

В п. 9.5 будет показано, что пучок с пространственной шириной D имеет угловое расхождение порядка $\Delta\theta \approx \lambda/D$ относительно основного направления распространения. Этот результат математически связан (через фурье-преобразование) с тем, что у импульса продолжительностью Δt ширина частотного спектра имеет порядок $(\Delta t)^{-1}$.

В п. 9.6 для нахождения интерференционной картины от одной и многих щелей используется построение Гюйгенса. Основное внимание здесь обращено на оптические и электромагнитные явления, а в домашних опытах, выполненных с помощью дифракционных решеток, исследуются различные дифракционные картины. Для выполнения этих опытов мы рекомендуем достать лампу с чистым стеклянным баллоном и прямой нитью накаливания длиной около 7 см. В большинстве опытов такая лампа служит линейным источником света.

В п. 9.7. рассмотрена так называемая геометрическая оптика. Вначале мы выводим закон зеркального отражения и закон преломления Снеллиуса, исходя из волновых свойств света, а затем переходим к зеркалам, призмам и тонким линзам.

9.2. Интерференция между двумя точечными когерентными источниками

Когерентные источники. В качестве простейшего примера рассмотрим интерференцию от двух одинаковых точечных источников, расположенных в разных местах и испускающих гармонические бегущие волны одинаковой частоты в открытую однородную среду. Если каждый источник имеет вполне определенную частоту (а не конечную полосу частот вблизи основной), то относительная фаза двух источников (разность между их фазовыми постоянными) не меняется со временем. В этом случае говорят, что два источника относительно когерентны или просто *когерентны*. (Даже если источники имеют различные частоты, они будут «когерентными», если каждый из них монохроматичен, так как в этом случае их разность фаз всегда полностью определена.) Если каждый источник имеет одинаковую основную частоту и конечную полосу частот $\Delta\nu$, то разность фаз обоих источников (при условии, что они независимы) будет оставаться постоянной только в течение времени порядка $(\Delta\nu)^{-1}$. Однако постоянство разности фаз может быть сохранено, если на источник действует общая внешняя вынуждающая сила. В этом случае, даже если фазовая постоянная каждого источника в течение интервала времени $(\Delta\nu)^{-1}$ будет меняться неконтролируемым образом в диапазоне $0 \div 2\pi$ ($\Delta\nu$ — частотная полоса возмущающей силы), разность фаз будет оставаться постоянной. В этом случае также говорят, что источники когерентны, хотя они уже не монохроматичны.

В качестве примера двух когерентных источников волн рассмотрим систему из двух стержней, касающихся поверхности воды.

Если под действием одной и той же внешней силы стержни будут совершать вертикальные колебания, то на поверхности воды будут возникать волны поверхностного натяжения. Благодаря тому, что возмущающая сила одинакова для обеих стержней, разность их фаз постоянна. Другим примером двух когерентных источников могут служить две одинаковые радиоантенны, находящиеся под воздействием одного и того же генератора. Даже если генератор и не является идеально монохроматичным, разность фаз токов в двух антеннах остается постоянной.

В качестве примера двух когерентных источников видимого света рассмотрим два небольших отверстия или две параллельные

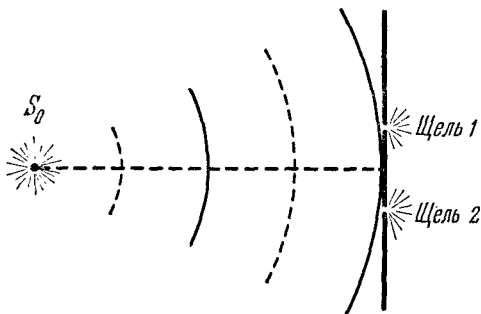


Рис. 9.1. Два когерентных источника света.

Токи на краях щелей 1 и 2 возбуждаются волнами, приходящими от точечного источника S_0 . Фазовая постоянная источника может сползать или меняться скачком, но разность фаз токов в щелях остается постоянной.

щели в непрозрачном экране, освещенном с одной стороны удаленным точечным источником света. Электрическое поле падающего от точечного источника электромагнитного излучения наводит токи на краях щелей. В этом случае обе щели являются когерентными источниками света (рис. 9.1).

