

и «импульс». Другими словами, соотношение неопределенностей показывает, что, пытаясь описать движение частицы с помощью классических переменных q и p , мы имеем дело с принципиальным ограничением точности такого описания.

26. Следует ясно понимать, что соотношение неопределенностей не является выводом из анализа процесса измерения, рассматриваемого в классических понятиях. Это соотношение отражает экспериментально обнаруженные свойства природы. Реальные частицы не ведут себя подобно точечным частицам классической физики или подобно малым биллиардным шарам. У них иные свойства, и именно поэтому некоторые измерения не могут быть выполнены даже мысленно.

В последующих главах мы изучим свойства частиц реального мира и увидим, что соотношения неопределенностей, кажущиеся странными, естественно вписываются в общую схему явлений.

Открытие постоянной Планка

27. Обратимся теперь к истории открытия постоянной Планка. Интересно проследить появление и триумфальный путь этой константы в физике. Нам следует вернуться к началу нашего века и рассмотреть некоторые не решенные в то время проблемы. Вот важнейшие из них:

- 1) проблема излучения черного тела;
- 2) проблема фотоэлектрического эффекта;
- 3) проблема стабильности и размера атомов.

Это далеко не единственные проблемы, занимавшие физиков той эпохи, но в них наиболее отчетливо проявились противоречия классической физики.

С исторической точки зрения наш обзор более чем схематичен. Вопрос о развитии квантовой механики невозможно уложить в несколько страниц. Рассматривая ситуацию начала века из сегодняшнего дня, мы понимаем, что три перечисленные задачи были ключевыми. Однако если просмотреть статьи, опубликованные в 1900 г. в «Annalen der Physik» (один из ведущих журналов того времени), то мы обнаружим, что большую часть физиков привлекали совсем другие задачи. Во все времена способность отличить значительные проблемы от незначительных была редкостью. Тем больше у нас оснований признать замечательную интуицию и силу воображения тех, кто положил начало квантовой физике.

28. Чтобы подчеркнуть ситуацию, покажем, что три перечисленные проблемы являются различными аспектами фундаментальной «тайны потерянной константы». Конечно, трудности, стоявшие перед физиками в 1900 г., не были сформулированы таким образом, но для нас такая точка зрения удобна и поучительна.

Под «потерянной константой» мы подразумеваем, конечно, постоянную Планка \hbar . В чисто классической теории такой константы не существует. Рассмотрим поэтому некоторые основные физиче-

ские константы, играющие важную роль при классическом описании явлений.

1) Скорость света $c=3 \cdot 10^{10}$ см/с. К 1900 г. эта константа была известна с большой точностью.

2) Постоянная Авогадро $N_0=6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹, представляющая собой число молекул в моле любого газа. В 1900 г. было известно *грубое* значение этой величины, полученное из кинетической теории газов.

3) Масса атома водорода $M_H=1,67 \cdot 10^{-24}$ г. С погрешностью до 1/2000 эта величина равна массе протона M_p . Поскольку масса моля водорода (H_2) очень близка к 2 г, то

$$N_0 M_H \approx N_0 M_p \approx 1 \text{ г/моль.} \quad (28a)$$

Таким образом, зная постоянную Авогадро, мы знаем и величину M_H .

4) Элементарный заряд $e=1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл = $4,8 \cdot 10^{-10}$ СГСЭ_q. Заряд электрона равен $-e$, а заряд протона равен $+e$. Заряд, переносимый молем однократно заряженных ионов (каждый ион переносит заряд e), носит название *постоянной Фарадея*. Таким образом,

$$F=N_0 e=96\ 487 \text{ Кл/моль.} \quad (28b)$$

Постоянная Фарадея F легко измеряется в опытах по электролизу. Она равна, например, заряду, который должен пройти через электролит, чтобы на электроде выделился моль серебра (т. е. 107,88 г серебра, так как относительная атомная масса серебра равна 107,88).

