ГЛАВА 5

ОТРАЖЕНИЕ

5.1. Введение

В этой главе мы воспользуемся представлением об импедансе, чтобы понять поведение бегущей волны на границе двух сред. Мы начнем с того, что в п. 5.2 рассмотрим сосредоточенную активную нагрузку и условия, при которых эта нагрузка может быть «согласована» со средой, в которой распространяется волна. Это приведет нас к понятию «эквивалента» *), при помощи которого можно ограничивать электромагнитные волны без отражения. В п. 5.3 мы рассмотрим отражения, возникающие вследствие «несогласованности» импедансов. Обобщая результаты, полученные для передающей линии, мы увидим, как происходит отражение света на границе двух сред, где показатель преломления испытывает разрыв непрерывности. Изучение многократного отражения в п. 5.5 позволит нам использовать обыкновенное стекло для определения среднего времени жизни возбужденных атомов неона.

5.2. Согласованная нагрузка

Передатчик, присоединенный к полностью открытой среде и воздействующий на нее в дисперсивном диапазоне частот, испускает бегущие волны. На выходные зажимы передатчика со стороны среды будет действовать чисто активная сила сопротивления, пропорциональная характеристическому импедансу. Характеристический импеданс зависит от среды, а также от геометрии волн.

Следует заметить, что передатчик «не может отличить», испускает ли он бегущие волны в открытую среду или же он работает (нагружен) на активную нагрузку, являющуюся эквивалентом среды (эквивалентом в смысле силы сопротивления со стороны среды). Если вы отсоединили антенну радиопередатчика и заменили ее эквивалентным активным сопротивлением, то передатчик (осциллятор, генератор) «не почувствует» этой замены. (Чтобы быть сов-

*) См. сноску на стр. 214.

сем точными и «обмануть» передатчик, нужно антенну заменить LRC-цепочкой, поскольку помимо чисто активного сопротивления она обладает емкостью и индуктивностью. Сопротивление R в этой цепочке определяет сопротивление излучения, т. е. реакцию среды, и это именно тот характеристический импеданс, о котором мы говорим.) Начнем, однако, с примеров более простых, чем радиоантенна.

Пример 1. *Непрерывная струна.* Если бесконечную непрерывную струну с передатчиком, действующим в начале, заменить струной конечной длины, но подсоединенной к соответствующему амортизатору, то на передатчик со стороны струны (среды) будет действовать та же сила сопротивления, что и в первом случае. Под амортизатором («поршнем») подразумевается устройство (мы обозначим его R), обладающее следующим свойством.

Если на поршень со стороны выходного зажима L передатчика действует сила, вызывающая перемещение поршня со скоростью $u(t)$, то его реакция будет противоположна по направлению действующей силе и пропорциональна скорости, т. е.*)

$$F(R, L) = -Z_R u(t), \tag{1}$$

где Z_R — положительная константа, называемая *импедансом* поршня. Реакция амортизатора чисто активная, поскольку сила в выражении (1) пропорциональна скорости. (Если бы амортизатор содержал в себе инерционную массу или пружину, то его реакция была бы пропорциональна ускорению или смещению. В этих случаях «амортизатор» представлял бы собой реактивную нагрузку.) Далее, если передатчик испускает бегущие волны в открытую систему с характеристическим импедансом Z, то со стороны среды R на выходные зажимы L передатчика действует сила сопротивления

$$F(R, L) = -Z\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)_{z=0}, \tag{2}$$

где $\partial\psi/\partial t$ — скорость струны в точке $z=0$, равная скорости «выходного зажима» передатчика. Таким образом, если Z_R равно Z и передатчик нагружен прямо на поршень, то на передатчик действует такая же «чисто активная» сила сопротивления, как и в случае, когда он подсоединен к бесконечной струне. Одним из свойств бегущей волны является то, что любая точка среды, в которой волна распространяется, испытывает в более позднее время те же воздействия, которые происходили ранее в точке $z=0$, т. е. на выходе передатчика. Таким образом, точка L слева от точки z в системе, в которой распространяются бегущие волны, «не знает», имеется ли за точкой R справа от z продолжение струны до бесконечности или же точка R является входным зажимом устройства (амортизатора в нашем случае) с импедансом $Z_R=Z$.

