

МАТЕРИАЛЬНЫЕ ЧАСТИЦЫ

Волны де Бройля

1. В этой главе мы изучим свойства материальных частиц, т. е. частиц с ненулевой массой покоя. К таким частицам относятся, например, электроны, протоны, нейтроны, мезоны, молекулы и т. д.

Материальные частицы обладают волновыми свойствами. Это простой экспериментальный факт, широко известный в настоящее время. Вспомним, однако, что в свое время волновые свойства электрона оказались большой неожиданностью. Причина удивления кроется в том, что физики привыкли считать электрон во всем подобным классической частице. Ранние опыты с электронами не противоречили такой модели, и до 1927 г. не было ясных экспериментальных указаний на волновые свойства электрона.

Волновые свойства фотона были открыты раньше, чем его корпускулярные свойства. Изучение электрона шло в обратном порядке. Такая историческая последовательность привела к тому, что у неспециалистов стало почти всеобщим представление, что свет состоит из волн, а электроны являются частицами. Картина эта неполная. В будущем, несомненно, станет общеизвестным, что фотоны, электроны и вообще *все* частицы похожи друг на друга в том смысле, что обладают *некоторыми* свойствами волн и *некоторыми* свойствами корпускул.

2. Интересно проследить предсказание и экспериментальное обнаружение волновых свойств вещества, ибо это было великим открытием в физике. В первой части главы мы будем почти точно руководствоваться исторической последовательностью событий и просим читателя забыть все, что ему уже известно о волновых свойствах частиц. Вернемся к ситуации, существовавшей примерно в 1923 г. В то время уже было достаточно много известно о корпускулярных свойствах электрона, но его волновые свойства были неизвестны. Однако тот факт, что фотон обладает некоторыми корпускулярными свойствами, был известен.

Нам предстоит выяснить, может ли материальная частица, например электрон, иметь волновые свойства. Для ответа на этот вопрос следует обратиться к опыту, но предварительно мы рассмотрим некоторые теоретические идеи.

3. Желание связать в одном объекте свойства волны и частицы может казаться очень странным. Мы не утверждаем, что можем логически *доказать* такую возможность. Существуют, однако, некоторые оптические аналогии, к которым мы можем обратиться. Рассмотрим прохождение света через некоторый оптический при-

бор. В принципе мы можем понять его свойства, решив уравнения Максвелла с подходящими граничными условиями. Они позволяют описать распространение волн от источника света до его изображения. Но имеется более простой способ рассмотрения свойств оптических приборов — метод лучевой, или геометрической, оптики.

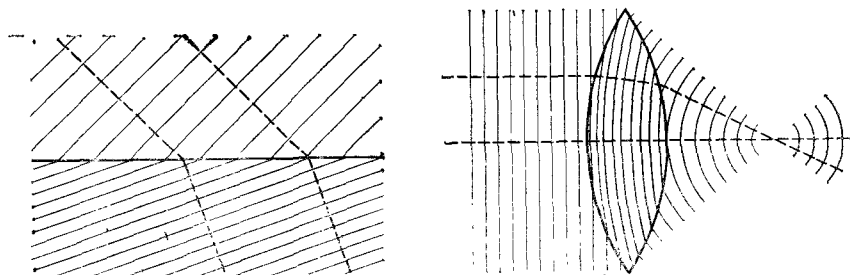


Рис. 3А. Преломление плоской волны на границе раздела двух однородных сред с различными показателями преломления. Волновые фронты, т. е. поверхности постоянной фазы, представляют собой плоскости. Эти плоскости показаны тонкими линиями. Штриховыми линиями показаны лучи. Они перпендикулярны к волновым фронтам. Можно считать, что они отвечают траекториям фотонов. Данному свойству волновых фронтов соответствует множество траекторий, из которых на рисунке показаны две. Волна частично отражается, но отраженная волна не показана, чтобы не загромождать рисунок

Рис. 3В. Этот рисунок аналогичен предыдущему и служит для иллюстрации рассуждений, приведенных в п. 3. Слева на линзу падает плоская волна. Два луча (или две траектории фотонов) пересекаются в фокусе. Системе волновых фронтов соответствует множество траекторий. Можно обнаружить некоторые несовершенства. Они не связаны с ошибками черчения и означают, что идеальной линзы не существует. Рисунок справедлив лишь для парацентральной области, т. е. для лучей, находящихся в непосредственной близости от оси. На различных поверхностях, разумеется, происходят отражения. Они на рисунке не показаны

Основываясь на точных волновых уравнениях, можно показать, что этот метод дает *приближенное* решение. Мы рассматриваем прохождение через прибор *светового* луча, который можно считать траекторией фотона. Какова связь этого луча с волной? В каждой своей точке луч перпендикулярен к фронту волны; в достаточно малой области пространства волна является приближенно плоской волной, и проходящий через эту область луч перпендикулярен к плоскости постоянной фазы. Такое рассуждение позволяет связать частицу и волну. Именно эту оптическую аналогию мы намерены использовать для формулировки волновой теории материальных частиц.

