

## Задачи и домашние опыты

4.1. Конец струны в точке  $z=0$  под действием гармонической силы колеблется с частотой 10 гц и амплитудой 1 см. Второй конец струны находится достаточно далеко, т.е. система открыта (или нагружена на нагрузку, не дающую отражения). Фазовая скорость равна 5 м/сек. Напишите выражения для движения точек струны, расположенных на расстояниях  $z=325$  см и  $z=350$  см от выходных зажимов передатчика ( $z=0$ ).

4.2. Понятие фазовой скорости  $v_{\text{ф}}$  было введено при описании бегущих волн, для которых  $v_{\text{ф}}=\lambda\nu$ . Понятия длины волны  $\lambda$  и частоты  $\nu$  сохраняются и для стоячих волн. Поэтому мы можем найти фазовую скорость  $v_{\text{ф}}$ , рассматривая стоячие волны вместо бегущих.

а) Рояльная струна длиной 1 м имеет частоту первой моды (А440), равную 440 гц. Найдите фазовую скорость волны, бегущей по этой струне.

б) Покажите, что для струны скрипки или рояля, закрепленной на концах, период  $T$  первой моды определяется временем распространения импульса от одного конца струны к другому и обратно, если импульс распространяется с фазовой скоростью. Чему равны периоды более высоких мод?

в) Объясните результат, полученный в б), считая, что молоточек рояля ударяет струну у одного из концов и таким образом генерирует «волновой пакет» или «импульс», распространяющийся по струне с фазовой скоростью. Подумайте, как произвести фурье-анализ движения любой данной точки струны. Вспомните, что было сказано о фурье-анализе в главе 2.

г) Рассмотрим струну, закрепленную в точке  $z=0$  и свободную в точке  $z=L$ . Покажите, что период первой моды равен времени прохождения импульсом расстояния «туда — обратно» и опять «туда — обратно», т.е. расстояния  $4L$  с фазовой скоростью.

4.3. Предположим, что диаметр струны рояля [задача 4.2, часть а)] равен 1 мм и что струна сделана из стали, плотность которой  $7,9$  г/см<sup>3</sup>. Найдите натяжение в динах и кг.

О т в е т. Около 500 кг.

4.4. Опыт. Фазовая скорость волн в «пружине».

а) Измерьте фазовую скорость с помощью стоячих волн (см. задачу 4.2).

б) В ы ч и с л е н и я. Покажите «теоретически», что фазовая скорость для «пружины» (состоящей из фиксированного числа витков) пропорциональна ее длине. Если вы удвоите длину «пружины», растянув ее, то фазовая скорость возрастет в два раза.

в) Докажите это экспериментально с помощью стоячих волн.

г) Пошлите вдоль «пружины» короткий импульс или волновой пакет. В то же время заставьте «пружину» колебаться в самой низкой поперечной моде. Равно ли в этом случае время распространения импульса туда и обратно периоду самой низкой моды?

4.5. Опыт. Затухание в пучке резинок. Соберите пучок резинок длиной 60—100 см, связав вместе несколько резиновых нитей. Попробуйте показать, что фазовая скорость для продольных волн больше, чем для поперечных. Вы обнаружите, что продольные моды сильнее затухают. Расположите одну из резиновых нитей у губ. Неожиданно растяните ее. Подождите немного и затем ослабьте натяжение. Что говорят вам результаты этого опыта о затухании? Почему продольные моды затухают значительно сильнее поперечных? Как при таком большом затухании можно получить хорошие продольные колебания?

4.6. Опыт. Измерение скорости звука с помощью волновых пакетов. Рассмотрим два способа.

а) Для первого способа необходим помощник, который поджиг бы «хлопушку» примерно в километре от вас. Увидев вспышку света от разорвавшейся хлопушки, включите секундомер и остановите его, когда услышите звук взрыва. Измерьте шагами расстояние. Прделайте этот опыт для двух расстояний, отличающихся в два раза. Изобразите графически зависимость времени прихода звуковой волны от расстояния (по двум точкам). Пересекает ли прямая линия, проведенная через обе точки, начало координат? Если нет, то почему? Если линия не проходит через начало координат, можете ли вы тем не менее определить скорость?

