

Пусть источник состоит из большого числа точечных источников, расположенных между S_a и S_b , так что его ширина равна d . Условие (38), полученное для двух крайних точек a и b , будет применимо и к источнику в целом. (Точечные источники, расстояния между которыми меньше d , когерентны, если когерентны источники, находящиеся на расстоянии d .)

Аналогично, если мы имеем экран со многими щелями, то условие когерентности [уравнение (38)] применимо ко всей группе щелей, если D — расстояние между крайними щелями.

9.5. Угловая ширина пучка бегущих волн

Пучок бегущих волн, распространяющийся в данном направлении, обычно имеет вполне определенную конечную ширину. Пучок видимого света от прожектора и пучок микроволн от радара можно создать, поместив небольшой источник электромагнитного излучения в фокусе параболического рефлектора. Этот источник возбуждает электроны на металлической поверхности рефлектора, и они колеблются с такими разностями фаз, что отраженное излучение от всех точек поверхности рефлектора конструктивно интерферирует вдоль направления луча. Другим способом получения светового пучка является отражение плоским зеркалом света от небольшого или удаленного источника (например, солнца). Вместо зеркала можно использовать отверстие в непрозрачном экране. Если источник находится достаточно далеко или достаточно мал, то излучение, падающее на зеркало (или отверстие), можно считать плоской волной, т. е. волной, в которой все излучение распространяется точно в одном направлении. Зеркало отражает часть плоской волны. Аналогично, если достаточно малый источник находится в фокусе зеркала, представляющего собой идеальный параболоид, то пучок (в некотором приближении), подобно «сегменту плоской волны», состоит из излучения, распространяющегося в одном направлении. Все вышесказанное справедливо и для звуковых волн, и для волн в воде.

Ограничение углового разброса пучка из-за дифракции. Теперь возникает интересный и важный вопрос: можно ли создать пучок волн, который был бы ограниченной в сечении частью плоской волны? В таком пучке волна распространялась бы строго в одном направлении, и мы имели бы совершенно параллельный, ограниченный в сечении пучок, уходящий в бесконечность. Такой пучок создать *нельзя*. Сколь бы малым ни был источник в фокусе идеальной параболы, пучок не будет совершенно параллельным. Возьмем за основное направление ось z . Пусть «пространственная» ширина пучка (для данного z , например, сразу после рефлектора) равна D . В этом случае возникнет угловой разброс в направлениях распространения, и величина этого разброса, определяемая по половине максимальной интенсивности, будет порядка λ/D . (Это будет доказано ниже.)

Точно так же, если у нас имеется совершенно плоская волна от удаленного точечного источника, падающая на экран с отверстием диаметром D (или на зеркало с линейными размерами D), то угловой разброс прошедшего через отверстие пучка (или пучка, отраженного от зеркала) имеет порядок λ/D . Угловой разброс может быть равен нулю только при D , равном бесконечности (или если λ равно нулю). Говорят, что угловой разброс пучка *ограничен дифракцией*. На рис. 9.10 приведены примеры пучков. Заметим, что

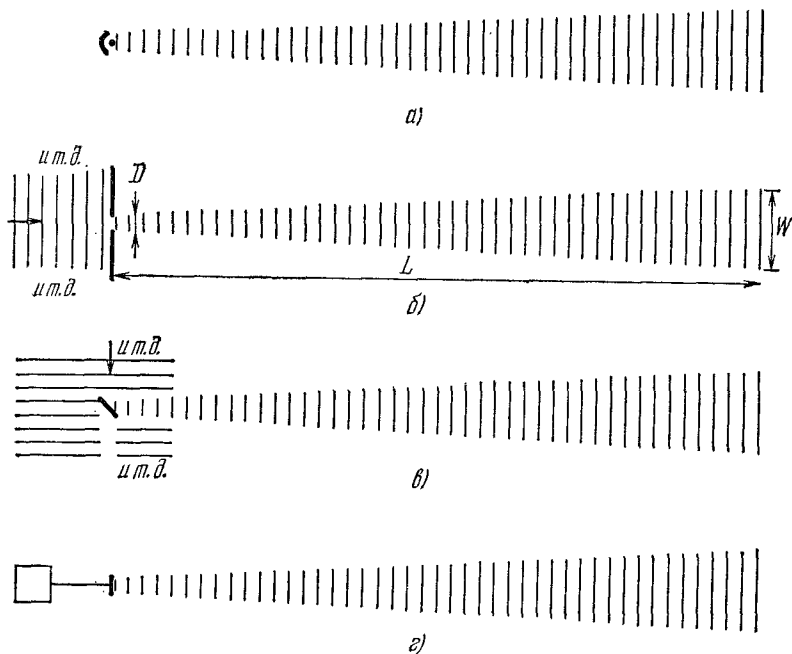


Рис. 9.10. Дифракция. Щель шириной D создаст угловой разброс $\approx \lambda/D$. Пучок, пройдя расстояние L , расширится до $W \approx L\lambda/D$.