Во всех этих примерах нам необходим «детектор», регистрирующий (воспринимающий) волны. В случае волн поверхностного натяжения на воде таким детектором может быть кусок пробки, плавающий на поверхности воды. Вертикальные перемещения пробки могут быть измерены. В случае радиоволн можно использовать детектор, состоящий из приемной антенны, резонансного контура, настроенного на частоту передатчика, и осциллоскопа. Для видимого света возможным детектором может быть наш глаз, фотопленка или фотоумножитель, выходной ток которого можно измерить. В каждом случае детектор будет реагировать на суммарную волну, являющуюся линейной суперпозицией волн от каждого источника.

Конструктивная и деструктивная интерференция. Для некоторых положений детектора в пространстве прибытие гребня (впадины) волны от одного источника всегда сопровождается одновременным прибытием гребня (впадины) от другого источника. Такая область пространства называется областью *конструктивной интерференции* или областью *интерференционного максимума*. Для других точек пространства гребень от одного источника накладывается на минимум от другого. В этом случае говорят об области *деструктивной интерференции* или *интерференционного минимума*. Так как разность фаз колебаний обоих источников постоянна (по предположению), то область конструктивной интерференции оста-

ется такой для любого последующего момента времени. То же справедливо и для области деструктивной интерференции.

Интерференционная картина. В результате чередования в пространстве интерференционных максимумов и минимумов возникает *интерференционная картина*. Она неподвижна, несмотря на то что образована бегущими волнами. Заметим, что если генератор, действующий на обе антенны, выключить и затем снова включить (при этом у колебаний будет новая фаза), то разность фаз токов в антенне не изменится. Аналогично, если выключить и включить точечный источник, воздействующий на две щели, то разность фаз токов в щелях останется неизменной. Поэтому не изменится и интерференционная картина. С другой стороны, если переместить точечный источник так, что изменение расстояния от источника до одной щели не будет равно изменению расстояния от источника до другой щели, то разность фаз наведенных токов изменится, что приведет к изменению интерференционной картины. Аналогично, если между осциллятором и одной из антенн вставить задерживающую цепочку, то это вызовет изменение разности фаз токов в антеннах и соответственно изменение интерференционной картины.

Близкое и далекое поля. В большинстве примеров, которые мы будем рассматривать, расстояние от детектора до обоих источников значительно больше расстояния между ними. В этом случае говорят, что детектор находится в *далеком поле* источников *). При рассмотрении далекого поля возможны упрощающие геометрические приближения. В частности, если нас интересует амплитуда волны, то с хорошим приближением мы можем считать, что оба идентичных источника находятся на одинаковом расстоянии от детектора и вклад в суперпозицию от каждого источника будет определяться бегущими волнами с одинаковыми амплитудами.

При заданном положении детектора (точка поля P) временная зависимость полной волновой функции определяется суперпозицией двух гармонических колебаний, имеющих одинаковые частоты и амплитуды, но различные фазовые постоянные. Две фазовые постоянные (в данной точке поля P) зависят от фазовых постоянных двух колеблющихся источников и от числа длин волн между каждым источником и точкой поля. Если расстояние от точки P поля до источников одинаково или отличается на целое число длин волн и если источники колеблются в фазе, то точка P соответствует интерференционному максимуму. Амплитуда гармонического колебания в этой точке в два раза больше амплитуды колебаний каждого из источников. (Если источники колеблются со сдвигом по фазе в 180° , то точка P соответствует интерференционному минимуму и амплитуда колебаний в ней равна нулю.) Если расстояние от точки P до одного источника больше расстояния от точки P до другого источника на $\frac{1}{2}\lambda$ (плюс любое целое число длин волн) и если источники колеблются в фазе, то точке P соответствует интерференци-

*) О близком поле см. п. 7.5.

онный минимум и нулевая амплитуда. Наше приближение состоит в том, что входящие в суперпозицию колебания имеют равные амплитуды. В действительности, так как расстояние от источников до точки поля P различно, различны и амплитуды колебаний в точке

P от каждого источника. Поэтому при более строгом рассмотрении амплитуда в интерференционном минимуме уже не равна *точно* нулю.

Вторым важным упрощением, пригодным для далекого поля, является предположение о параллельности направлений от обоих источников к точке поля P . Мы используем это приближение при

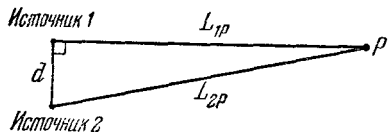


Рис. 9.2. Далекое поле.

