

сила направлена от заряда и величина ее равна

$$F = (q) \frac{Q}{r^2} + (-q) \frac{Q}{(r+s)^2}. \quad (19)$$

Для $s \ll r$ нам достаточно вычислить ее с точностью до первого порядка относительно s/r , что и делается следующим образом:

$$F = \frac{qQ}{r^2} \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{r}\right)^2} \right] \approx \frac{qQ}{r^2} \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{2s}{r}} \right] \approx \frac{2sqQ}{r^3}. \quad (20)$$

Сила, выраженная через дипольный момент p , равна просто

$$F = \frac{2pQ}{r^3}. \quad (21)$$

На диполь, расположенный под прямым углом к полю, как на рис. 9.8, б, также действует сила. В данном случае силы приложены к двум концам диполя и, хотя они равны по величине, они не точно противоположны по направлению.

Нетрудно вывести общую формулу для силы, действующей на диполь в неоднородном электрическом поле. Сила существенно зависит от градиентов различных компонент поля. В общем случае x -компонента силы, действующей на диполь с моментом p , равна

$$F_x = p \cdot \text{grad } E_x. \quad (22)$$

Можно написать соответствующие формулы для F_y и F_z .

9.5. Атомные и молекулярные диполи; индуцированные дипольные моменты

Изучая распределения зарядов в атоме или молекуле, мы используем классические понятия для описания системы, которая в действительности является квантовомеханической. Кроме того, мы считаем статической систему, в которой частицы в действительности находятся в непрерывном движении. Позднее, в т. IV, мы увидим, что квантовая механика не опровергает, а, наоборот, поддерживает и подтверждает картину, которую мы собираемся нарисовать.

Рассмотрим самый простой атом — атом водорода, состоящий из ядра и одного электрона. Представим себе, как это было сделано в первой модели атома, разработанной Нильсом Бором, что отри-

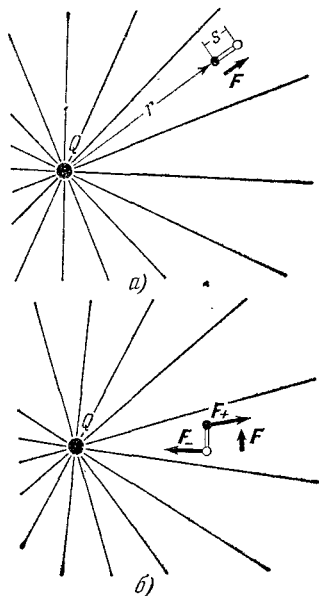


Рис. 9.8. Сила, действующая на диполь в неоднородном поле. а) Результирующая сила, действующая на диполь, направлена по радиусу. б) Результирующая сила, действующая на диполь, направлена вверх.

пательно заряженный электрон вращается вокруг положительного ядра, подобно вращению планеты вокруг Солнца. Мы приходим тогда к заключению, что атом имеет в любой момент времени электрический дипольный момент. Вектор дипольного момента \mathbf{p} направлен параллельно радиусу-вектору электрон — протон и равен заряду e , умноженному на расстояние между электроном и протоном. Направление этого вектора при движении электрона по орбите непрерывно и быстро меняется. Очевидно, что среднее по времени значение \mathbf{p} для круговой орбиты будет равно нулю. Следует, однако, ожидать, что периодически меняющиеся компоненты дипольного момента вызовут быстрые колебания электрического поля и создадут электромагнитное излучение. Отсутствие такого излучения в нормальном атоме водорода было одним из величайших парадоксов начального периода квантовой физики.

Современная квантовая механика говорит нам, что атом водорода в состоянии с наименьшей энергией (обычное состояние большинства атомов водорода во Вселенной) следует представлять себе как сферически симметричное образование, в котором электронный заряд распределен в среднем по времени в виде облака, окружающего ядро. Ничто не вращается и не колеблется. Если бы мы могли сделать моментальный снимок с временем экспозиции меньше 10^{-16} сек, то нам удалось бы различить электрон, расположенный на некотором расстоянии от ядра. Но для более продолжительных процессов имеет место непрерывное распределение окружающего ядро отрицательного заряда, простирающееся во всех направлениях с равномерно уменьшающейся плотностью. Полный заряд в таком распределении равен $-e$, т. е. заряду электрона. Примерно половина заряда расположена в сфере с радиусом $0,5 \text{ \AA}$ ($0,5 \cdot 10^{-8} \text{ см}$). Плотность убывает экспоненциально; сфера с радиусом, равным только $2,2 \text{ \AA}$, содержит 99% заряда.