Согласование импедансов. Из сказанного выше следует, что в случае непрерывной струны для получения согласованного с нагрузкой

*) R и L — сокращения слов «правый» и «левый». (*Прим. ред.*)

соединения (т. е. соединения, при котором не возникает отраженных от нагрузки поперечных бегущих волн) необходимо в качестве нагрузки иметь идеальный амортизатор с импедансом

$$Z_R = Z = \sqrt{T_0 \rho_0}. \quad (3)$$

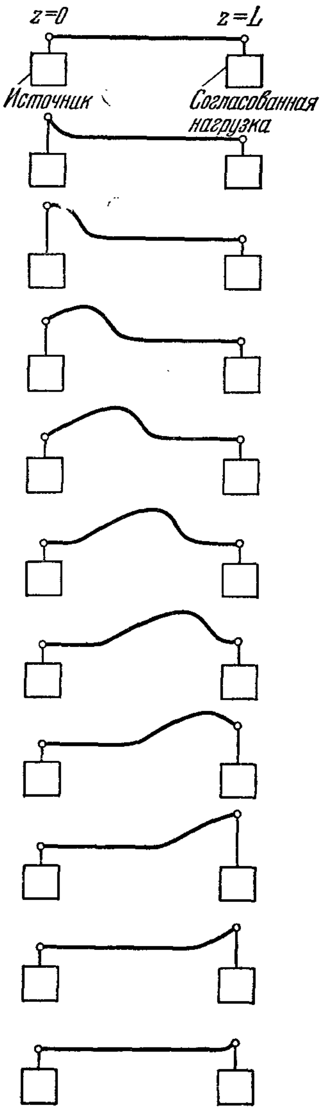

Рис. 5.1.

Если условие (3) выполнено, мы говорим, что импеданс нагрузки согласован с характеристическим импедансом струны. Если струна оканчивается согласованной нагрузкой, то мы не можем судить о длине струны по поведению передатчика. Он будет вести себя одинаково, будучи подключенным к бесконечно длинной струне или к входным зажимам согласованной нагрузки. На рис. 5.1 он подключен к струне конечной длины, присоединенной к согласованной нагрузке.

Распределенная нагрузка. Амортизатор представляет собой сосредоточенную активную нагрузку, так как его размеры малы по сравнению с длиной волны. Чтобы достичь согласования с помощью амортизатора, нужна тщательная конструкторская работа. Другим способом согласования является распределенная нагрузка, обеспечивающая появление небольшой силы сопротивления, начиная с точки $z=L$, в которой вы хотите начать «поглощать» энергию волны. В этом случае сила сопротивления будет распределена непрерывно вдоль струны для всех z, больших $z=L$. Если на расстоянии одной длины волны силой сопротивления поглощается небольшая часть энергии волны, то можно считать, что значительного отражения не возникнет и произойдет постепенное поглощение энергии волны.

Пример. 2. *Линия из параллельных пластин.* Этот пример приведет нас к очень общим выводам. Входной конец линии показан на рис. 5.2. Там же показана пластина из материала, обладающего активным сопротивлением, которая может либо служить прямой нагрузкой передатчика (генератора), заменяя линию, либо ограничивать линию в пространстве, не создавая отраженной волны *). Для указанного стрелками направления тока сопротивление пластины равно произведению удельного сопротивления ρ на длину

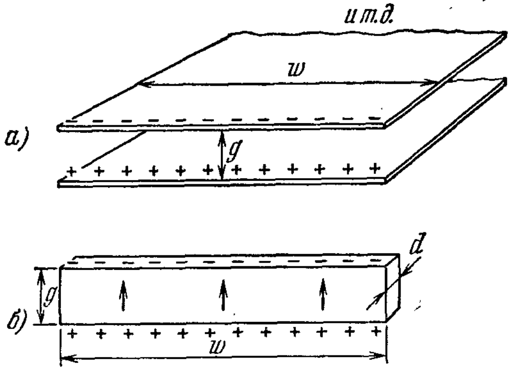

Рис. 5.2. Нагрузка для передающей линии из параллельных пластин.
а) Передающая линия; *б)* пластина-сопротивление. Когда разность потенциалов на пластине соответствует указанным на рисунке знакам, ток течет в направлении стрелок.

g, деленному на площадь поперечного сечения wd (см. том II, п. 4.7):

$$R=\rho\cdot\frac{(\text{длина})}{(\text{площадь})}=\frac{\rho g}{wd}. \tag{4}$$

Характеристический импеданс Z для линии из параллельных пластин равен [см. уравнение (4.132), п. 4.4]

$$Z=\frac{4\pi}{c}\frac{g}{w}. \tag{5}$$

Если пластина является согласованной нагрузкой, то $R=Z$ и, приравнивая (4) и (5), имеем

$$\frac{\rho}{d}=\frac{4\pi}{c}, \tag{6}$$

где ρ выражено в электростатических единицах и d — в *см*. Отношение ρ/d, таким образом, имеет размерность сопротивления в ед. СГСЭ.