5) Отношение заряда электрона к его массе $e/m=1,76 \cdot 10^8$ Кл/г, и то же отношение для протона $e/M_p=9,6 \cdot 10^4$ Кл/г. Эти постоянные можно измерить в опытах по отклонению электронных и протонных пучков в электрических и магнитных полях. Таким методом Томсон получил в 1897 г. значение e/m *). Заметим, что

$$\frac{e}{M_p}=\frac{F}{N_0 M_p}, \quad (28c)$$

и эта константа зависит от констант, рассмотренных выше.

Следует также отметить, что, имея точные значения e/m и e/M_p , мы получаем точное значение величины

$$\frac{M_p}{m}=\frac{e/m}{e/M_p}, \quad (28d)$$

даже не имея точного значения элементарного заряда e . При этом мы предполагали, разумеется, что заряд протона равен по модулю заряду электрона.

6) Масса электрона $m=9,11 \cdot 10^{-28}$ г. Эта константа может быть получена из e и e/m .

29. Постоянная Авогадро N_0 служит звеном, соединяющим макро- и микрофизику. Огромная величина этой постоянной показывает, сколь в действительности малы атомы и молекулы и почему зерни-

*) Thomson J. J. Cathode Rays.— Phil. Mag., 1897, v. 44, p. 293.

стая структура вещества не проявляет себя в макроскопическом мире. Как мы уже упоминали, в конце прошлого века постоянная Авогадро была известна с малой точностью. Постоянные F , e/m и m/M_p были измерены намного точнее. Независимые и точные измерения N_0 или e должны были бы дать точные значения таких основных констант, как e , m и M_p . Важной особенностью планковской теории излучения абсолютно черного тела как раз и является, как мы увидим дальше, возможность независимого и точного определения N_0 .

Примерно через 10 лет Милликен в своих знаменитых опытах с каплями масла, помещенными между обкладками конденсатора,

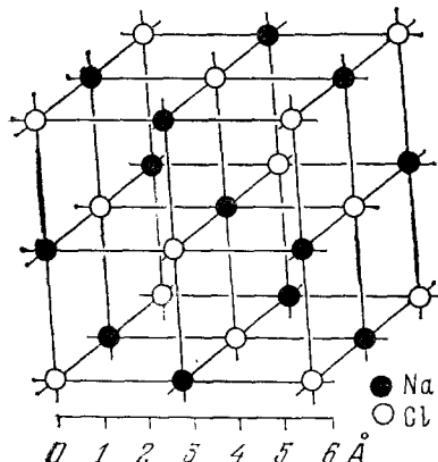
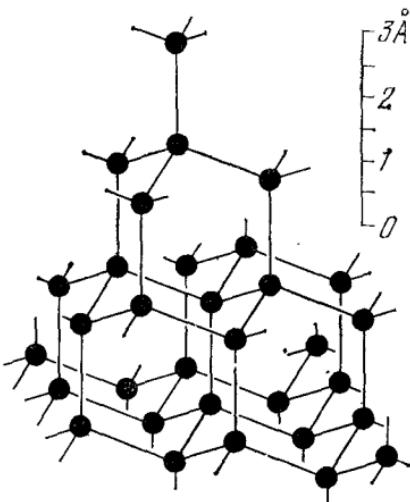


Рис. 30А. Строение кристаллов NaCl. Решетка кристалла кубическая, в вершинах куба по-перемено помещены атомы Na и Cl. Центры малых сфер, показанных на рисунке, соответствуют средним положениям атомов. Размеры сфер даны, разумеется, не в масштабе, и по ним невозможно судить о размерах атомов или ядер

Рис. 30В. Строение кристаллов алмаза. Каждый атом углерода имеет четырех ближайших соседей, расположенных в вершинах тетраэдра (к ближайшим соседям проведены черточки)

измерил заряд электрона e непосредственно. Идея метода заключалась в наблюдении за падением в воздухе наэлектризованных капель масла, находящихся под действием сил тяжести и электрического поля *). Этот опыт не мог дать очень точного значения заряда e , но играл, однако, большую роль как независимый и идеально очень простой метод измерения элементарного заряда.