Подобное представление пригодно и для других атомов и молекул. При этом ядра в молекулах можно считать точечными зарядами. Их размеры слишком малы, чтобы это как-то сказалось на наших рассуждениях.

Электронную структуру молекулы в целом можно представить в виде облака отрицательного заряда с непрерывно меняющейся плотностью. Форма этого облака и изменение плотности заряда в нем будут, конечно, различными для разных молекул. Но по краям облака плотность будет всегда экспоненциально уменьшаться, так что имеет смысл говорить о размерах и форме молекулярного распределения зарядов. На рис. 9.9 показано распределение зарядов в обыкновенном атоме водорода. Оно представляет собой поперечное сечение сферически симметричного облака с плотностью, пропорциональной степени почернения. Очевидно, что дипольный момент такого распределения равен нулю. Это справедливо для любого атома в состоянии наименьшей энергии, независимо от количества содержащихся в нем электронов, так как во всех таких состояниях распределение электронов обладает сферической симметрией. Это

справедливо также для любого ионизованного атома, несмотря на то, что ион, конечно, имеет «монопольный момент», т. е. его полный заряд не равен нулю.

До сих пор мы не узнали ничего особенно интересного. Поместим теперь атом водорода в электрическое поле, созданное каким-нибудь внешним источником, как на рис. 9.10. Электрическое поле деформирует атом, перемещая отрицательные заряды вниз, а положительное ядро вверх. Деформированный атом будет иметь электрический дипольный момент, потому что «центры тяжести» положительного и отрицательного зарядов больше не совпадают.

Мы можем воспользоваться определенной моделью атома водорода для оценки порядка величины ожидаемой деформации. Предположим, что при отсутствии электрического поля отрицательный электрический заряд e распределен с постоянной плотностью в сфере

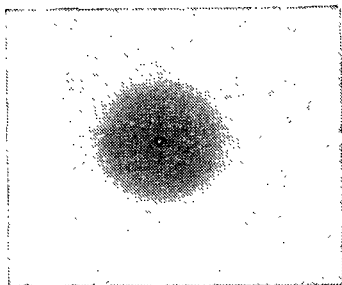


Рис. 9.9. Среднее по времени распределение зарядов в атоме водорода. Затемнение соответствует плотности распределения заряда электрона.

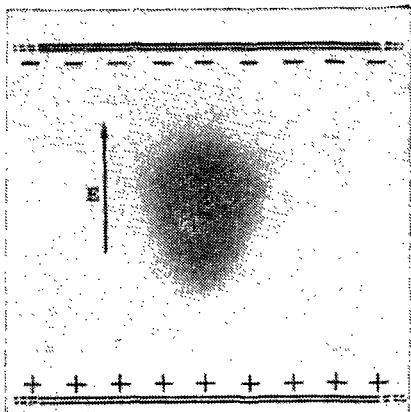


Рис. 9.10. В электрическое поле отрицательный заряд увлекается в одну сторону, а положительное ядро в другую. После установления равновесия форма атома оказывается несколько искаженной.

радиусом a , вне которой он равен нулю. На рис. 9.11 показана грубая модель действительного распределения, изображенного на рис. 9.9. Предположим, что в поле E этот отрицательный заряд сохраняет форму шара и свою плотность и только смещается относительно ядра, так что ядро оказывается на некотором расстоянии b от центра сферы (рис. 9.12). В состоянии равновесия сила, обусловленная присутствием электрического поля E , равная eE и заставляющая ядро смещаться вверх, должна быть уравновешена силой притяжения, вызванной облаком отрицательного заряда и направленной вниз. Эта сила тянет ядро к центру облака заряда. Для определения ее величины вспомним, что электрическое поле внутри сферического распределения зарядов в точке, удаленной на b см от центра, создается зарядом, находящимся внутри сферы радиусом b . В нашем случае величина заряда внутри сферы радиусом b равна