Приемник в точке P находится в далеком поле обоих источников, если разность расстояний L_{2P} и L_{1P} много меньше длины волны.

определении интерференционной картины от двух точечных источников. Приведем критерий пригодности приближения далекого поля. Рассмотрим такую точку поля P , что направление от источника 1 до точки P перпендикулярно линии, соединяющей оба источника 1 и 2 (рис. 9.2). Приближение далекого поля справедливо, если направление от источника 2 к P можно считать параллельным направлению от источника 1 к P . В этом случае можно полагать, что разность фаз двух колебаний в точке P определяется только разностью фаз источников (для геометрии рис. 9.2). Это приближение будет плохим, если расстояние L_{2P} от источника 2 до P превышает расстояние L_{1P} на $\frac{1}{2}\lambda$ (или больше), так как в этом случае вклады двух волн в точке P отличаются по фазе на 180° (или больше) при условии, что разность фаз источников равна нулю.

«Граница» между близким и далеким полями. Рассмотрим такое расстояние L_0 между источником и точкой поля, что если L_{1P} и L_{2P} значительно больше L_0 , то приближение далекого поля справедливо. Таким образом, L_0 можно считать грубой границей между районами далекого и близкого полей (источников). Естественно выбрать L_0 так, чтобы при $L_{1P}=L_0$ L_{2P} превышало L_{1P} точно на $\frac{1}{2}\lambda$. Приближенное выражение для этой границы L_0 можно получить следующим образом. Из рис. 9.2 имеем

$$L_{2P}^2 = L_{1P}^2 + d^2,$$

т. е.

$$L_{2P}^2 - L_{1P}^2 = (L_{2P} - L_{1P})(L_{2P} + L_{1P}) = d^2.$$

В рассматриваемом случае L_{2P} и L_{1P} почти равны друг другу и L_0 . С учетом того, что L_{2P} превышает L_{1P} на $\frac{1}{2}\lambda$, имеем

$$d^2 = (L_{2P} - L_{1P})(L_{2P} + L_{1P}) \approx \left(\frac{1}{2}\lambda\right)(L_0 + L_0).$$

Таким образом, мы можем считать, что приближение далекого поля справедливо для точек P , находящихся на расстояниях от источ-

ников значительно больших, чем расстояние L_0 , удовлетворяющее соотношению

$$L_0 \lambda \approx d^2. \quad (1)$$

Собирающая линза для получения интерференционной картины в далеком поле. Посмотрим, как можно получить в видимом свете интерференционную картину от двух щелей. (См. домашний опыт 9.18.) Расположение щелей (два когерентных источника) показано на рис. 9.1. Пусть расстояние между ними будет равно 0,5 мм. Вычислим, как далеко от щелей должна быть расположена точка, чтобы ее можно было считать находящейся в далеком поле щелей. Используя выражение (1), для $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ и $d = 0,5 \text{ мм}$ будем иметь

$$L_0 \approx \frac{d^2}{\lambda} = \frac{(0,5 \cdot 10^{-1} \text{ см})^2}{5,0 \cdot 10^{-5} \text{ см}} = 50 \text{ см}.$$

Таким образом, лишь на расстоянии порядка $10L_0 \approx 5 \text{ м}$ мы будем находиться в далеком поле. Однако пользоваться такими расстояниями неудобно и, главное, в этом нет необходимости. Существует способ получить картину, соответствующую далекому полю, даже

если две щели расположены непосредственно перед детектором. Детектором может быть наш глаз, который в первом приближении состоит из светочувствительной поверхности (сетчатки) и линзы (хрусталика). (Мы будем изучать линзы в п. 9.7.) Линза глаза имеет переменное фокусное расстояние (фокус), которое изменяется в зависимости от натяжения аккомодационного мускула глаза. Когда вы смотрите на удаленный объект, этот мускул находится в расслабленном состоянии (для нормального глаза). В этом случае глазная линза принимает такую форму, что лучи от удаленного объекта, попадая на поверхность линзы, собираются в ее фокусе, который находится на сетчатке. (Если преломляющая способность линзы слишком сильна или слишком слаба, то фокус не будет находиться на сетчатке и удаленный объект будет казаться размытым.) Следует заметить, что источник удален, и поэтому лучи, попадающие на линзу (хрусталик), почти параллельны. Эта же линза (с расслабленным аккомодационным мускулом) будет фокусировать на сетчатку любые параллельные лучи независимо от того, пришли они от удаленного или близкого источника. Фокусирующее действие линзы показано на рис. 9.3. Оказывается (мы покажем это в п. 9.7), что, хотя геометрическое расстояние от источника S_1 до P (рис. 9.3) меньше, чем от источника S_2 до P , в этих расстояниях укладывается одинаковое число волн. Действительно, путь