Соответствующие идеи были высказаны впервые Луи де Бройлем в 1923 г.*). Мы должны отдать дань удивления и восхищения его интеллектуальной смелости.

4. Последуем за де Бройлем и допустим, что с каждой движущейся частицей связана волна. Пусть внешние силы отсутствуют и частица движется равномерно. Обозначим энергию частицы E , импульс p и массу m .

Если с такой частицей связана волна, можно ожидать, что она будет перемещаться в том же направлении, что и сама частица. Пред-

*) *De Broglie L. V. Ondes et quanta.— C. R., 1923, v. 177, p. 507; A Tentative Theory of Light Quanta.— Phil. Mag., 1924, v. 47, p. 446; Recherches sur la théorie des quanta.— Ann. de Phys., 1925, v. 3, p. 22.*

ставим нашу волну комплексной волновой функцией:

$$\psi(\mathbf{x}, t) = A \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{k} - i\omega t), \quad (4a)$$

где A — постоянная амплитуда волны; \mathbf{k} — волновой вектор; ω — частота. Наша задача — попытаться угадать связь между параметрами \mathbf{k} и ω , характеризующими волну, и параметрами \mathbf{p} , E и m , характеризующими частицу.

Волна, описываемая волновой функцией $\psi(\mathbf{x}, t)$, является плоской. Уравнение плоскости постоянной фазы имеет вид $(\mathbf{x} \cdot \mathbf{k} - \omega t) = \text{const}$. Эта плоскость, а значит и волна, распространяется с *фазовой скоростью*

$$\mathbf{v}_f = \omega \mathbf{k} / k^2. \quad (4b)$$

На первый взгляд фазовую скорость \mathbf{v}_f хотелось бы приравнять скорости частицы $\mathbf{v} = \mathbf{p}c^2/E$, но, подумав, мы должны сказать, что скорость частицы разумнее отождествить с *групповой скоростью*. Именно эта величина дает скорость распространения в пространстве сигнала или энергии, и тем самым мы рассматриваем частицу как «сгусток», или «пакет», энергии.

5. В томе III этого курса *) мы получили следующее выражение для групповой скорости волнового пакета:

$$\frac{1}{v} = \frac{dk}{d\omega}, \quad \text{или} \quad v = \frac{d\omega}{dv} \frac{dv}{dk}. \quad (5a)$$

Мы думаем, что групповая скорость v может быть скоростью частицы. Чтобы продвинуться дальше, нужно угадать зависимость частоты ω от \mathbf{p} и E . Допустим, что зависимость $E = \hbar\omega$, справедливая для фотонов, годится и для материальных частиц. Тогда

$$\hbar\omega = E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}. \quad (5b)$$

Подставляя это выражение во второе из равенств (5a), получаем

$$\frac{dk}{dv} = \frac{1}{v} \frac{d\omega}{dv} = \frac{m}{\hbar} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2}. \quad (5c)$$

Интегрируя это уравнение в предположении, что $k=0$, если $v=0$, имеем

$$\hbar k = \frac{mv}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = p, \quad (5d)$$

или в векторной форме

$$\hbar \mathbf{k} = \mathbf{p}. \quad (5e)$$

Именно это выражение было предложено де Бройлем.

6. Чтобы получить выражение $\hbar \mathbf{k} = \mathbf{p}$, мы сделали несколько сомнительное предположение, выраженное левой частью уравнения (5b). Зададимся вопросом: можно ли получить тот же результат, не прибегая к такому предположению, а исходя из общих требо-

*) Крауфорд Ф. Волны. — 3-е изд. — М.: Наука, 1984, гл. 3.

ваний релятивистской инвариантности? Используем эту возможность и убедимся, что уравнения (5b) и (5d) согласуются со специальной теорией относительности.

