает весьма сложное поле вблизи молекулы, так что представить эти поля в любом случае не легко. К счастью, нам это и не потребуется.

9.4. Вращающий момент и сила, действующая на диполь во внешнем поле

Предположим, что два заряда $+q$ и $-q$ механически соединены таким образом, что расстояние между зарядами s остается неизменным. Можно представить себе заряды прикрепленными к концам короткого непроводящего стержня длиной s . Назовем этот объект диполем. Его дипольный момент p равен просто qs .

Поместим диполь во внешнее электрическое поле, т. е. в поле любого другого источника. Поле самого диполя нас пока не интересует. Рассмотрим сначала однородное электрическое поле на рис. 9.7, а. К концам диполя приложены силы, равные Eq , которые тянут его положительный конец вправо, а отрицательный — влево.

Полная сила, действующая на диполь, и вращающий момент в этом положении равны нулю. К диполю, повернутому на некоторый угол θ по отношению к направлению поля (рис. 9.7, б), очевидно, приложен вращающий момент. В общем случае, если сила \mathbf{F} приложена на расстоянии \mathbf{r} от данной точки, вращающий момент равен $\mathbf{N} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ (т. I, гл. 6). Располагая начало координат в центре диполя, так что $r = s/2$, получим

$$\mathbf{N} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}_+ + (-\mathbf{r}) \times \mathbf{F}_-, \quad (15)$$

где \mathbf{N} — это вектор, перпендикулярный к рисунку, его величина равна

$$\begin{aligned} N &= \frac{s}{2} Eq \sin \theta + \frac{s}{2} Eq \sin \theta = \\ &= sqE \sin \theta = pE \sin \theta. \end{aligned} \quad (16)$$

Это выражение может быть записано короче:

$$\mathbf{N} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}. \quad (17)$$

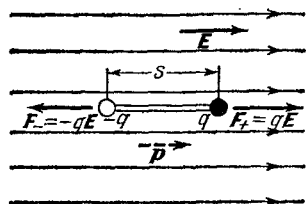
Ориентация диполя на рис. 9.7, а соответствует минимальной энергии. Для поворота диполя в любое другое положение необходимо затратить работу. Вычислим работу, требуемую для поворота диполя из положения, параллельного полю, на некоторый угол θ_0 , как показано на рис. 9.7, в. Поворот на бесконечно малый угол $d\theta$ требует количества работы $N d\theta$. Следовательно, полная затраченная работа равна

$$\int_0^{\theta_0} N d\theta = \int_0^{\theta_0} pE \sin \theta d\theta = pE (1 - \cos \theta_0). \quad (18)$$

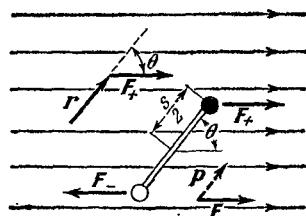
Для того чтобы повернуть диполь на $\theta_0 = \pi$, требуется работа, равная $2pE$.

Полная сила, действующая на диполь в любом однородном поле, равна,

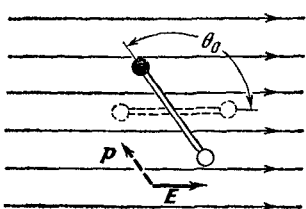
очевидно, нулю независимо от ориентации диполя. В неоднородном поле силы, приложенные к двум концам диполя, не будут совершенно одинаковыми и противоположно направленными, поэтому будет существовать некоторая полная сила, действующая на диполь. Простым примером является диполь в поле точечного заряда Q . Когда диполь направлен по радиусу, как на рис. 9.8, а, положительным концом к положительному заряду Q , то полная



а)



б)



в)

Рис. 9.7. а) Диполь в однородном поле. б) Вращающий момент, действующий на диполь, $\mathbf{N} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$; \mathbf{N} — это вектор, направленный перпендикулярно к плоскости рисунка («от нас»). в) Работа, затраченная на поворот диполя из положения, параллельного полю, в положение, показанное на рисунке, равна $pE(1 - \cos \theta_0)$.

сила направлена от заряда и величина ее равна

$$F = (q) \frac{Q}{r^2} + (-q) \frac{Q}{(r+s)^2}. \quad (19)$$

Для $s \ll r$ нам достаточно вычислить ее с точностью до первого порядка относительно s/r , что и делается следующим образом:

$$F = \frac{qQ}{r^2} \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{r}\right)^2} \right] \approx \frac{qQ}{r^2} \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{2s}{r}} \right] \approx \frac{2sqQ}{r^3}. \quad (20)$$

Сила, выраженная через дипольный момент p , равна просто

$$F = \frac{2pQ}{r^3}. \quad (21)$$

На диполь, расположенный под прямым углом к полю, как на рис. 9.8, б, также действует сила. В данном случае силы приложены к двум концам диполя и, хотя они равны по величине, они не точно противоположны по направлению.

Нетрудно вывести общую формулу для силы, действующей на диполь в неоднородном электрическом поле. Сила существенно зависит от градиентов различных компонент поля. В общем случае x -компонента силы, действующей на диполь с моментом p , равна

$$F_x = p \cdot \text{grad } E_x. \quad (22)$$

Можно написать соответствующие формулы для F_y и F_z .

9.5. Атомные и молекулярные диполи; индуцированные дипольные моменты

Изучая распределения зарядов в атоме или молекуле, мы используем классические понятия для описания системы, которая в действительности является квантовомеханической. Кроме того, мы считаем статической систему, в которой частицы в действительности находятся в непрерывном движении. Позднее, в т. IV, мы увидим, что квантовая механика не опровергает, а, наоборот, поддерживает и подтверждает картину, которую мы собираемся нарисовать.

Рассмотрим самый простой атом — атом водорода, состоящий из ядра и одного электрона. Представим себе, как это было сделано в первой модели атома, разработанной Нильсом Бором, что отри-

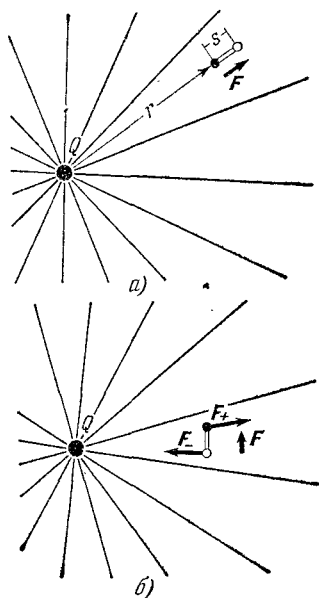


Рис. 9.8. Сила, действующая на диполь в неоднородном поле. а) Результирующая сила, действующая на диполь, направлена по радиусу. б) Результирующая сила, действующая на диполь, направлена вверх.