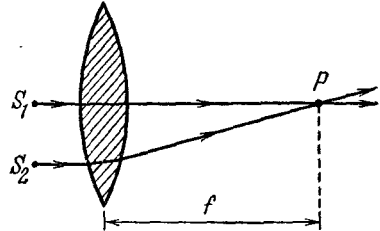


Рис. 9.3. Собирающая линза. Параллельные лучи от источников S_1 и S_2 фокусируются в точке P , если оба источника совершают колебания с одной и той же фазовой постоянной. Расстояние от центра линзы до фокуса P называется фокусным расстоянием линзы f (для линзы, толщина которой мала по сравнению с f).

луча S_1P в линзе больше пути луча S_2P , а длина волны в линзе короче длины волны в воздухе. Мы можем считать, что точка P находится на «эффективно» бесконечном расстоянии от источников в том смысле, что параллельные лучи от источников S_1 и S_2 проходят до точки P расстояния, на которых укладывается одинаковое число длин волн. Таким образом, точка P будет соответствовать интерференционному максимуму (при условии, что источники S_1 и S_2 колеблются в фазе) точно так же, как если бы все пространство между источниками и точкой P имело постоянный показатель преломления и точка P была бесконечно удалена вправо от источников.

В дальнейшем мы будем считать, что точка P находится в далеком поле источников S_1 и S_2 либо потому, что точка P на самом деле удалена на большое расстояние от источников, либо потому, что мы используем линзу и точка P «эффективно» очень далека от источников.

Интерференционная картина в далеком поле. На рис. 9.4 показаны два точечных источника, испускающих электромагнитные

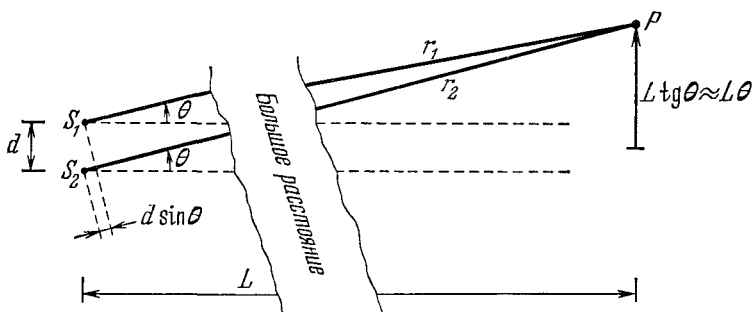


Рис. 9.4. Волны от двух точечных источников регистрируются в далекой точке поля P .

волны, которые регистрируются в удаленной точке поля P . Нас будет интересовать интерференционная картина в плоскости, содержащей оба источника и точку поля P . Полученные результаты будут справедливы и для двух источников, имеющих форму линии (например, две щели в случае света), или для двух радиоприемных антенн, или для поверхностных волн на воде.

Главный максимум. Если расстояния r_1 и r_2 от источников S_1 и S_2 до точки поля P велики по сравнению с расстоянием d между источниками, то можно считать, что два луча, соединяющих источники с точкой P , параллельны и составляют практически один и тот же угол θ с осью z (см. рис. 9.4). В этом случае разность хода обоих лучей до точки P равна $d \sin \theta$. Поэтому, если источники колеблются в фазе, то условие конструктивной интерференции в точке P имеет вид $d \sin \theta = 0; \pm\lambda; \pm 2\lambda$ и т. д. Интерференционный максимум, образованный при угле $\theta = 0^\circ$, называется *главным максимумом* или *максимумом нулевого порядка*. Первый максимум, с любой стороны от главного максимума ($d \sin \theta$ равно $\pm\lambda$), назы-

вается максимумом первого порядка и т. д. Области деструктивной интерференции, где суперпозиция двух волн всегда равна нулю, называются узлами. Узлы возникают в тех точках, где разность хода лучей $d \sin \theta$ равна $\pm 1/2 \lambda$; $\pm 3/2 \lambda$ и т. д.