б) Найдите школьный двор или площадку для игр, которые представляли бы собой широкое плоское пространство, ограниченное с одной стороны каким-либо строением, так чтобы можно было услышать чистое эхо, хлопая в ладоши на расстоянии примерно пятидесяти метров от стены. Время прохождения звуком расстояния туда и обратно будет порядка двух-трех десятых секунды. Его трудно измерить точно даже с помощью секундомера. Покажем, как это сделать с помощью обычных часов (с секундной стрелкой). Положите часы на землю, чтобы видеть их при хлопках. Начните ритмично хлопать; вначале медленно, прислушиваясь к хлопку и к эху. Увеличивайте темп до тех пор, пока эхо не будет приходить точно в момент хлопка. Такой темп может соответствовать примерно двум хлопкам в секунду. Поддерживайте его примерно на течение 10 сек, наблюдая за часами и одновременно считая хлопки. (Несколько минут у вас уйдет на практику.) Измерьте шагами расстояние до вертикальной стены, которая давала эхо. Теперь дело за арифметикой.

4.7. *Коаксиальная передающая линия.* Покажите, что погонная емкость  $C/a$  для коаксиальной передающей линии с радиусами внутреннего и внешнего проводников соответственно  $r_1$  и  $r_2$  и вакуумом между проводниками равна (в единицах СГСЭ, т. е. в см емкости, отнесенных к см длины линии)

$$\frac{C}{a} = \frac{1}{2 \ln(r_2/r_1)}.$$

Покажите, что погонная самоиндукция  $L/a$  равна (в ед. СГСЭ)

$$\frac{L}{a} = \frac{2}{c^2} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Чтобы получить величину  $C/a$ , воспользуйтесь тем, что  $Q=CV$ , и законом Гаусса (см. том II, п.3.5). Чтобы получить величину  $L/a$ , вспомните, что  $L=(1/c)\Phi/I$ , где  $\Phi$  — магнитный поток, образованный током  $I$  [см. том II, п.7.8, уравнения (7.53) и (7.54)].

4.8. *Передающая линия из параллельных проводов.* Начните с задачи 4.7, в которой может быть использована симметрия линии. В данной задаче такая симметрия отсутствует, но ее легко решить с помощью принципа суперпозиции. Вычислите вклад в поле от отдельного провода. Затем умножьте полученный результат на 2. Покажите, что  $C/a$  и  $L/a$  равны

$$\frac{C}{a} = \frac{1}{4 \ln[(r+D)/r]}, \quad \frac{L}{a} = \frac{4}{c^2} \ln \frac{r+D}{r},$$

где  $r$  — радиус каждого из проводов, а  $(r+D)$  — расстояние от оси одного провода до поверхности другого. Заметьте, что вычисления очень похожи на вычисления в задаче 4.7, за исключением того, что здесь появляется множитель 2. Объясните его происхождение.

4.9. Покажите (например, при помощи простых рассуждений, основанных на симметрии задачи), что электрическое и магнитное поля равны нулю снаружи внешнего проводника коаксиальной передающей линии и внутри внутреннего проводника. Покажите, что электрическое и магнитное поля равны нулю вне области между пластинами передающей линии из плоскопараллельных пластин.

4.10. Покажите, что индуктивность передающей линии из плоскопараллельных пластин определяется уравнением (59) п.4.2 до тех пор, пока длина волны велика по сравнению с толщиной пластины  $d_0$ . [Обсуждение этого вопроса см. в п.4.2, включая уравнение (60). В качестве отправного пункта используйте уравнение (60).]

4.11. В соответствии с табл. 9.1, том II, п.9.1, диэлектрическая постоянная воздуха при нормальных условиях равна 1,00059. (Предположим, что магнитная проницаемость равна единице.) Таким образом, в соответствии с уравнением (69) п.4.3 показатель преломления воздуха при нормальных условиях равен  $\sqrt{1,00059}=1,00029$ . Этот результат хорошо согласуется с экспериментальным значением, приведенным в табл. 4.1 п.4.3. С другой стороны, диэлектрическая

постоянная воды равна 80, но ее показатель преломления не равен  $\sqrt{80} \approx 9$ , а равен примерно 1,33. Как объяснить такое большое различие?