30. Продолжим наш исторический обзор и заметим, что существует прямой метод измерения постоянной Авогадро N_0 . Он заключается в подсчете числа атомов в кристалле. Атомы кристалла образуют регулярную решетку, которая в некоторых случаях имеет, например, кубическую форму. Если мы сможем определить так называемую *постоянную решетки*, т. е. расстояние между соседними ато-

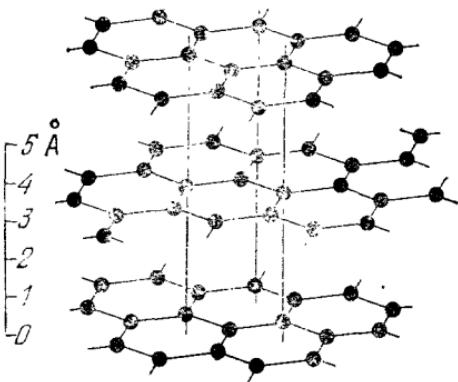


*) Millikan R. A. The Isolation of an Ion. A Precision Measurement of its Charge and the Correction of Stokes's Law.— Phys. Rev., 1911, v. 32, p. 349.

мами, то легко найдем N_0 . Постоянная решетки может быть измерена по дифракции рентгеновских лучей при условии, что их длина волны нам известна из независимых опытов, например по их дифракции на механически сделанной «макроскопической» решетке. Величина N_0 действительно была определена этим методом.

Великолепная идея, что сама природа снабдила нас готовыми дифракционными решетками в форме кристаллов, принадлежит

Рис. 30С. Строение кристаллов графита. Алмаз и графит построены из одних атомов углерода. Огромное различие свойств этих двух веществ объясняется различным строением кристаллической решетки. Решетка графита состоит из параллельных плоскостей. Расстояние между смежными плоскостями одно и то же, и в каждой плоскости атомы углерода расположены в вершинах шестиугольника. Сравните эту решетку с показанной на рис. 30В решеткой алмаза



М. Лауэ. По его предложению В. Фридрих и П. Книппинг *) в 1912 г. впервые получили картину дифракционного рассеяния рентгеновских лучей на кристаллах и тем подтвердили волновую природу рентгеновского излучения.

31. Чтобы понять идеи, связанные с излучением абсолютно черного тела, следует рассмотреть понятия тепла и температуры **), необходимые для описания поведения вещества в целом, при тепловом равновесии. Эти понятия ничего не говорят о строении и свойствах изолированных атомов, молекул или ядер, но тем не менее позволяют обнаружить некоторые проявления квантовой природы вещества. Дело в том, что, хотя мы, естественно, не производим измерений над отдельными атомами, молекулами или ядрами, мы все же наблюдаем эти частицы «вкрапленными» в вещество.

Тепловой энергией называется энергия, связанная с беспорядочным движением частиц макроскопического тела. Термо — это переданная (от одного тела другому) тепловая энергия. Что такое температура?

32. Дать краткое, но точное определение температуры не так-то просто. Казалось бы, мы «знаем», что такое температура, и даже можем ее измерить с помощью термометра. Термометром может служить любое тело или система тел, для которых данному изменению температуры отвечает измеримое изменение длины, или объема, или электрического сопротивления, или других параметров. Рассмотрим в качестве примера ртутный термометр. Чтобы определить по нему

*) Friedrich W., Knipping P., Laue M. Interferenzerscheinungen bei Röntgenstrahlen.— Ann. d. Phys., 1913, v. 41, p. 971.

**) Более полное обсуждение этих проблем читатель найдет в томе V этого курса: Рейф Ф. Статистическая физика.— 3-е изд.— М.: Наука, 1986.

температуру, необходимо засечь уровень ртути в капиллярной трубке постоянного сечения. Чтобы установить температурную шкалу, за 0° можно принять температуру тающего льда, а за 100° — температуру кипящей воды, промежуточные же значения температуры можно определить, разделив расстояние между этими реперными уровнями ртути в капилляре на 100 равных частей. Хотя таким способом мы действительно можем измерять температуру, однако он имеет существенный дефект (с точки зрения физической теории), ибо

