

ГЛАВА 1

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПРОСТЫХ СИСТЕМ

1.1. Введение

Окружающий нас мир полон движущихся объектов. Их движение, в широком смысле, можно разделить на два класса в зависимости от того, остается ли объект вблизи некоторого среднего положения или такого положения нет. Примерами движений первого класса являются колебания маятника, вибрация струны скрипки, колебания уровня воды в чашке, движение электронов в атомах, свет, многократно отражающийся от зеркал лазера. В качестве примеров движений второго класса можно указать на скольжение хоккейной шайбы, движение импульса по длинному тросу при дергании за конец троса, волны океана, катящиеся к берегу, пучок электронов в телевизионной трубке, луч света, испущенный звездой и принятый нашим глазом. Иногда одно и то же движение можно отнести к любому из этих классов в зависимости от точки зрения на явление: так, волны океана движутся к берегу, но вода (и утка, сидящая на поверхности) совершает движение вверх и вниз, а также вперед и назад относительно некоторого среднего положения. Точно так же импульс смещения бежит по канату, но вещество каната колеблется относительно среднего положения.

Мы начнем с колебаний. В главах 1 и 2 будут рассмотрены примеры свободного колебательного движения замкнутых систем, вызванного первоначальным внешним возбуждением. Такие колебания называются *свободными* или *собственными колебаниями*. Рассмотрение простых систем с одной или двумя степенями свободы (глава 1) явится основой для изучения свободных колебаний систем со многими степенями свободы (глава 2).

Мы увидим, что движение сложной системы, имеющей много движущихся элементов, может быть представлено суперпозицией более простых движений, происходящих одновременно и называемых *модами* *). Как бы ни была сложна система, мы найдем, что

*) См. сноску на стр. 31.

свойства каждой ее моды очень похожи на свойства простого гармонического осциллятора, и покажем, что для любой моды свободных колебаний системы сила, действующая на каждый движущийся элемент и отнесенная к единице смещения и единице массы, одна и та же и что все движущиеся элементы колеблются с одинаковой временной зависимостью $\cos(\omega t + \varphi)$, т. е. с одинаковой частотой ω и одинаковой фазовой постоянной φ .

Любая система, которую мы будем изучать, описывается некоторой физической величиной, чье отклонение от равновесного значения зависит от координат и времени. В случае механических примеров (пусть движущиеся элементы — точечные массы, на которые действуют возвращающие силы) такой физической величиной является смещение массы в точке с координатами x, y, z от положения равновесия. Смещение описывается вектором $\Psi(x, y, z, t)$. Иногда мы будем называть эту векторную функцию *волновой функцией*. Она является непрерывной функцией x, y и z только в том случае, когда движение соседних элементов почти повторяет движение данного элемента.

В случае электрических систем такой величиной является электрический ток в катушке или заряд на пластинах конденсатора. В других примерах это может быть электрическое поле $\mathbf{E}(x, y, z, t)$ или магнитное поле $\mathbf{B}(x, y, z, t)$. В последних двух случаях мы имеем дело с электромагнитными волнами.

1.2. Свободные колебания систем с одной степенью свободы

Мы начнем с рассмотрения колебаний относительно среднего положения. Если положение системы в любое время может быть описано единственным параметром, то система имеет одну степень

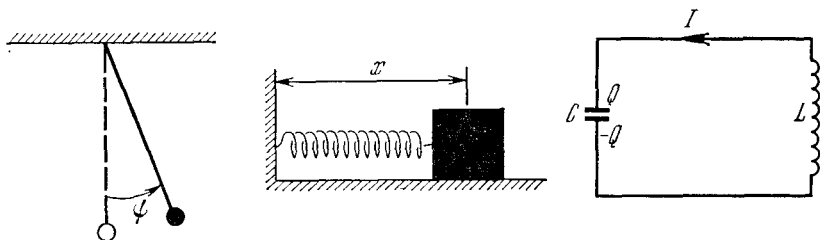


Рис. 1.1. Системы с одной степенью свободы.
Колебания маятника происходят в заданной плоскости.

свободы. Примеры таких систем: маятник, колеблющийся в заданной плоскости, масса, связанная с пружиной, LC -цепочка (рис. 1.1). Действительно, положение маятника может быть определено углом отклонения нити маятника от вертикали φ . Для LC -цепочки таким параметром может служить величина заряда на емкости. (Маятник, способный колебаться в любом направлении подобно гире, подвешенной на нити, имеет две степени свободы; нужны две координаты,