**4.12. Опыт. Водяная призма; дисперсия воды.** Сделайте водяную призму, соединив два предметных стекла микроскопа, чтобы образовалось V-образное «корыто». Скрепите концы этого корыта с помощью замазки, пластилина, ленты скотча. Наполните призму водой и смотрите через призму, расположив ее близко к глазу. Цветные края белых предметов, которые вы увидите через призму, возникают вследствие явления, которое называется в оптике линз хроматической абберацией и от которого стараются избавиться. Теперь посмотрите на точечный или линейный источник белого света. [Самым хорошим точечным источником для этого и других домашних опытов может служить простой фонарь. Отверните стекло фонаря и покройте алюминиевый отражатель куском черной (или темной) материи с отверстием для маленькой лампочки фонаря. Наилучшим линейным источником света является простая 25- или 40-ваттная лампа с прозрачным стеклянным баллоном и прямой нитью длиной в несколько см.] Поместите «пурпурный» фильтр между глазом и источником света. Вы увидите два «виртуальных» источника: один красный, другой голубой. (Чтобы понять действие фильтра, посмотрите на источник белого света через фильтр и без него, используя вместо призмы дифракционную решетку. Вы увидите, что зеленый свет поглощается, в то время как красный и голубой проходят через фильтр и видны после решетки.) Предположим, что средняя длина волны голубого света, прошедшего через фильтр, равна 4500 Å, а средняя длина волны красного света равна 6500 Å. (После того как мы рассмотрим работу дифракционных решеток, вы сможете измерить эти длины волн более точно.) Измерьте видимое угловое расстояние между «виртуальными», голубым и красным, источниками света. Для этой цели можно воспользоваться куском бумаги с нанесенными на нее метками, расположив ее рядом с источником. Двигайтесь по направлению к источнику. По мере продвижения угловое расстояние между линиями на бумаге изменяется, и на определенном расстоянии линии на бумаге совпадают с эффективными источниками. Теперь вы можете определить расстояние между источниками (оно просто равно расстоянию между линиями на бумаге). Угловое же расстояние будет равно отношению расстояния между источниками к расстоянию от глаза до источника. Наклоняя призму, определите, сильно ли зависит угловое расстояние между эффективными источниками от угла падения пучка света на грань призмы. Получите форму зависимости угла отклонения луча от угла при вершине призмы и от показателя преломления. ( $n$  к а з а н и е. Эту зависимость легко получить, приняв, что на первую грань призмы свет падает под прямым углом.) Измерьте угол призмы. Будет ли наблюдаться угловое отклонение (или смещение) пучка света, если предметные стекла будут параллельны (т. е. угол призмы равен нулю)? Как это можно проверить экспериментально? Наконец, определите величину изменения показателя преломления воды на каждую тысячу ангстрем длины волны. Сопоставьте эти результаты с результатами, полученными для стекла (см. табл. 4.2, п. 4.3). (Возможно, окажется, что дисперсия в воде будет больше, хотя показатель преломления у воды меньше. Так ли это?) В качестве некоторого развлечения сделайте этот же эксперимент, используя вместо воды тяжелое минеральное масло. Попробуйте использовать и другие прозрачные жидкости.

**4.13. Бесконечная струна** с линейной плотностью  $0,1 \text{ г/см}$  и натяжением  $50 \text{ кг}$  находится под действием гармонической силы, приложенной в точке  $z=0$ . Этот конец струны колеблется с частотой  $100 \text{ гц}$  и амплитудой  $1 \text{ см}$ . Чему равен средний во времени поток энергии в ваттах?

О т в е т. Около  $40 \text{ вт}$  (дайте более точный ответ).