Вырежем из пластины толщиной d прямоугольный параллелепипед с основанием в виде квадрата со стороной L. Приложим напряжение V к противоположным сторонам параллелепипеда. Это напряжение вызовет ток, текущий параллельно квадратной поверхности параллелепипеда. Его сопротивление равно произведению удельного сопротивления ρ на длину L, деленному на площадь Ld, перпендикулярную направлению тока:

$$R=\frac{\rho L}{Ld}=\frac{\rho}{d}. \tag{7}$$

*) См. примечание на стр. 214.

Заметим, что сопротивление нашего параллелепипеда не зависит от размера квадрата. Следовательно, отношение ρ/d является сопротивлением параллелепипеда с квадратным сечением любого размера для тока, текущего от одной стороны параллелепипеда к другой. Таким образом, из выражения (6) следует, что *у проводящей пластины, представляющей собой согласованную нагрузку для линии из плоскопараллельных пластин, сопротивление вырезанного указанным выше способом параллелепипеда, ρ/d равно* $4\pi/c$, т. е. 4π, умноженному на 30 *ом* (c^{-1} ед. СГСЭ равно 30 *ом*).

Пластина, являющаяся согласованной нагрузкой, имеет

$$\frac{\rho}{d} = 120\pi = 377\ \textit{ом}. \tag{8}$$

Посмотрим, как практически создать согласованную нагрузку для линии из параллельных пластин. Мы хотим, чтобы вещество нагрузки имело $\rho/d = 377$ *ом*. Поэтому

$$d\ (\textit{см}) = \frac{\rho\ (\textit{ом}\cdot\textit{см})}{377\ (\textit{ом})}. \tag{9}$$

Возьмем в качестве материала медь и вычислим толщину медной пластины. В справочнике по физике находим $\rho_{\text{меди}} \approx \approx 1{,}7\cdot 10^{-6}$ *ом/см*. В соответствии с выражением (9) нам нужна пластина толщиной $d_{\text{меди}} \approx 1{,}7\cdot 10^{-6}/377 \approx 0{,}5\cdot 10^{-8}$ *см*, а это меньше, чем диаметр одного атома меди! Мы оказались в затруднительном положении. Вернемся к справочнику и попробуем взять графитовую пластину. Удельное сопротивление графита порядка $3500\cdot 10^{-6}$ *ом·см*. Для этого случая $d \approx 3500\cdot 10^{-6}/377 \approx 10^{-5}$ *см*. Это вполне реальный размер, который можно выполнить следующим образом. Возьмем кусок плотного полотна (сопротивление полотна на единицу площади значительно больше, чем 377 *ом*) и нанесем на него при помощи распылителя угольный порошок, взвешенный в воде или какой-либо другой жидкости. Будем наносить слой за слоем, пока сопротивление, измеренное по омметру, не будет равно 377 *ом*. Очевидно, что измерять сопротивление следует после высыхания порошка и полотна.

На микроволновом жаргоне пластину вещества с отношением $\rho/d = 377$ *ом* называют «spacecloth» *). Таким образом, бегущие волны электромагнитного излучения в плоскости L слева от z «не знают», является ли плоскость R справа от z продолжением передающей линии из параллельных пластин к бесконечности или же эта плоскость соответствует слою «эквивалента».