Выведем выражение для суммарного электрического поля в точке P , предполагая, что оба источника совершают одинаковое гармоническое движение, фазовые постоянные которого могут быть различны. Представим себе мысленно источники в виде двух колеблющихся точечных зарядов. Будем рассматривать одну из двух возможных компонент вектора напряженности в точке P . Нет необходимости указывать на тип поляризации, так как полученные результаты справедливы для любого типа поляризации, например для правой или левой круговой поляризации. Однако для определенности будем считать, что имеем дело с излучением, поляризованным по оси \hat{y} , где \hat{y} — направление, перпендикулярное плоскости рисунка. Движение зарядов 1 и 2 вдоль направления \hat{y} имеет вид

$$y_1(t) = y_0 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad y_2(t) = y_0 \cos(\omega t + \varphi_2). \quad (2)$$

Пусть начало координат находится на половине расстояния между источниками. Тогда положение точки P может быть задано углом θ и расстоянием r от начала координат. Поле $E_1(t)$, регистрируемое в точке P и излученное в результате движения первого источника $y_1(t'_1)$ в более ранний момент времени t'_1 , равно

$$E_1(t) = -\frac{q\ddot{y}_1(t'_1)}{r_1 c^2} = \frac{\omega^2 q y_0 \cos(\omega t'_1 + \varphi_1)}{r_1 c^2}. \quad (3)$$

Выражение для поля $E_2(t)$, излученного в момент t'_2 в результате движения второго источника $y_2(t'_2)$, имеет аналогичный вид. В приближении далекого поля считаем, что r_1 и r_2 равны среднему расстоянию r :

$$r \equiv \frac{1}{2}(r_1 + r_2), \quad (4)$$

$$E_1(t) = A(r) \cos(\omega t'_1 + \varphi_1), \quad E_2(t) = A(r) \cos(\omega t'_2 + \varphi_2), \quad (5)$$

$$A(r) \equiv \frac{\omega^2 q y_0}{r c^2}. \quad (6)$$

Моменты t'_1 и t'_2 испускания излучения, регистрируемого в точке P в более поздний момент времени, определяются из равенств

$$\omega t'_1 = \omega \left(t - \frac{r_1}{c} \right) = \omega t - k r_1, \quad \omega t'_2 = \omega \left(t - \frac{r_2}{c} \right) = \omega t - k r_2. \quad (7)$$

Разность фаз, возникающая от разности хода лучей. Разность хода лучей $r_2 - r_1$ зависит от угла θ , поэтому разность фаз двух волн в точке P также зависит от θ . Именно это изменение разности фаз при изменении угла θ и определяет интерференционную картину. Разность фаз $\Delta\varphi$, возникающая вследствие разности хода лучей, равна

$$\Delta\varphi = \omega t'_1 - \omega t'_2 = k(r_2 - r_1) = k(d \sin \theta) = 2\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda}, \quad (8)$$

где $d \sin \theta$ — разность хода (см. рис. 9.4). Различные формы выражения (8) для $\Delta\varphi$ математически эквивалентны, но соответствуют различным мысленным картинам, каждая из которых должна быть рассмотрена отдельно. Так, в первом случае мы обращаем внимание на то, что излучение испущено в разные моменты времени. В последнем случае разность фаз равна 2π , умноженному на число длин волн, определяющих разность хода, во втором и третьем случаях можно говорить о числе радиан фазы на единицу длины (волновое число k), умноженном на разность хода. Кроме величины $\Delta\varphi$, определяемой из уравнения (8), может существовать разность фаз $\varphi_1 - \varphi_2$ колебаний самих источников. Полное поле E в точке P является суперпозицией полей E_1 и E_2 :

$$E(r, \theta, t) = E_1 + E_2 = A(r) \cos(\omega t'_1 + \varphi_1) + A(r) \cos(\omega t'_2 + \varphi_2) = \\ = A(r) \cos(\omega t + \varphi_1 - kr_1) + A(r) \cos(\omega t + \varphi_2 - kr_2). \quad (9)$$

«Средняя» бегущая волна. Вместо того чтобы считать поле E суперпозицией двух сферических бегущих волн от источников 1 и 2, мы можем представить это поле как одну «среднюю» сферическую бегущую волну, амплитуда которой зависит от угла распространения θ , а фаза равна среднему значению фаз φ_1 и φ_2 . Воспользуемся тригонометрическим равенством

$$\cos a + \cos b = \cos \left[\frac{1}{2}(a+b) + \frac{1}{2}(a-b) \right] + \\ + \cos \left[\frac{1}{2}(a+b) - \frac{1}{2}(a-b) \right] = 2 \cos \frac{1}{2}(a+b) \cos \frac{1}{2}(a-b),$$