а) Пучок, созданный точечным источником и параболическим зеркалом. б) Пучок, созданный плоской волной, проходящей через отверстие в непрозрачном экране. в) Пучок, созданный плоской волной, отраженной от плоского зеркала. г) Пучок, испущенный плоским излучателем, все части которого колеблются в фазе.

если первоначальная ширина пучка равна D и если были приложены все усилия, для того чтобы он был как можно более параллельным, то ширина пучка на большом расстоянии L примерно равна первоначальной ширине плюс произведение L на полный угловой разброс λ/D . Для достаточно больших L мы можем пренебречь первоначальной шириной D . Таким образом,

$$\boxed{\text{Полный угловой разброс} = \Delta\theta \approx \frac{\lambda}{D},} \quad (39)$$

$$\text{Ширина пучка} = W \approx L \frac{\lambda}{D}. \quad (40)$$

Каждая из четырех частей рис. 9.10 может соответствовать либо волнам на воде, либо звуковым, либо электромагнитным волнам (например, видимый свет с $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см или микроволны с $\lambda = 10$ см).

Пучок как интерференционный максимум. Дадим грубый вывод формулы (39). (В п. 9.6 будет приведен точный вывод.) Заметим, что результат, который будет получен, не зависит ни от типа волны, ни от того, как волна образована. Мы можем, например, работать с простейшим источником, каким является плоский излучатель рис. 9.10, г. В случае звуковых волн это будет просто колеблющийся в воздухе поршень. В случае электромагнитных волн это может быть колеблющийся слой зарядов конечной протяженности, например плоская антенна.

В любом случае будем считать, что *весь излучатель когерентен*, т. е. все его элементы колеблются в фазе друг с другом. [Если это условие не выполняется, то угловой разброс будет больше того, что дает формула (39). В пределе, в случае некогерентного излучателя, пучок вообще не возникнет.] Для основного направления пучка точки поля, достаточно удаленные от излучателя, практически эквидистантны относительно всех частей излучателя. Таким образом, для этого направления мы будем иметь максимум, отвечающий конструктивной интерференции. Это условие и *определяет основное направление пучка*. (Если изменить разность фаз излучения элементов излучателя, то можно создать пучок, у которого основное направление не будет перпендикулярным поверхности излучателя. Этот случай показан на рис. 9.10, в, где на различные части зеркала, расположенного под углом 45° к падающей плоской волне, действует вынуждающая сила с различной фазой. В результате максимум конструктивной интерференции, т. е. направление отраженного пучка, не перпендикулярен поверхности зеркала, а подчиняется закону «зеркального отражения».)

Угловой разброс пучка. В удаленной точке поля, местоположение которой не находится точно в направлении пучка, нельзя получить полностью конструктивной интерференции. Чтобы найти положение первого нуля в интерференционной картине, разделим излучатель на две половины: верхнюю и нижнюю. Затем будем аппроксимировать его двумя когерентными точечными (или линейными) источниками. Один источник находится на половине длины верхней части антенны, а другой — на половине длины нижней ее части. Расстояние между источниками обозначим $D/2$. Первый интерференционный нуль (первый нуль с любой стороны главного максимума, определяемого направлением пучка) возникает при разности хода лучей от источников в $1/2\lambda$, т. е. когда $1/2D \sin \theta$ равно $1/2\lambda$. Для малых углов, положив $\sin \theta = \theta$, имеем

$$\text{Половина углового расстояния до первого нуля} = \frac{\lambda}{D}. \quad (41)$$

Рис. 9.11 иллюстрирует сказанное. В каком направлении образуется следующий максимум? Если бы точки S_1 и S_2 (рис. 9.11) на самом деле соответствовали точечным источникам, то следующий максимум возник бы при разности хода лучей от второго и первого источников, равной длине волны λ . Однако, хотя разность фаз точечных источников, которыми мы заменим верхнюю и нижнюю

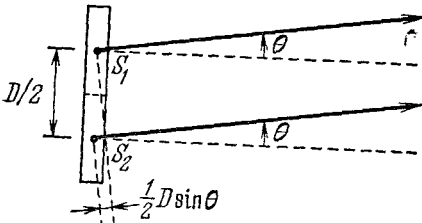


Рис. 9.11. Плоский излучатель.
Источник S_1 соответствует вкладу от верхней,
 S_2 — от нижней половины излучателя.