**4.14. Одной из лучших демонстраций волн является опыт с «крутильной» волновой машиной.** Она состоит из длинного «хребта», расположенного вдоль оси  $z$ , и поперечных «ребер», находящихся друг от друга на расстоянии  $a=1 \text{ см}$ . «Хребет» представляет собой стальной провод с сечением около  $2 \times 2 \text{ мм}^2$ . Каждое «ребро» — это железный стержень диаметром примерно  $0,5 \text{ см}$  и длиной  $30 \text{ см}$ . Эти стержни в своей средней части скреплены со стальным стержнем — «хребтом». Пусть возвращающий момент равен постоянной  $K$ , умноженной на угол закручивания (в радианах). Пусть  $I$  — момент инерции одного стержня («ребра») относительно его середины.

а) Выведите формулу для скорости и импеданса волн скручивания. Импеданс  $Z$  определите следующим образом: «крутящий момент =  $Z \times$  угловая скорость». Считайте, что длина волны много больше расстояния  $a$  между соседними «ребрами».

б) Покажите, что дисперсионное соотношение в этом случае имеет вид  $\omega^2 = 4\omega_0^2 \sin^2(1/2ka)$ , и найдите выражение для  $\omega_1$ .

в) До сих пор мы пренебрегали возвращающей силой, связанной с тяжестью. Предположим теперь, что все стержни колеблются вместе относительно своего горизонтального положения равновесия (так что «хребет» не скручивается) с угловой частотой  $\omega_0$ . Как выглядит закон дисперсии в этом случае? [Чтобы ответить на этот вопрос, а также чтобы познакомиться с некоторыми экспериментальными результатами, посмотрите статью В. А. В и r g e l, Am. J. Phys. 35, 913 (1967).]

4.15. Опыт. Резонатор из бутылки (резонатор Гельмгольца). Если дуть у горлышка кувшина или бутылки, то можно услышать звуковые колебания определенного тона, связанные с возбуждением самой низкой моды. Попробуйте вычислить частоту колебаний, рассматривая бутылку как однородную, закрытую с одного конца трубку и считая, что длина трубки от закрытого до открытого конца равна  $1/4\lambda$ . Вы получите удивительный результат. Частота звука будет значительно выше расчетной. (Используя открытую бутылку из-под виски, автор предсказал частоту 110 *гц* и с помощью рояля нашел, что на самом деле это 130 *гц*.) Предположим, что воздух в большом объеме  $V_0$  действует подобно пружине. Он подсоединен к массе, которой является воздух в горлышке бутылки. Эта масса равна  $\rho_0 al$ , где  $l$  — длина горлышка,  $a$  — его площадь поперечного сечения и  $\rho_0$  — плотность воздуха. Приближение Гельмгольца заключается в предположении, что движение воздуха происходит только в горлышке и что возвращающая сила возникает вследствие изменения давления в объеме  $V_0$ .

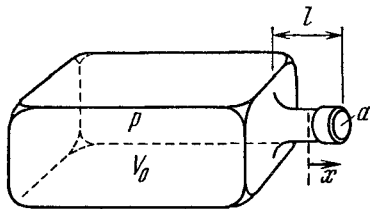


Рис. к задаче 4.15.

а) Покажите, что если смещение воздуха вдоль оси равно  $x$ , а возвращающая сила  $F_x$  образуется благодаря разности давлений  $p - p_0$  (где  $p$  — давление при объеме  $V_0$ , а  $p_0$  — равновесное давление), то

$$F_x = - \frac{\gamma p_0 a^2 x}{V_0},$$

где  $\gamma$  — отношение удельных теплоемкостей  $c_p/c_V$ , которое для воздуха равно 1,4.

б) Покажите, что звуковые колебания будут иметь угловую частоту  $\omega$ , равную

$$\omega^2 = v^2 \frac{a}{V_0 l},$$

где  $v$  — скорость звука. При использовании этой формулы длину горлышка  $l$  нужно заменить эффективной длиной, равной длине  $l$  плюс (с обоих концов)  $0,6$  радиуса горлышка. Если действительная длина горлышка равна нулю, то формула все равно будет давать правильный результат. (Длина  $l$  в этом случае будет полностью определяться «концевым эффектом».)