где

$$a = \omega t + \varphi_1 - kr_1, \quad b = \omega t + \varphi_2 - kr_2.$$

Тогда

$$\frac{1}{2}(a+b) = \omega t + \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2) - \frac{1}{2}k(r_1 + r_2) = \omega t + \varphi_{cp} - kr, \quad (10)$$

$$\frac{1}{2}(a-b) = \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{1}{2}k(r_1 - r_2) = \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{1}{2}\Delta\varphi. \quad (11)$$

Теперь уравнение (9) можно переписать так:

$$E(r, \theta, t) = \left\{ 2A(r) \cos \left[\frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{1}{2}\Delta\varphi \right] \right\} \cos(\omega t + \varphi_{cp} - kr) = \\ = A(r, \theta) \cos(\omega t + \varphi_{cp} - kr), \quad (12)$$

где амплитуда $A(r, \theta)$ определяется по формуле

$$A(r, \theta) = 2A(r) \cos \left[\frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{1}{2}\Delta\varphi \right], \quad (13)$$

$$\Delta\varphi = k(r_2 - r_1) = 2\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda}.$$

Поток фотонов. Поток фотонов в данной точке поля P пропорционален среднему во времени потоку энергии $\langle S \rangle$. В нашем случае, когда имеется лишь одна компонента поляризации, направленная по \hat{y} , поток энергии равен

$$\langle S \rangle = \frac{c}{4\pi} \langle \mathbf{E}^2 \rangle, \quad (14)$$

где

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{y}}E(r, \theta, t). \quad (15)$$

Имеем

$$\langle \mathbf{E}^2 \rangle = \langle [A(r, \theta) \cos(\omega t + \varphi_{\text{ср}} - kr)]^2 \rangle = \frac{1}{2} A^2(r, \theta), \quad (16)$$

где

$$A^2(r, \theta) = \left\{ 2A(r) \cos \left[\frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{1}{2}\Delta\varphi \right] \right\}^2. \quad (17)$$

Интерференционная картина от двух щелей. Будем считать, что r фиксировано, и посмотрим, как меняется поток фотонов при изменении угла θ . В соответствии с уравнениями (14) — (17) имеем

$$I(\theta) = I_{\text{макс}} \cos^2 \left[\frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{1}{2}\Delta\varphi \right] \quad (18)$$

(через $I(\theta)$ обозначен поток фотонов). Из уравнения (18) следует, что *интенсивность изменяется как квадрат косинуса половины полной разности фаз*, определяемой разностью фаз источников и разностью фаз, возникающей вследствие зависимости разности хода лучей от угла θ .

Источники колеблются в фазе. Если φ_1 и φ_2 равны, зависимость интенсивности от угла определяется только разностью хода:

$$I(\theta) = I_{\text{макс}} \cos^2 \frac{1}{2}\Delta\varphi = I_{\text{макс}} \cos^2 \left[\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda} \right]. \quad (19)$$

Это выражение справедливо как для двух щелей, так и для двух точечных источников. На рис. 9.5 показана зависимость интенсивности от угла θ для малых θ ($\theta \approx 0$). Мы предполагаем, что расстояние между источниками значительно больше λ ($d \gg \lambda$), так что $I(\theta)$ проходит через много максимумов и минимумов, в то время как θ остается довольно малым. На рис. 9.5 показаны несколько максимумов и минимумов в небольшой окрестности $\theta \approx 0$.

Источники колеблются в противофазе. Если φ_1 и φ_2 отличаются по фазе на $\pm\pi$, то половина разности фаз равна $\pm\pi/2$ и уравнение (18) принимает вид

$$I(\theta) = I_{\text{макс}} \sin^2 \frac{1}{2}\Delta\varphi = I_{\text{макс}} \sin^2 \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}. \quad (20)$$

На рис. 9.6 показан график выражения (20) в области $\theta \approx 0$ для случая, когда $d \gg \lambda$.