Прежде всего следует выяснить, как меняются величины k и ω при преобразованиях Лоренца. Допустим, что в *нештрихованной системе* волновая функция $\psi(\mathbf{x}, t)$ задана выражением (4a). Эта же волна в *штрихованной системе*, движущейся со скоростью \mathbf{v} относительно нештрихованной системы, будет иметь вид

$$\psi'(\mathbf{x}', t') = A' \exp(i\mathbf{x}' \cdot \mathbf{k}' - i\omega' t'), \quad (6a)$$

где A' — постоянная амплитуда, которая может быть и не равна A . Допустим, что штрихованная система является *системой покоя* нашей частицы. В этой системе $\mathbf{k}'=0$, $\mathbf{p}'=0$ и $E'=mc^2$. Если предположить, далее, что выражение (5b) справедливо для системы покоя, то получим $\omega' = mc^2/\hbar$.

7. Фаза волны в данной системе определена выражением $\mathbf{x} \cdot \mathbf{k} - \omega t$, и мы допустим, что эта величина является *инвариантом*: если в штрихованной системе в точке \mathbf{x}' в момент времени t' фаза имеет данное значение, то она сохранит его в соответствующей точке \mathbf{x} и в соответствующий момент времени t нештрихованной системы. Это предположение следует из периодической структуры волны. Если фаза двух пространственно-временных точек отличается на целое число 2π в *одной* системе координат, то фазы той же волны должны отличаться на то же число 2π в *любой* системе координат. Отсюда следует, что фазы в штрихованной и нештрихованной системах могут лишь отличаться на постоянную величину. Эта величина может быть включена в отношение A/A' , и, таким образом, *инвариантом* становится сама фаза. Сделав это предположение и выбрав штрихованную систему координат в качестве системы покоя частицы, получаем

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{k} - \omega t = -\omega' t' = - (mc^2/\hbar) t'. \quad (7a)$$

Величину t' можно выразить через \mathbf{x} , t и скорость $-\mathbf{v}$, с которой нештрихованная система движется относительно штрихованной. Связь между этими величинами дается преобразованием Лоренца, рассмотренным в томе I нашего курса *):

$$t' = \frac{t - \mathbf{x} \cdot \mathbf{v}/c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}. \quad (7b)$$

Подставляя это выражение в (7a), получаем

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{k} - \omega t = \frac{(mc^2/\hbar)(\mathbf{x} \cdot \mathbf{v}/c^2 - t)}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}. \quad (7c)$$

Полученное равенство справедливо для *любых* \mathbf{x} и t . Поэтому

$$\omega = \frac{mc^2/\hbar}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}, \quad (7d)$$

$$\mathbf{k} = \frac{m\mathbf{v}/\hbar}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}. \quad (7e)$$

*) Киттель Ч., Найт У., Рудерман М. Механика.— 3-е изд.— М.: Наука, 1983, гл. 11.

С другой стороны, v есть скорость частицы в нештрихованной системе координат, так как в штрихованной системе частица покоится. Таким образом, энергия E и импульс p частицы в нештрихованной системе равны

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}}, \quad p = \frac{mv}{\sqrt{1-(v/c)^2}}. \quad (7f)$$

Объединяя выражения (7d) — (7f), имеем

$$E = \hbar\omega, \quad p = \hbar k. \quad (7g)$$

Мы подтвердили формулу (5e) и видим, что выражение (5b), введенное нами в качестве догадки, справедливо в общем случае, если оно справедливо в системе покоя. Наш ход рассуждений показал, что соотношения (7g) находятся в согласии со специальной теорией относительности. Действительно, мы получили их, исходя из требования релятивистской инвариантности фазы.

8. Следуя за идеями де Бройля, мы пришли к гипотезе, что с движущейся частицей связана волна, характеризующаяся волновым вектором k , который определяется импульсом частицы: $p = \hbar k$. Таким образом, длина волны, связанная с частицей, определяется выражением

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi}{k}. \quad (8a)$$

Это выражение известно под названием *длины волны де Бройля* для материальной частицы. Заметим, что оно справедливо и для фотона.

Чтобы выяснить, как длина волны де Бройля зависит от параметров движущейся частицы, запишем выражение (8a) в виде

$$\lambda = \frac{h}{mc} \frac{\sqrt{1-(v/c)^2}}{v/c}. \quad (8b)$$

Мы видим, что λ уменьшается с возрастанием скорости v . При данной скорости v длина волны обратно пропорциональна массе частицы m .