Если очень сильно подуть у отверстия в бутылке, то можно возбудить и более высокие моды. Услышав их однажды, вы сможете различать их и при слабом дутье. Нужно сказать, что нет простого «одномерного» способа вычисления более высоких резонансных частот. Вы обнаружите, что две бутылки различной формы имеют различные отношения частот для своих первой и второй или третьей мод.

4.16. Опыт. Скорость звука в воздухе, гелии и природном газе. Возьмите обыкновенный свисток, подуйте в него и запомните тон звука. Теперь подсоедините свисток к резиновому баллону с гелием (который можно иметь в любой физической лаборатории) и воспроизведите свист, используя струю гелия. Каким теперь будет тон слышимого вами звука? Измерьте экспериментально отношение тонов звука

в случае гелия и воздуха. Наиболее легкий способ — это отождествление тонов и затем определение частот по таблице. (Воспользуйтесь справочником по физике или посмотрите домашний опыт 2.6.) Покажите, что теоретически ожидаемое отношение тонов равно примерно  $3/1$ . Экспериментальное значение близко к 2,5. Объясните, почему? Можете ли вы улучшить этот эксперимент? В каком соотношении находятся длины волн звука в свистке в случае гелия и воздуха? Вместо гелия или воздуха используйте нейтральный газ, подсоединив свисток с помощью шланга к газу. Чему равно отношение тонов? Что можно узнать о молекулярных свойствах газа, измеряя отношения тонов для газа и для воздуха?

4.17. Найдите среднеквадратичное значение электрического поля (усредненного по всем частотам) на расстоянии 1 м от 40-ваттной лампы.

4.18. Опыт. *Измерение солнечной постоянной на поверхности Земли.* Этот опыт описан в п.4.4. на стр. 194. Сделайте его и дайте ответ в  $вт/см^2$ . Чтобы уменьшить инфракрасное излучение (т. е. тепло), поступающее от лампы к векам, поместите между лампой и глазами одну или несколько стеклянных пластин, которые будут выполнять роль «атмосферы», в значительной степени поглощающей инфракрасное излучение Солнца. Таким образом, ограничив себя видимым светом (обнаруживаемым закрытыми глазами), вы сможете определить солнечную постоянную вне земной атмосферы. Температура вольфрамовой нити меньше температуры Солнца, а спектр длин волн зависит от цвета. Постройте график зависимости испущенной энергии от длины волны для Солнца с температурой на поверхности около  $5000^\circ K$  и для вольфрамовой нити с температурой около  $3000^\circ K$  и оцените часть полного потока, регистрируемую глазами в обоих случаях. Переоценили вы или недооценили полный поток от Солнца (включая невидимую часть спектра), сравнивая его с потоком от лампы в видимом диапазоне частот?

4.19. *Скорость счета фотоумножителя.* Предположим, что мы имеем фотоумножитель со следующими параметрами: площадь фотокатода =  $1 см^2$ , эффективность фотокатода (усредненная по видимому спектру) = 5%. Предположим далее, что у нас есть свеча, которая испускает видимый свет мощностью в 1 св. Как далеко должна находиться свеча от фотоумножителя, чтобы его скорость счета была равна 10 отсчетам в секунду? (Очевидно, скорость счета определяется частотой попадания фотонов на фотокатод. Мы хотим, чтобы она была такой низкой, чтобы можно было сосчитать отдельные попадания.) Каким должно быть отверстие в непрозрачном экране, установленном между фотоумножителем и свечой, находящейся на расстоянии 1 м, чтобы скорость счета была такой же? [Е д и н и ц ы. Фотон с энергией 1 эв имеет длину волны порядка  $12345 \text{ \AA}$  (последние две цифры не совсем верны, однако все число дает очень удобное мнемоническое правило). Если энергия фотона равна 2 эв, то  $\lambda = 6170 \text{ \AA}$ . Считайте, что все фотоны соответствуют зеленому свету, т. е.  $5500 \text{ \AA}$ . Запомните также, что  $1 \text{ эв} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг}$ .]