Интерференционная картина вблизи $\theta = 0^\circ$. Глядя на линейный источник света через две щели, нельзя указать направление, для которого $\theta = 0^\circ$. Таким образом, в рис. 9.5 и 9.6 содержится больше информации, чем нам обычно доступно (по крайней мере в домашних опытах). Наиболее важной информацией является угловой интервал между двумя последовательными максимумами или соответствующий пространственный интервал на экране детектора. (Таким экраном может быть, например, сетчатка глаза.) Два последовательных максимума на рис. 9.5 и 9.6 соответствуют изменению разности хода на одну длину волны, т. е. увеличению $d \sin \theta$ на λ . Для θ , близкого к нулю, можно считать $\sin \theta \approx \theta$. Тогда *угловой*

интервал между последовательными максимумами равен λ/d радиан. Обозначим этот интервал через

$$\theta_0 \approx \frac{\lambda}{d}. \quad (21)$$

Соответствующее пространственное расстояние между двумя

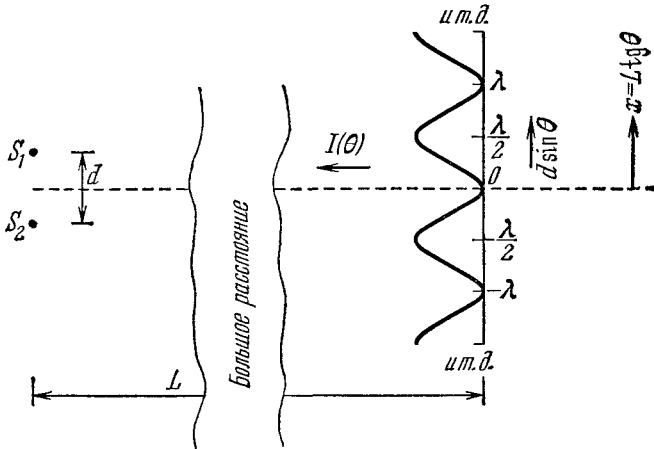


Рис. 9.5. Интенсивность суперпозиции от двух находящихся в фазе источников. Расстояние d велико по сравнению с λ .

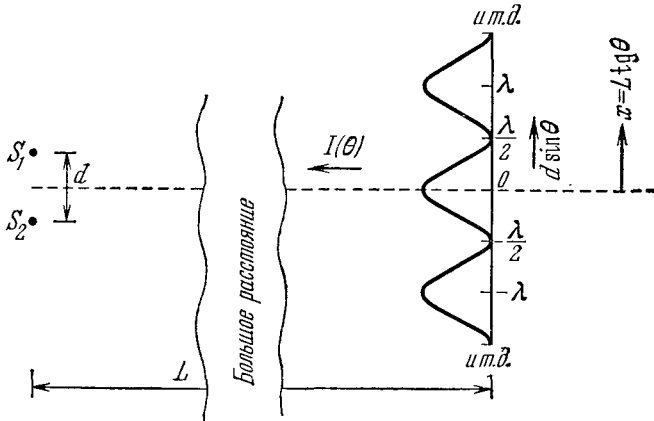


Рис. 9.6. Интенсивность суперпозиции от двух источников, различающихся по фазе на 180° .

последовательными максимумами обозначим через x_0 . В соответствии с рис. 9.5 или рис. 9.6 величина x_0 при малых θ равна

$$x_0 \approx L\theta_0 \approx \frac{L\lambda}{d}. \quad (22)$$

Сохранение энергии. Если выключить источник 2, то электрическое поле в точке P от источника 1 будет равно

$$E = E_1 = A(r) \cos(\omega t + \varphi_1 - kr_1). \quad (23)$$

Поток фотонов равен

$$\langle E_1^2 \rangle = A^2(r) \langle \cos^2(\omega t + \varphi_1 - kr_1) \rangle = \frac{1}{2} A^2(r). \quad (24)$$

Это выражение не зависит от θ . Аналогично, если действует только источник 2, поток фотонов равен

$$\langle E_2^2 \rangle = \frac{1}{2} A^2(r). \quad (25)$$

Когда действуют оба источника, поток фотонов пропорционален (константа пропорциональности та же, что и раньше) величине

$$\begin{aligned} \langle E^2 \rangle &= \langle (E_1 + E_2)^2 \rangle = \frac{1}{2} A^2(r, \theta) = \\ &= \frac{1}{2} \left\{ 2A(r) \cos \left[\frac{1}{2} (\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{1}{2} \Delta\varphi \right] \right\}^2 = \\ &= A^2(r) 2 \cos^2 \left[\frac{1}{2} (\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{1}{2} \Delta\varphi \right]. \end{aligned}$$