9. Если E означает *полную* энергию частицы, то

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{E^2 - m^2c^4}} = \frac{hc/E}{\sqrt{1 - (mc^2/E)^2}}. \quad (9a)$$

Это выражение показывает, что при данной массе m длина волны λ уменьшается с возрастанием энергии E . При заданной полной энергии E длина волны λ растет с ростом массы m . При данной энергии наименьшую длину волны де Бройля имеет безмассовая частица:

$$\lambda = \frac{hc}{E}. \quad (9b)$$

Поскольку это выражение следует из (9a) при $mc^2/E=0$, оно приближенно справедливо в крайнем релятивистском пределе, когда скорость частицы v очень близка к c , или, иначе говоря, когда полная энергия частицы много больше энергии покоя.

Если T — кинетическая энергия частицы, то

$$E = T + mc^2. \quad (9c)$$

Подставляя это выражение для E в (9a), получаем

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{T(T+2mc^2)}} = \frac{h}{\sqrt{2mT}} \frac{1}{\sqrt{1+T/2mc^2}}. \quad (9d)$$

При данной массе покоя m длина волны λ уменьшается с возрастанием кинетической энергии T . При заданной кинетической энергии T длина волны λ уменьшается при увеличении массы m .

В предельном случае, когда скорость частицы очень мала по сравнению с c , отношение T/mc^2 становится очень мало. Полагая в выражении (9d) это отношение равным нулю, получаем следующее выражение для длины волны в нерелятивистском приближении:

$$\lambda \approx h/\sqrt{2mT} \approx h/mv. \quad (9e)$$

Мы могли бы, конечно, получить его и непосредственно из (8a).

10. Теперь следует выяснить, в какой степени идея де Бройля о существовании волн материи согласуется с опытом. Прежде всего нам следует убедиться в том, что эта идея не противоречит установившимся понятиям макроскопической физики.

Рассмотрим частицу, которая мала с макроскопической точки зрения. Допустим, например, что масса частицы $m = 10^{-5}$ г и что частица движется со скоростью $v=1$ см/с. Воспользовавшись нерелятивистским приближением (9e), получим, что в этом случае длина волны де Бройля $\lambda \approx 6,6 \cdot 10^{-22}$ см. Это невероятно малая величина. Ее малостью объясняется то, что волны материи (если таковые существуют) не проявляются в макроскопических явлениях — просто эти волны слишком малы, чтобы их можно было наблюдать. Чтобы понять, в чем тут дело, необходимо вернуться к оптической аналогии. Приближение лучевой, или геометрической, оптики оказывается тем более точным, чем меньше отношение длины волны света к характерным размерам оптического прибора. Чтобы волновые свойства света как-то проявились в оптическом приборе, мы должны создать такие условия, при которых какой-нибудь геометрический параметр прибора окажется сравнимым с длиной волны. Только в этом случае мы обнаружим отклонение от законов геометрической оптики, которое проявится в виде интерференционных или дифракционных эффектов. Аналогичным образом, чтобы обнаружить существование волн материи, мы должны иметь какой-то прибор, геометрические параметры которого сравнимы с длиной волны. Более конкретно, мы должны иметь какую-то специальную решетку, с помощью которой можно было бы обнаружить дифракцию волн материи.

11. Анализ формулы (8b) показывает, что если мы хотим иметь большую длину волны, нам следует воспользоваться наиболее легкими частицами, а именно электронами, движущимися с возможно меньшей скоростью. В этом случае для вычисления длины волны достаточно хорошо нерелятивистское приближение (9e). Переписав это выражение для частицы с массой электрона и кинетической

энергией T , получим

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mT}} = \sqrt{\frac{150,4 \text{ эВ}}{T}} \text{ \AA} . \quad (11a)$$

Таким образом, длина волны равна $1 \text{ \AA} = 10^{-8}$ см, если кинетическая энергия электрона равна 150,4 эВ. Тот же порядок величины имеет постоянная кристаллической решетки. Поэтому, так же как и для рентгеновского излучения, кристаллическая структура может быть подходящей решеткой для волн материи.

Первые опыты такого рода были выполнены К. Дэвиссоном и Л. Джермером и независимо Г. Томсоном в 1927 г.*). В опытах Дэвиссона и Джермера изучалось *отражение* электронов от поверхности кристалла, тогда как Томсон наблюдал *прохождение* электронов через тонкие кристаллические пленки.