4.20. *Зеркало на спутнике.* Предположим, что фермеры штата Канзас, живущие внутри круга диаметром 330 км, хотят распахивать свои поля ночью при освещенности, эквивалентной освещенности от полной Луны, в течение всего месяца. Министерство сельского хозяйства решает установить для этого на спутнике Земли зеркало. Оцените его размер. Скажем заранее, что если бы фермеры хотели работать при освещенности, равной освещенности от полного Солнца, то площадь самого маленького зеркала, которое смогло бы их удовлетворить, равнялась бы примерно площади штата. При современной технологии создание такого спутника невозможно.

От в е т. Диаметр зеркала должен быть в  $8 \cdot 10^2$  раз меньше диаметра освещаемого им района. Поэтому диаметр зеркала равен  $330 \text{ км}/800 = 410 \text{ м}$ . Это почти возможно!

4.21. *Лунный свет.* В соответствии с табл. 4.3 п.4.4 40-ваттная лампа с эффективным диаметром 2 см обеспечивает на расстоянии 6,4 м ту же освещенность, что и Луна. Используйте эти данные вычисления освещенности, создаваемой светом от полной Луны, в единицах  $мквт/см^2$  освещенной поверхности.

От в е т. Значение освещенности лежит между 0,1 и 0,2  $мквт/см^2$ .

4.22. *Солнечный свет.* Солнце, рассматриваемое с Земли, стягивает примерно тот же телесный угол, что и Луна. (Если вы собираетесь проверить это с помощью линейки, расположенной на расстоянии вытянутой руки от глаза, то не забудьте воспользоваться соответствующим фильтром или системой из двух почти скрещен-

ных полярOIDов.) Используйте табл. 4.3 п.4.4 и результаты задачи 4.21 для определения освещенности, создаваемой Солнцем.

О т в е т. Около  $90 \text{ мвт/см}^2$  для видимого света.

**4.23. Световая эффективность Солнца.** Предположим, что весь видимый свет от Солнца проникает через земную атмосферу с пренебрежимо малыми потерями. Используйте результаты задачи 4.22, а также значение солнечной постоянной вне атмосферы Земли, взятое из справочника, для подсчета световой эффективности Солнца. Сравните полученный результат со значением световой эффективности лампы. (По справочнику, 5000-ваттная лампа на 127 в имеет эффективность, равную 4,7%.)

**4.24. Опыт. Измерение мощности и световой эффективности электрической лампы.** Для этого опыта нам понадобится лампа накаливания (либо с прозрачным, либо с матовым баллоном), свеча, две восковые пластинки («домашний воск», используемый для запечатывания домашних консервов, желе и джемов) и кусок алюминиевой фольги. Эталоном будет служить свеча. Мы предполагаем, что эта свеча близка к стандартной свече, т. е. испускает свет мощностью около  $20 \text{ мвт}$  в видимой области спектра. Параметры лампы неизвестны. Однако полная мощность лампы известна и указана на баллоне. Выходную мощность лампы в видимом диапазоне можно измерить сравнением со свечой. Положите алюминиевую фольгу между двумя пластинками парафина. Поднесите этот «бутерброд» из алюминия и парафина к свече. Запомните яркость пластинки, обращенной к свече, и темноту второй пластинки, следующей за фольгой. Теперь поднесите этот «бутерброд» к лампе. Далее (вечером, когда зажжена только свеча и горит лампа) расположите парафиновый детектор между лампой и свечой так, чтобы каждая пластинка освещалась одним источником. Найдите положения источников, при которых две пластинки будут освещены одинаково. Измерьте эти расстояния. Теперь дело за арифметикой (используйте закон обратных квадратов). Ответ для мощности лампы дайте в свечах и ваттах (предполагая, что свеча — это эталон). Определите эффективность лампы.