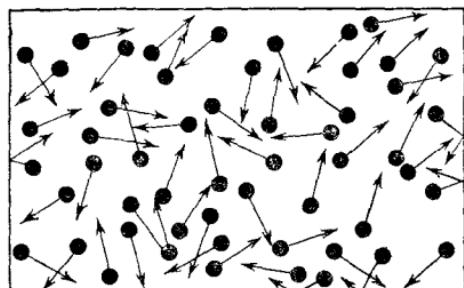


Рис. 33А. Объяснение уравнения $PV = (2/3)N_0 E_k$. Пусть в сосуде объемом V находится N_0 молекул. Предположим, что все молекулы имеют скорость v и движутся вправо. Число молекул, сталкивающихся с единичной поверхностью стенки в единицу времени, равно в этом случае $v(N_0/V)$. Каждая молекула передает стенке импульс, равный $2mv$. Давление P' равно импульсу, переданному за единицу времени единице поверхности стенки, и мы имеем $P' = 2mv^2(N_0/V) = 4E_k(N_0/V)$. В действительности все направления скорости равновероятны и истинное давление $P = (1/6)P'$, что приводит к уравнению (33а). Чтобы понять происхождение коэффициента $1/6$, предположим, что молекулы движутся в шести определенных направлениях, совпадающих с направлениями (положительными и отрицательными) координатных осей. Тогда только $1/6$ часть молекул примет участие в столкновениях с правой стенкой

наша шкала температуры зависит от свойств произвольно выбранного вещества, в данном случае ртути. Если бы в качестве термометрической жидкости мы выбрали спирт, то обнаружили бы, что, например, 30° по спиртовой шкале не совпадает с 30° по ртутной.

Для целей физики важно иметь температурную шкалу, которая не зависела бы от свойств любого данного вещества. В томе V этого курса, который посвящен физике тепла, подробно рассмотрено, как этого достичь. Полученная шкала называется *термодинамической шкалой* температуры. В этой шкале температура измеряется в кельвинах и обозначается К. Нуль термодинамической шкалы (0 K) представляет собой самую низкую из возможных температур. Она соответствует приблизительно -273°C . Для удобства размер кельвина выбран так, чтобы данная *разность* температур в обеих этих шкалах выражалась одинаковым числом. Таким образом, по определению

$$(\text{температура в K}) = (\text{температура в } ^\circ\text{C}) + 273,15.$$

33. Постараемся понять, хотя бы качественно, что значит «температура» с точки зрения микрофизики. Основная идея заключается в следующем. По мере роста температуры увеличивается средняя энергия, связанная с хаотическим движением элементарных со-

ставных частиц макроскопического тела. При температуре 0 К всякое *хаотическое* движение прекращается, и физически это значит, что достигнута наименьшая возможная температура. (Подчеркиваем слово *хаотическое*.)

В статистической физике вместо реального газа часто рассматривают в качестве модели идеальный газ. Мы предполагаем, что молекулы идеального газа движутся хаотически и практически не взаимодействуют друг с другом. Такая модель может быть хорошим описанием *разреженного* реального газа. Если наш газ состоит из атомов, мы говорим об идеальном однотипном газе. Легко показать, что для 1 моля идеального газа справедливо уравнение

$$PV = (2/3) N_0 E_k, \quad (33a)$$

где P — давление; V — объем сосуда; E_k — среднее значение кинетической энергии атома.

В рамках этой модели термодинамическая температура связана со средней кинетической энергией E_k простым соотношением:

$$E_k = (3/2) kT.$$

Коэффициент пропорциональности k носит название *постоянной Больцмана*. Мы можем теперь записать (33a) в виде

$$PV = N_0 k T = RT. \quad (33b)$$

Постоянная $R = N_0 k$ называется *универсальной газовой постоянной*. Этот закон, как показывает опыт, приближенно справедлив для всех достаточно разреженных газов. Любой реальный газ тем лучше удовлетворяет уравнению (33b), чем больше он разрежен. Мы можем воспользоваться этим экспериментальным фактом, чтобы построить газовый термометр, показывающий термодинамическую температуру.

34. Универсальная газовая постоянная равна

$$R = N_0 k = 8,314 \cdot 10^7 \text{ эрг/(моль} \cdot \text{К)} = 1,986 \text{ кал/(моль} \cdot \text{К).} \quad (34a)$$

Эту макроскопическую константу легко измерить, зная уравнение (33b).