Волны в прямых и параллельных линиях. В коаксиальной линии или в линии, составленной из параллельных проводов, бегущие волны не будут плоскими. Напомним, что, по определению, в пло-

*) Слой такого проводящего материала имитирует бесконечность волновода или передающей линии. Автор обозначает это понятие жаргонным словом «spacecloth». В дальнейшем вместо «spacecloth» мы будем писать «эквивалент», а вместо «sheet of spacecloth» — слой «эквивалента». (*Прим. ред.*)

ской волне и электрическое и магнитное поля в данный момент времени t не зависят от координат x и y. Бегущие волны в коаксиальной линии или линии из параллельных проводов относятся к более общему классу волн, который включает в себя плоские волны как частный случай. *Волнами в прямых и параллельных линиях* (или просто прямыми и параллельными волнами) называются волны, для которых поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ зависят от координат x и y, но для которых эта зависимость одинакова для всех z (z — направление распространения). Таким образом, волны в прямой и параллельной передающей линии (т. е. линии, составленной из пары одинаковых прямых и параллельных проводов) являются прямыми и параллельными волнами.

Слой «эквивалента» является согласованной нагрузкой для *любой* прямой и параллельной передающей линии. Действительно, в любой достаточно малой окрестности точки (Δx, Δy), лежащей в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, приходящая прямая и параллельная волна неотличима от плоской волны, т. е. поля $\mathbf{E}(x, y, z, t)$ и $\mathbf{B}(x, y, z, t)$ в этой окрестности могут считаться постоянными, не зависящими от x и y. Более того, используя уравнения Максвелла, можно показать, что для заданных x и y прямые и параллельные волны удовлетворяют соотношениям, аналогичным тем, которые были приведены в п. 4.4 для плоских волн в прозрачной среде. Таким образом, для фиксированных x и y в прямых и параллельных бегущих волнах векторы $\mathbf{E}(x, y, z, t)$ и $\mathbf{B}(x, y, z, t)$ взаимно перпендикулярны и перпендикулярны к $\hat{\mathbf{z}}$, величины их равны и знаки такие, что вектор $\mathbf{E}\times\mathbf{B}$ направлен вдоль $\hat{\mathbf{z}}$, т. е. $\mathbf{B}=\hat{\mathbf{z}}\times\mathbf{E}$. Кроме того, «локальный поток энергии» [в окрестности (Δx, Δy)] определяется тем же выражением, что и для плоских волн. Таким образом, для прямых и параллельных проводов в вакууме имеем

$$S(x, y, z, t)=\frac{c}{4\pi}\mathbf{E}^2(x, y, z, t), \qquad (10)$$

где S — интенсивность в *эрг/(см^2·сек)*. Очевидно, что слой «эквивалента» будет являться согласованной нагрузкой для линии, если тепловые потери в этом слое, определяемые как I^2R (где I — ток через слой, а R — сопротивление), будут уравновешивать падающий поток энергии. Таким образом, слой «эквивалента» в окрестности точки (Δx, Δy) будет поглощать падающее «прямое и параллельное» излучение без отражения, если отношение ρ/d для «эквивалента» равно 377 *ом*.

Ограничение плоской волны в свободном пространстве. Рассуждения, приведенные выше, могут заставить предположить, что слой «эквивалента» будет согласованной нагрузкой не только для плоских волн в передающей линии из параллельных пластин, но также и для плоских волн в свободном пространстве. Однако это неверно. Оказывается, что плоская волна в свободном пространстве, падающая на слой «эквивалента», испытывает импеданс в два раза меньший, чем импеданс «эквивалента».

Посмотрим, почему это происходит. Если в передающей линии из плоскопараллельных пластин, простирающейся от $-\infty$ до $+\infty$, мы хотим ограничить бегущую слева волну слоем «эквивалента» в точке $z=0$, то в плоскости $z=0$ нужно установить «эквивалент» и одновременно отсоединить часть линии, простирающуюся от 0 до $+\infty$. Если мы не отсоединим эту часть линии, то напряжение в $z=0$ будет приложено к параллельному соединению двух равных сопротивлений — «эквивалента» и линии. Таким образом, линия оказывается подключенной к нагрузке с сопротивлением, равным половине сопротивления «эквивалента». Аналогичная картина имеет место в свободном пространстве при падении плоской волны на «эквивалент». Напряжение, приложенное к слою «эквивалента», оказывается также приложенным к бесконечному продолжению свободного пространства справа от слоя. Результирующий импеданс будет равен половине импеданса «эквивалента» или, что то же самое, половине импеданса свободного пространства. Поэтому пришедшая волна частично поглотится, частично отразится и частично пройдет.

Каким образом можно «отсоединить» свободное пространство справа от «эквивалента»? В случае передающей линии это легко сделать, просто отсоединив линию справа от «эквивалента». В результате пришедшая волна будет приложена к параллельному соединению сопротивлений (импедансов) «эквивалента» и бесконечного сопротивления. Очевидно, что результирующий импеданс равен импедансу «эквивалента».