С несколько более сложным оборудованием вы могли бы определить освещенность от Солнца в видимом диапазоне в единицах  $\text{вт/см}^2$  или (считая, что  $1 \text{ св/см}^2 = 20 \text{ мвт/см}^2$ ) в  $\text{св/см}^2$ . У вас могут быть осложнения, связанные с наличием фонового освещения. В этом случае используйте более сильную лампу, мощностью порядка  $200 \text{ вт}$ . Возможно, вам понадобится коллиматор в виде трубы, или кусок картона с соответствующими отверстиями, или темная ткань. Откалибруйте лампу в свечах так, как это было указано выше. Найдите расстояние лампы до парафина, при котором получается та же освещенность, что и от Солнца. Зная геометрию системы, вы можете вычислить поток от лампы в единицах  $\text{св/см}^2$  и таким образом определить освещенность от Солнца в единицах  $\text{св/см}^2$ .

**4.25. Опыт. Электрические лампы с матовым баллоном.** Возьмите две одинаковые лампы с матовым и молочным баллоном. Включите их. Обратите внимание на яркую сердцевину матовой лампы. Свет же от молочной лампы более однороден. Поэтому лампа с матовым баллоном имеет меньшую эффективную поверхность, чем лампа с молочным баллоном. Поскольку мощность ламп одинакова, то они, по-видимому, имеют одинаковый световой выход. В связи с этим поверхность внутренней сердцевины матовой лампы должна быть ярче. Посмотрите на центральную область каждой зажженной лампы через круглое отверстие, образованное вашими пальцами. Руку держите на одном и том же расстоянии от глаз, так чтобы телесный угол был одним и тем же. Какой баллон ярче (в центре)? Измерьте диаметр площади внутренней сердцевины матовой лампы с помощью линейки. (Возможно, для этого вам понадобится уменьшить яркость лампы. В этом случае смотрите на лампу через частично скрещенные полярOIDы.) Предскажите и вычислите отношение поверхностной яркости для двух баллонов, взяв за основу «эффективную сферу» с диаметром, равным диаметру яркой сердцевины матовой лампы. Теперь измерьте отношение поверхностных яркостей следующим образом. Поместите каждую лампу за картонным экраном с отверстием, открывающим только центральную часть каждой из ламп. Сделайте два отверстия одинакового размера. Расположите лампы так, чтобы они находились на расстоянии нескольких футов друг от друга и освещали друг друга через отверстия. Для измерения отношения поверхностных яркостей центральных областей ламп используйте технику «пара-

финового бутерброда», описанного в опыте 4.24. Как ваш результат согласуется с вычислениями, основанными на модели «эффективной сферы»? Наконец, разбейте лампы и посмотрите, в чем отличие покрытия баллонов (заверните лампу в полотенце, прежде чем ее разбить), или поверьте нам, что внутренняя поверхность матовой лампы слегка шероховата, что достигается травлением кислотой или с помощью струи песка. Баллон же молочной лампы покрыт белой пудрой, которая представляет собой окись магния. При прикосновении пальцем пудра осыпается, обнажая чистую поверхность баллона. Если вы разбили лампу, то советуем вам сохранить большие сферические осколки. Частично наполнив их жидкостью, можно иметь очень хорошие плоско-выпуклые линзы. (Чтобы получить большие осколки, сломайте лампу окло шейки.) С такими линзами можно измерить показатель преломления воды или минерального масла.

**4.26. Опыт. Звуковой импеданс.** Пойте постоянную ноту в картонную трубку, держа ее плотно прижатой ко рту, чтобы по краям трубки не было утечки воздуха. Изменяя частоту ноты, найдите резонансы. (Эти резонансные частоты не будут равны резонансным частотам свободных колебаний воздуха в трубке.) Спойте ноту, соответствующую резонансу. Неожиданно уберите трубку, продолжая при этом петь ту же ноту. Вы заметите изменение импеданса. Теперь пойте в резонанс. Обратите внимание на заметное изменение ощущений в горле. Нагрузка при резонансе не является чисто активной, у нее имеется значительная реактивная составляющая. Теперь найдите большой кувшин или вазу из стекла или пластика. Определите с помощью пения сильный резонанс у соответствующего сосуда. При резонансе пойте как можно громче, расположив резонирующую систему поближе ко рту. Если бы не было потерь на излучение или других активных потерь, то нагрузка на ваш поющий «аппарат» была бы чисто реактивной, т. е. количества энергии, испущенной и вернувшейся обратно к горлу за один цикл колебаний, были бы равны. Таким образом, в этом случае ваши «горловые» ощущения будут отличаться от ощущений, возникающих при пении в открытую среду. Вы обнаружите, что довольно трудно контролировать тон ноты. Он будет колебаться, потому что вы привыкли к активной нагрузке, а на самом деле «нагружены» на реактивную нагрузку.