Постоянная Больцмана $k = R/N_0$ представляет собой газовую постоянную, приходящуюся на одну молекулу. Ее легко вычислить, если N_0 известно:

$$k = 1,38 \cdot 10^{-16} \text{ эрг/К.} \quad (34b)$$

Постоянная Больцмана является множителем перехода от температуры к энергии. Простая связь $E_k = (3/2) kT$ не означает, однако, что температура и энергия — это «одно и то же».

35. После этого краткого обзора основных констант можно рассмотреть проблему излучения абсолютно черного тела. Сперва изложим основные эмпирические факты. Поверхность любого тела, находящегося при высокой температуре, испускает излучение в огромном интервале частот или длин волн. Построив график, где по оси ординат отложено количество излученной энергии (за единицу

времени с единицы поверхности тела и в единичном интервале длин волн), а по оси абсцисс — длина волны, мы получим кривую, которая «уходит в нуль» как для малых, так и для больших длин волн. Эта кривая имеет максимум при определенном значении длины волны λ_{\max} . Величина λ_{\max} зависит от температуры тела, но при данной температуре величина λ_{\max} и полное количество испущенного излучения *приблизительно постоянны* для любой поверхности. Вместо того чтобы исследовать излучение с поверхности, можно изучать излучение из щели в некоторой замкнутой поверхности данного вещества, находящегося при фиксированной температуре. Иными словами, мы имеем дело с оболочкой, или «печкой», из подходящего материала, в которой сделана небольшая щель (ее линейные размеры малы по сравнению с линейными размерами полости). Мы направляем наш прибор на щель и измеряем излучение, исходящее из полости. В такого рода измерениях получены следующие результаты.

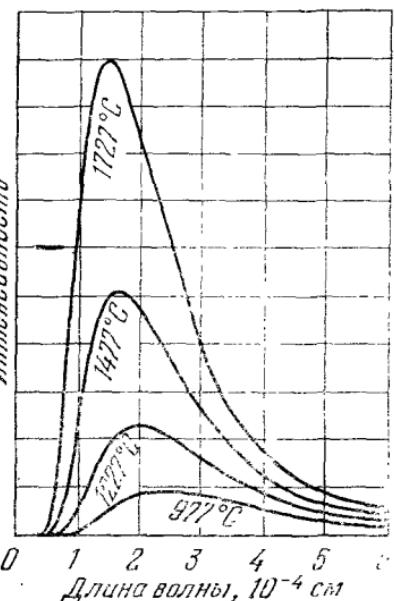


Рис. 35А. Зависимость интенсивности излучения черного тела от длины волны (для четырех различных температур). Полная интенсивность излучения, пропорциональна четвертой степени термодинамической температуры, определяется площадью под кривыми. Заметьте, что с повышением температуры максимум кривых смещается в сторону коротких волн; точная зависимость положения максимума от температуры выражается законом Вина

максимум при значении λ_{\max} , которое зависит от температуры стенок следующим образом:

$$\lambda_{\max} T = C_0 = 0,2898 \text{ см} \cdot \text{К}. \quad (35a)$$

Эта связь между λ_{\max} и T называется *законом смещения Вина*.

2) Спектральное распределение испущенного излучения (т. е. форма кривой на рис. 35А) не зависит ни от формы полости, ни от материала стенок. Постоянная C_0 в законе Вина (35а) является, таким образом, универсальной постоянной, описывающей это замечательное *общее* свойство полостей.

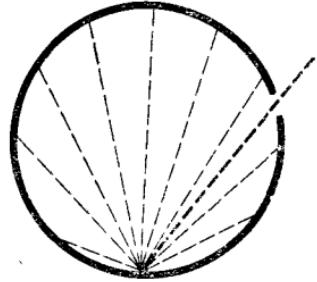
3) Для заданной длины волны интенсивность излучения из щели всегда больше интенсивности излучения с поверхности данного материала, находящейся при температуре стенок полости. Порядок величины интенсивности в обоих случаях одинаков.