В случае свободного пространства мы не можем «отсоединить» его часть, чтобы образовать бесконечный импеданс. Однако существует остроумный способ, с помощью которого можно «отсоединить» пространство справа от $z=0$ для гармонического колебания с определенной длиной волны. Этот способ применим как для свободного пространства, так и для передающей линии. Рассмотрим передающую линию. Способ заключается в том, что мы не обрезаем линию в точке $z=0$, а закорачиваем ее в $z={}^1/_4\lambda$ с помощью проводника. В точке $z={}^1/_4\lambda$ напряжение всегда равно нулю. Слева от $z={}^1/_4\lambda$ напряжение и ток имеют форму стоячей волны («эквивалент» еще не установлен). Как известно, нули (узлы) в волнах напряжения и тока сдвинуты относительно друг друга на $\lambda/4$. Поэтому в $z=0$ ток равен нулю. Это эквивалентно бесконечному сопротивлению в $z=0$, т. е. обрыву линии в этой точке. Таким образом, замкнув линию в $z={}^1/_4\lambda$, мы как бы отсоединили ее в $z=0$.

То же происходит и в свободном пространстве. Слой «эквивалента» в точке $z=0$ будет согласованной нагрузкой для плоской волны, если в точке $z={}^1/_4\lambda$ поместить идеальный проводящий слой («зеркало»). Вся энергия волны рассеется в «эквиваленте».

Рассмотрим волны в струне. Пусть вход нашего «амортизатора», т. е. его поршень, присоединен к концу струны. Другая, неподвижная часть «амортизатора», его выход (относительное смещение входной и выходной частей «амортизатора» и создает затухание трения), закреплена на жестком основании. Того же результата мы достигли бы, присоединив выход «амортизатора» не к жесткому основанию, а к другой струне с бесконечно большой плотностью массы, простирающейся от $z=0$ до ∞. Импеданс такой струны равен бесконечности, и ситуация аналогична той, которая возникает при обрезании передающей линии и включении ее на согласованную нагрузку. Если вместо этого выход амортизатора присоединить к струне с импедансом Z_2, простирающейся от $z=0$ до ∞, то в $z=0$ импеданс для падающей волны будет равен импедансу параллельного соединения импедансов амортизатора и струны Z_2. Точно так же, как в случае передающей линии или пустого пространства, мы можем достичь согласования нагрузки для волн в струне либо соединив выход амортизатора с жестким основанием, либо соединив выход со струной, протяженностью в четверть волны; конец струны должен быть закреплен на кольце, скользящем без трения по стержню. Такое устройство имеет нулевой импеданс у стержня и бесконечный импеданс у выхода амортизатора. Этим будет обеспечена неподвижность выхода.

Другие методы согласования нагрузки. Не всегда легко достичь согласования «передающей линии» и «нагрузки». Если условия работы допускают применение распределенной нагрузки, занимающей заметный объем, то поглощение без отражения можно получить и не имея согласованной нагрузки с сосредоточенными параметрами, какой является, например, «эквивалент». Так, если мы хотим поглотить без отражения интенсивный пучок света, мы можем направить его в щель, сделанную в большом светонепроницаемом картонном ящике. Выложим изнутри стенки ящика черным материалом (поглотитель) и поставим в нем несколько перегородок, чтобы воспрепятствовать выходу света. Щель в ящике даже в яркий день будет выглядеть чернее любого черного тела, например сажи. Такая черная поверхность и совершенный «эквивалент» неразличимы по своему действию: излучение, попавшее в щель, не выходит обратно. Щель действует, как простирающаяся до бесконечности прозрачная среда (воздух).

5.3. Отражение и прохождение

Непрерывная струна. Предположим, что мы имеем полубесконечную струну, простирающуюся от $z=-\infty$ до $z=0$, с характеристическим импедансом, равным Z_1. В точке $z=0$ струна подсоединена к нагрузке, представляющей собой амортизатор, с импедансом Z_2 ($Z_2 \neq Z_1$). В точке $z=-\infty$ находится передатчик, генерирующий бегущую волну в направлении $+z$. Уравнение этой волны имеет вид

$$\psi_{\text{пад}}(z,\ t) = A\cos(\omega t - kz). \tag{11}$$