$(b/a)^3 e$, так как e представляет собой величину заряда внутри сферы радиусом a . Следовательно, в месте расположения ядра поле, создаваемое электронным облаком, равно $(1/b^2)e(b/a)^3$, или eb/a^3 . Принимая эту величину поля равной величине приложенного поля E , мы получим условие равновесия:

$$E = \frac{eb}{a^3}, \quad \text{откуда} \quad b = \frac{a^3 E}{e}. \quad (23)$$

Для простоты примем радиус a равным 1 \AA , или 10^{-8} см . Мы утверждали, что в сфере с таким радиусом в действительном распределении оказывается большая часть заряда. Величину E примем равной 100 ед. СГСЭ v/cm , т. е. 30 000 v/cm . Для полей, доступных в лабораторных условиях, это довольно сильное поле.

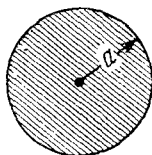


Рис. 9.11. Приближенная модель атома водорода. Отрицательный заряд с равномерной плотностью заполняет сферу радиусом a , с центром в ядре.

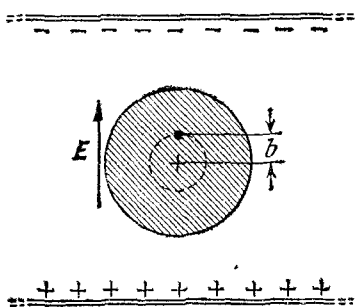


Рис. 9.12. Равновесие во внешнем поле: ядро и центр сферического шара отрицательного заряда смещены на расстояние b .

Подставляя в уравнение (23) эти значения a и E , получим для величины b значение, равное $2 \cdot 10^{-13} \text{ см}$. Мы видим, что деформация атома весьма невелика. Смещение составляет около 10^{-5} от радиуса атома, оно немного больше радиуса ядра. Результирующий электрический момент диполя равен eb , так что выражение, связывающее дипольный момент и величину поля в этой модели, имеет вид

$$p = eb = a^3 E. \quad (24)$$

Вектор дипольного момента направлен вверх, т. е. совпадает по направлению с электрическим полем.

Обратите внимание, что дипольный момент просто пропорционален величине приложенного поля. Можно ожидать, что это будет справедливо и для реального атома, по крайней мере при малых деформациях, и наши вычисления показывают, что умеренные лабораторные поля деформируют атом весьма мало. Таким способом можно поляризовать любой атом. При этом мы говорим, что дипольный момент индуцируется электрическим полем E . В каждом конкретном случае оказывается, что момент p пропорционален полю E :

$$p = \alpha E. \quad (25)$$

Постоянная α является характеристикой атома и называется *атомной поляризуемостью*.

Для нашей модели атома водорода поляризуемость α равна a^3 . Заметьте, что α имеет размерность объема. Точное квантово-механическое вычисление поляризуемости атома водорода дает $\alpha = (9/2) a_0^3$, где a_0 представляет собой «боровский радиус», равный $0,52 \cdot 10^{-8}$ см и характеризующий протяженность атома H в его нормальном состоянии. В табл. 9.2 приведены экспериментально определенные атомные поляризуемости некоторых атомов.

Таблица 9.2

Атомная поляризуемость в единицах 10^{-24} см³

Элемент	H	He	Li	Be	C	Ne	Na	Ar	K
α	0,66	0,21	12	9,3	1,5	0,4	27	1,6	34

Приведенные в таблице атомы расположены в порядке возрастания числа электронов. Обратите внимание на широкий диапазон значений α . Если вы знакомы с периодической таблицей элементов, вы можете заметить некоторую закономерность в приведенных данных. Водород и щелочные металлы — литий, натрий и калий, которые расположены в первом столбце периодической таблицы, имеют большие значения α , которые увеличиваются с возрастанием атомного номера от водорода до калия. У благородных газов атомные поляризуемости гораздо меньше, но они также возрастают в пределах своего семейства — от гелия к неону, от неона к криптону. Очевидно, атомы щелочных металлов легко деформируются электрическим полем, в то время как электронная структура атома благородного газа является более жесткой. В структуре атома щелочного металла имеется слабо связанный, внешний, или «валентный», электрон, который и является причиной его легкой поляризуемости.