половины излучателя, равна нулю, вклады от обеих половин источника в образование следующего максимума равны нулю. Это происходит потому, что если снова разделить верхнюю и нижнюю половины пополам, так что весь излучатель будет разделен уже на четыре части, то вклад от первой четверти излучателя будет сдвинут на 180° относительно вклада от второй четверти и компенсирует его полностью. То же можно сказать про вклады от третьей и четвертой четвертей. Таким образом, первый боковой максимум появляется в действительности не тогда, когда имеются две половины со вкладами, отличающимися по фазе на 2π (так как в этом случае можно говорить, что мы имеем четыре смежных источника со вкладами, последовательно отличающимися по фазе на π), а в том случае, когда излучатель можно представить в виде трех третей, причем смежные трети отличаются по фазе на π . Две из трех третей компенсируют друг друга, а третья треть остается. Поэтому амплитуда первого побочного максимума меньше, чем амплитуда главного максимума, по меньшей мере в $1/3$ (в действительности при учете разности фаз в оставшейся одной трети излучателя мы получим еще меньшую величину). Таким образом, мы видим, что боковой максимум имеет меньшую амплитуду по сравнению с центральным максимумом, что и определяет направление пучка. При исследовании точной интерференционной картины мы найдем, что половина углового расстояния до первого нуля равна полному угловому разбросу, измеренному примерно на половине максимальной интенсивности. Именно так мы и определили угловой разброс пучка в формуле (39). Таким образом, мы довольно грубо вывели уравнение (39). (Точный результат показан на рис. 9.14, п. 9.6.)

Приложение е. Сравнение луча лазера и луча карманного фонарика. Предположим, что мы имеем ограниченный дифракцией лазерный пучок диаметром $D = 2\text{ мм}$ при длине волны 6000 \AA . Чему будет равен диаметр пучка на расстоянии 150 м ? Угловой разброс пучка равен

$$\Delta\theta \approx \frac{\lambda}{D} \approx \frac{6 \cdot 10^{-5}}{0,2} \approx 3 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

Произведение углового разброса на расстояние $L = 1500 \text{ см}$ даст пространственный разброс $W = (1500)(3 \cdot 10^{-4}) = 0,5 \text{ см} = 5 \text{ мм}$. (Это легко продемонстрировать в аудитории.)

Рассмотрим теперь луч карманного фонарика или световой указки в виде фонарика. Пусть этот пучок, с начальным диаметром 2 мм , образован точечной нитью, расположенной в фокусе линзы. Каким должен быть размер нити, чтобы пучок света от этого фонарика был ограничен дифракцией? Если нить не точечная, то различные ее части будут давать независимые пучки. Нетрудно показать, что угловой разброс, вызванный конечными размерами нити, примерно равен длине нити, деленной на фокусное расстояние f линзы:

$$\Delta\theta \approx \frac{\Delta x}{f}.$$

Мы хотим, чтобы пучок фонарика с начальной шириной 2 мм был ограничен только дифракцией. Для этого нужно, чтобы угловой разброс, возникающий из-за конечных размеров нити, был меньше углового разброса из-за дифракции. Последний, в соответствии со сделанными выше вычислениями, равен $3 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$. У обычного фонарика нить находится на расстоянии $0,5 \text{ см}$ от линзы, т. е. $f \approx 0,5 \text{ см}$, и мы получаем следующую оценку размера нити:

$$\Delta x < f \Delta\theta \approx (0,5)(3 \cdot 10^{-4}) \approx 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ см}.$$

Сделать столь малую нить вряд ли возможно.

9.6. Дифракция и принцип Гюйгенса

Различие между интерференцией и дифракцией. В п. 9.5 мы рассмотрели угловой разброс пучка из-за дифракции и произвели грубый расчет дифракционной картины при падении плоской волны на отверстие в непрозрачном экране (рис. 9.10, б) или на зеркало (рис. 9.10, в), а также в случае плоского излучателя (рис. 10, г). До этого мы рассматривали интерференционную картину, образованную двумя точечными или линейными источниками. В чем различие между интерференционной и дифракционной картинами?

Реального различия между ними нет. В силу исторических причин распределение амплитуды или интенсивности, появляющееся вследствие суперпозиции вкладов от конечного числа отдельных когерентных источников, обычно называется *интерференционной* картиной. Распределение амплитуды или интенсивности, вызванное суперпозицией вкладов от расположенных «непрерывно» друг за другом когерентных источников, называют *дифракционной* картиной. Поэтому говорят об интерференционной картине от двух узких щелей и о дифракционной картине от одной широкой щели или о комбинированной (интерференционной и дифракционной) картине от двух широких щелей.

В п. 9.5 мы предположили, что ограниченный дифракцией пучок, возникающий при падении плоской волны на отверстие