36. Поверхность, поглощающая все падающее на нее излучение, называется *черной поверхностью*. Для внешнего наблюдателя небольшая щель в стенах полости представляется почти черной поверх-

ностью, особенно если внутренние стенки полости не полированы и зачернены. Объясняется это тем, что любое излучение, попавшее извне в полость, полностью поглощается при многократных отражениях внутри полости, даже если ее внутренние поверхности не будут полностью поглощающими.

Благодаря этому можно считать излучение, исходящее из щели в полости, *излучением черного тела*. Г. Кирхгоф, исходя из весьма общих термодинамических законов, показал, что для любой длины волны и данной температуры отношение энергии, испущенной данной поверхностью, к энергии, испущенной поверхностью черного

Рис. 36А. Для внешнего наблюдателя небольшая щель в стенке полости с (частично) поглощающими стенками является поверхностью почти абсолютно черного тела. Луч света, попадающий в полость через щель, частично поглощается, а частично рассеивается стенкой. Только очень малая часть попавшего в полость извне излучения сможет выйти обратно через щель. Этим методом легко получить черное тело. Выкрасьте черной краской внутренность небольшой картонной коробки и сделайте в ней отверстие. Рассматривая его снаружи, вы обнаружите, что оно значительно «чернее» любого «черного» вещества



тела, равно коэффициенту поглощения материала стенок. Таким образом, поверхность черного тела является стандартным излучателем, и мы можем ограничить наше рассмотрение излучением абсолютно черного тела, т. е. излучением из щели в стенах полости.

37. В конце XIX века излучение черного тела было тщательно измерено, и одним из результатов этих измерений явился закон Вина [см. равенство (35a)]. Возникла теоретическая проблема получения закона излучения на основании некоторых общих принципов термодинамики. Тот факт, что щель в полости представляет собой источник излучения, понять нетрудно. Мы знаем, что вещество стенок состоит из заряженных частиц и их тепловое движение, естественно, приводит к излучению энергии в полость. Это излучение может также поглощаться стенками, и, если их температура фиксирована, в конце концов устанавливается некоторое равновесие между энергией в полости и стенками, иначе говоря, равновесная энергия, поглощенная стенками из полости, будет расти энергии, испущенной ими в полость. Таким образом, задача состоит в том, чтобы получить выражение для плотности энергии в полости как функции длины волны и температуры.

Обратим внимание на одну сторону этой проблемы, выражаемую равенством (35a). Чтобы понять его смысл, перепишем (35a) в виде

$$\frac{\lambda_{\max}}{c} kT = X_1 = \frac{C_0 k}{c}; \quad (37a)$$

здесь c — скорость света; k — постоянная Больцмана; X_1 — новая постоянная. Левая часть (37a) имеет размерность

$$(\text{время}) \times (\text{энергия}) = (\text{действие}),$$

и такова же размерность постоянной X_1 . Как получить теоретиче-

ское выражение для X_1 ? Можно ли из известных нам констант образовать величину, имеющую размерность действия? Это, несомненно, трудная задача, поскольку нам совершенно не ясно, каким образом константы m , M_H и e должны входить в выражение для X_1 . Физическая ситуация кажется чрезвычайно ясной; излучение в полости находится в тепловом равновесии со стенками. Испущенное из полости излучение, однако, совершенно не зависит от размера и формы полости и от вещества стенок. Какое при этом могут иметь значение такие константы, как m и e , имеющие отношение к свойствам стенки? Мы начинаем подозревать, что константа X_1 не может быть получена из известных констант. Более того, выражение (37a) невозможно понять в рамках классической физики. В 1900 г., до открытия, сделанного Планком, ситуация казалась весьма обескураживающей. Статистическая механика, основанная на законах классической физики, давала абсурдные выражения для закона излучения черного тела. Из этого закона следовало, например, что интенсивность излучения монотонно растет с частотой, так что полное излучение становилось бесконечно большим, а это означало, что при любой температуре тепловое равновесие между излучением и веществом невозможно!