Используя (24) и (25), перепишем это выражение в виде

$$\langle E^2 \rangle = [\langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle] 2 \cos^2 \left[\frac{1}{2} (\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{1}{2} \Delta\varphi \right], \quad (26)$$

где

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda}. \quad (27)$$

Таким образом, поток энергии при двух действующих источниках есть произведение коэффициента $2 \cos^2 \left[\frac{1}{2} (\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{1}{2} \Delta\varphi \right]$, ответственного за угловую модуляцию, на сумму потоков от каждого источника в отдельности. Если между $\theta = 0^\circ$ и $\theta = 360^\circ$ находится много максимумов и минимумов, то модулирующая функция будет принимать значение 0 так же часто, как и значение 2, и ее среднее значение будет равно единице. Чтобы можно было наблюдать большое количество максимумов и минимумов, расстояние между источниками должно быть равным многим длинам волн, т. е. $d \gg \lambda$. Таким образом, мы видим, что полная испускаемая энергия (в плоскости рисунка) равна сумме вкладов каждого источника при условии, что расстояние между источниками составляет много длин волн. Это кажется правдоподобным.

Один плюс один равно четырем? Рассмотрим, однако, случай, когда оба источника расположены очень близко друг к другу. Пусть расстояние между источниками значительно меньше одной длины волны. Если источники колеблются в фазе, то из выражений (26) и (27) получим

$$\langle E^2 \rangle \approx 2 [\langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle]. \quad (28)$$

Таким образом, вместо суммы энергий от двух источников мы имеем удвоенное значение суммарной энергии. Это может показаться странным. Не противоречит ли это закону сохранения энергии? Оказывается, что не противоречит. Каждый источник испускает в два раза больше энергии, когда другой источник совмещен с ним (и колеблется в фазе). Каким образом это происходит? Мы описы-

вали движение каждого заряда выражениями (2), которые не зависят от расстояния d между источниками. Испускаемая энергия удваивается не потому, что изменяется движение каждого заряда, а потому, что импеданс, на который нагружен каждый источник, удвоился. Почему это происходит? Это происходит потому, что активная сила сопротивления, действующая на электроны в одной антенне, обуславливается не только тем полем, которое испущено этой антенной, но также и полем, испущенным второй антенной. Так как токи в антеннах находятся в фазе (по предположению) и антенны расположены очень близко друг к другу, полная сила сопротивления, действующая на электроны в одной антенне, в два раза больше, чем в случае только одной антенны. Поэтому, чтобы поддерживать неизменной скорость движения зарядов, источник должен развивать в два раза большую мощность. Поскольку это справедливо для каждой антенны, то в результате будем иметь увеличение полной энергии в два раза.

Один плюс один равно нулю? Если разность фаз между колебаниями источников равна 180° и если вы расположите одну антенну почти под другой, то амплитуда суммарной волны будет равна нулю. В пределе, когда антенны находятся одна под другой, амплитуда суммарной волны равна нулю в соответствии с уравнением (20). Источник «не работает», и энергия не излучается. Поле, излучаемое одной антенной, воздействует на электроны в другой антенне так, чтобы помочь осциллятору. В пределе (нулевое расстояние между антеннами) электроны в двух антеннах воздействуют друг на друга без помощи осциллятора. В этом случае мы имеем замкнутую систему с энергией, переходящей из одной антенны к другой и обратно. Роль генератора заключается только в восполнении потерь на активных сопротивлениях антенн. Сопроотивление излучению, т. е. характеристический импеданс, равно нулю.

9.3. Интерференция между двумя независимыми источниками

Независимые источники и время когерентности. Предположим, что каждый из источников имеет полосу угловых частот $\Delta\omega$ и основную угловую частоту ω_0 . Предположим, что источники независимы. Это значит, что на источники не действует одна и та же внешняя сила. Таким образом, нет ничего, что принудительно фиксировало бы разность их фаз. В случае двух радиоантенн это значит, что каждая антенна подключена к отдельному генератору и источнику мощности. Для видимого света это означает, что мы имеем два независимых источника, излучение которых определяется возбуждением различных атомов. Примером может служить газоразрядная лампа с парами ртути, окруженная непрозрачным экраном, в котором сделаны два небольших отверстия или две щели. Каждое отверстие будет освещаться различными атомами газа. Аналогичным образом мы можем сделать два отверстия или две щели в непрозрачном экране и установить его перед обыкно-