**4.27.** Предположим, что мы имеем в упругой струне две бегущие волны

$$\begin{aligned}\psi_1 &= A \cos(\omega t - kz + \pi), \\ \psi_2 &= A \cos(\omega t - kz - \pi/4)\end{aligned}$$

с параметрами  $T_0 = 1$  дин,  $\rho = 1$  г/см и  $\omega = 10^3$  рад/сек. Найдите среднюю во времени интенсивность суперпозиции  $\psi_1$  и  $\psi_2$ .

**4.28.** Три плоские электромагнитные волны

$$\begin{aligned}E_{1x} &= E_0 \cos(kz - \omega t - \delta_1) = B_{1y}, \\ E_{2x} &= E_0 \cos(kz - \omega t - \delta_2) = B_{2y}, \\ E_{3x} &= E_0 \cos(kz - \omega t - \delta_3) = B_{3y}\end{aligned}$$

распространяются в одном и том же пространстве. Чему равны максимальная и минимальная амплитуды и поток энергии, которые можно получить, изменяя в суперпозиции значения постоянных  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$ ?

**4.29.** «Звуковое давление» для продольных волн в пружине. Дайте вывод уравнения (111), п. 4.4:

$$F_z(L, R) = F_0 - Ka \frac{\partial \psi(z, t)}{\partial z}.$$

Начните со струны с сосредоточенными грузами. В результате сжатия каждой пружины в равновесном состоянии появляется сила  $F_0$  ( $K$  — постоянная пружины,  $a$  — расстояние между грузами). Найдите силу, действующую на груз в направлении  $+z$  со стороны пружины слева от груза. Перейдите к непрерывному пределу и получите искомое уравнение. Заметьте, что в непрерывном пределе произведение  $Ka$  является свойством непрерывной пружины и не зависит от длины  $a$ .

**4.30. Резиновые веревки и «пружины».** Длинча обычной резиновой веревки (каната или пружины, которая закрывает двери) в нерастянутом состоянии не является бесконечно малой по сравнению с длиной в растянутом состоянии. Этим объяс-

сняется, что фазовая скорость поперечных волн меньше, чем продольных. Докажите это.

Покажите, например, что если длина при растяжении составляет  $4/3$  начальной длины, то скорость распространения продольных волн в два раза больше скорости поперечных. Длина нерастянутой «пружины» равна  $7$  см, причем растянуть ее можно примерно на  $5$  м. Чему равно отношение скоростей в этом случае?

**4.31.** *Диспергируют ли звуковые волны?* В п. 4.2 мы нашли, что фазовая скорость звука постоянна и не зависит от частоты. Дисперсионное соотношение, которое привело нас к этому выводу, имеет вид

$$\omega^2 = \frac{\gamma P_0}{\rho_0} k^2,$$

что похоже на дисперсионное соотношение для продольных колебаний непрерывной пружины:

$$\omega^2 = \frac{K}{M} k^2.$$

Дисперсионное соотношение для струны с сосредоточенными параметрами имеет вид

$$\omega^2 = \frac{K}{M} \frac{\sin^2(1/2 ka)}{(1/2 a)^2},$$

что приводит к появлению верхней граничной частоты. По аналогии и по некоторым физическим соображениям можно предположить наличие верхней граничной частоты для звука при нормальных условиях. Можно ли ожидать, что ультразвуковые волны частоты порядка  $\nu \approx 100$  Мгц будут распространяться с обычной звуковой скоростью?

О т в е т. Появление граничной частоты можно ожидать при  $\nu_0 \approx 10^{10}$  гц.