Когда молекулу помещают в электрическое поле, в ней также возникает индуцированный дипольный момент. Молекула метана, изображенная на рис. 9.13, состоит из четырех атомов водорода, расположенных по углам тетраэдра с атомом углерода в центре. Электрическая поляризуемость этой молекулы, определенная экспериментальным путем, равна

$$2,6 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3.$$

Интересно сравнить эту величину с суммой поляризуемостей атома углерода и четырех отдельных атомов водорода. Пользуясь

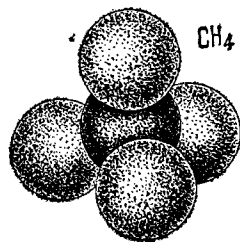


Рис. 9.13. Молекула метана, состоящая из четырех атомов водорода и одного атома углерода.

данными табл. 9.2, находим, что $\alpha_C + 4\alpha_H = 4,1 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3$. Очевидно, соединение атомов в молекулу как-то изменило электронную структуру. Измерения атомных и молекулярных поляризуемостей давно используются химиками для изучения структуры молекул.

9.6. Тензор поляризуемости

Молекулы являются, естественно, менее симметричными образованиями, чем атомы. Это увеличивает возможность возникновения индуцированного дипольного момента, не параллельного наводящему его электрическому полю. Рассмотрим молекулу двуокиси углерода. Это — линейная «сигароподобная» молекула; образующие ее атомы расположены так, как показано на рис. 9.14, а. Было

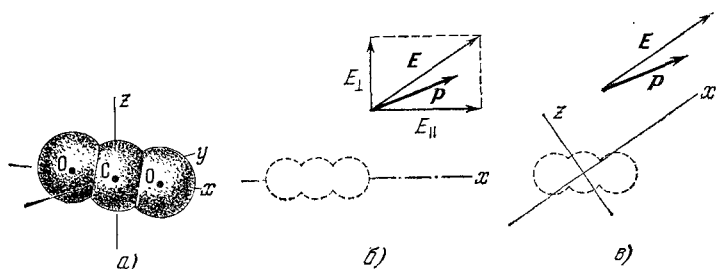


Рис. 9.14. а) Молекула двуокиси углерода поляризуется гораздо легче в направлении, параллельном ее длинной оси, чем перпендикулярно к ней. б) Это означает, что компонента приложенного поля E_{\parallel} действует более сильно, чем E_{\perp} . в) Таким образом, направление вектора индуцированной поляризации p не параллельно приложенному полю E .

бы удивительно, если бы такая электронная структура одинаково реагировала на продольную и поперечную деформации. Следует, в общем, ожидать, что электрическое поле, приложенное параллельно оси, вызовет индуцированный дипольный момент, отличный по величине от момента, индуцированного полем той же величины, приложенным под прямым углом к оси молекулы. Действительно, поляризуемость молекулы CO_2 равна $4,05 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3$ для поля, приложенного параллельно оси, и немного меньше половины этой величины для поперечного поля. Молекула имеет две поляризуемости, которые можно обозначить через α_{\parallel} и α_{\perp} . Что произойдет, если мы приложим поле в каком-либо другом направлении, как это показано на рис. 9.14, б? Результат легко предсказать. Поскольку мы имеем дело с линейным *) явлением (действие прямо пропорционально причине, вызывающей его), то справедлив принцип суперпозиции. Мы можем разложить поле E на компоненты, параллельную и перпендикулярную к оси молекулы: $E_{\parallel} = E \cos \theta$ и $E_{\perp} = E \sin \theta$. Можно представить себе эти компоненты при-

*) Мы имеем дело также с линейной молекулой (атомы расположены по прямой линии)! Слово «линейная» имеет, конечно, совершенно различные значения в этих двух случаях.