38. 14 декабря 1900 г. на съезде Немецкого физического общества в Берлине Макс Планк сообщил, что ему удалось вывести закон излучения черного тела. Этот день может считаться днем рождения квантовой теории *). Для получения теоретического выражения зависимости интенсивности излучения от длины волны и температуры Планк должен был отказаться от классических представлений и сделать специальное предположение, смысл которого в следующем. Осциллятор, совершающий свободные колебания с частотой v , может получать или отдавать энергию порциями, величина которых равна $E = hv$. В этом равенстве постоянная h представляет собой новую фундаментальную константу природы. Тогда Планк оказался в состоянии получить выражение для константы X_1 :

$$\frac{\lambda_{\max}}{c} kT = \frac{C_0 k}{c} = X_1 = 0,2014 h. \quad (38a)$$

Такова история появления постоянной Планка.

Сам Планк с большим трудом примирился с таким отказом от классических представлений и, совершив свое великое открытие, ряд лет посвятил тому, чтобы понять излучение черного тела на базе чисто классических представлений. Об этих безуспешных попытках он впоследствии говорил, что они не были для него бесполезными; повторные неудачи привели его к окончательному выводу, что в рамках классической физики излучение черного тела понять невозможно.

39. В полном виде закон излучения Планка выглядит так:

$$E(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/\lambda kT) - 1}, \quad (39a)$$

*) Planck M. Über das Gesetz der Energieverteilung in Normalspektrum.— Ann. d. Phys., 1901, v. 4, p. 553.

где $E(\lambda, T)$ — плотность энергии в полости на единичный интервал длин волн для данных значений длины волны λ и температуры T ; k — постоянная Больцмана; c — скорость света.

Интенсивность излучения, выходящего из малой щели в стенках полости, пропорциональна плотности энергии внутри полости. Таким образом, выражение (39а) дает математическую зависимость, показанную графически на рис. 35А.

Чтобы найти положение максимума функции $E(\lambda, T)$ при данном T , возьмем производную E по λ , приравняем ее нулю и решим полученное уравнение относительно λ_{\max} . Таким способом мы получим уравнение (38а) или эквивалентное ему:

$$\lambda_{\max} T = C_0 = 0,2014 hc/k. \quad (39b)$$

Величины λ_{\max} и T могут быть измерены, скорость света c известна, и, таким образом, уравнение (39б) позволяет экспериментально определить отношение h/k . Кроме того, непосредственным сравнением измеренного распределения $E(\lambda, T)$ с его теоретическим значением (39а) может быть определена постоянная h . После этого можно вычислить значение постоянной Больцмана и, воспользовавшись соотношением $N_0 = R/k$, величину N_0 . Планк получил этим методом значение величины k , которое оказалось всего на 2,5% меньше лучшего современного значения.

40. Подробная история открытия закона излучения Планка весьма поучительна. Планк догадался о правильной зависимости $E(\lambda, T)$ от λ и T еще до того, как ему удалось вывести формулу (39а) на основании «микроскопического» рассмотрения. Эта догадка была основана частично на точных измерениях Рубенса и Курлбаума, частично на некоторых общих теоретических соображениях. [Выражение (39а) слишком сложно, чтобы его можно было получить эмпирически.] Свои предварительные результаты Планк доложил Немецкому физическому обществу 19 октября 1900 г. В этой версии в формуле были две константы, не имевшие физической интерпретации. В наших современных обозначениях это константы $8\pi hc$ и hc/k . Полученная формула была проверена на опыте в измерениях Рубенса, а также Луммера и Прингслейма. Согласие теории и опыта было замечательно точным *), и перед Планком встала необходимость дать теоретическое объяснение этой формулы. За восемь недель напряженного труда он достиг успеха.

Фотоэлектрический эффект

41. В конце прошлого века было экспериментально обнаружено, что при падении света из видимой области или из ультрафиолетовой части спектра на поверхность металла из последней испускаются электроны. Сам по себе этот эффект не удивителен, поскольку известно, что свет представляет собой электромагнитные колебания. Та-

*) О дальнейшей проверке закона Планка см. в работе: Rubens H., Michel G. Prüfung der Planckschen Strahlungsformel.— Phys. Zs., 1921, v. 22, p. 569.