От электронной
пучки

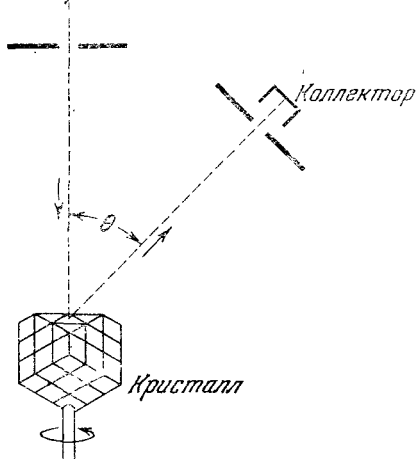


Рис. 12А. Схема дифракции электронов от поверхности кристалла. Для электронов фиксированной энергии интенсивность упруго рассеянного пучка зависит от угла наблюдения θ

12. Рассмотрим подробно опыт Дэвиссона и Джермера. Схема их опыта показана на рис. 12А.

Мы приведем собственные высказывания Дэвиссона об истории их открытия, взятые из Нобелевской лекции, прочитанной им в Стокгольме в 1937 г. (Дэвиссон и Томсон разделили Нобелевскую премию 1937 г. за открытие дифракции электронов.) Приведенная ниже цитата дает представление о том, что экспериментальная ситуация в 1927 г. не была столь ясной, какой она нам представляется сейчас, когда мы оглядываемся назад. После предварительного обсуждения гипотезы де Бройля Дэвиссон продолжает:

«Из теории следует, что пучки электронов, подобно пучкам света, обладают волновыми свойствами. Рассеиваясь на подходящей решетке, они должны дать дифракционную картину. Об этой интересной возможности не было указано никем из ведущих теоретиков. Первым обратил на нее внимание Элзассер, который отметил в 1925 г., что наблюдение дифракции доказало бы физическое существование электронных волн. Этим завершаются предварительные этапы открытия дифракции электронов.

Мне приятно отметить, что опыты в Нью-Йорке, окончившиеся открытием дифракции электронов, были начаты еще до получения замечаний Элзассера, вскоре после того, как оттиск работы де Бройля попал в Америку. Для истинной

*) *Davissou C. J., Germer L. H. Diffraction of Electrons by a Crystal of Nickel. — Phys. Rev., 1927, v. 30, p. 705; Thomson G. P. Experiments on the Diffraction of Cathode Rays.— Proc. Roy. Soc., London, 1928, v. 117A; The Diffraction of Cathode Rays by Thin Films of Platinum.— Nature, 1927, v. 120, p. 802.*

истории этого открытия характерен недостаток проницательности и избыток везения. Начало наших исследований нужно отнести к 1919 г., когда мы случайно обнаружили, что верхний предел энергетического спектра при вторичной электронной эмиссии совпадает с энергией первичных электронов, даже если они ускорены до сотен вольт. Это было объяснено упругим рассеянием электронов в металле.

С этого началось изучение углового распределения электронов, испытавших упругое рассеяние. И здесь опять вмешался случай: совершенно неожиданно мы обнаружили, что интенсивность упругого рассеяния зависит от ориентации рассеивающего кристалла. Так мы, совершенно естественно, перешли к изучению упругого рассеяния в заданном направлении. Начало этой фазы работы относится к 1925 г., т. е. она началась через год после появления работы де Бройля и всего за год до начала быстрого развития волновой механики. Таким образом, нью-йоркские опыты в своем начале не были проверкой волновой механики. Они приобрели такой характер лишь летом 1926 г. после того, как я обсудил их в Англии с Ричардсоном, Борном, Франком и другими.

Поиск дифрагировавшего пучка был начат осенью 1926 г., но найден он был не раньше начала следующего года. Сначала был обнаружен один пучок, затем, очень скоро, двадцать других. В девятнадцати случаях они были использованы для проверки связи между длиной волны и импульсом частицы. В каждом случае формула де Бройля $\lambda = h/p$ была подтверждена с точностью до погрешностей опыта.

Я кратко напомню схему опыта. Пучок электронов заданной скорости был направлен на грань (111) кристалла никеля (рис. 13А). Коллектор позволял регистрировать лишь упруго рассеянные электроны или очень близкие к ним по энергии. Он мог поворачиваться по дуге вокруг кристалла. Сам кристалл можно было вращать вокруг направления первичного пучка. Таким образом можно было измерять интенсивность упругого рассеяния в любом направлении вперед от кристалла, исключенном направлений, лежащих в пределах углов от 10 до 15° .

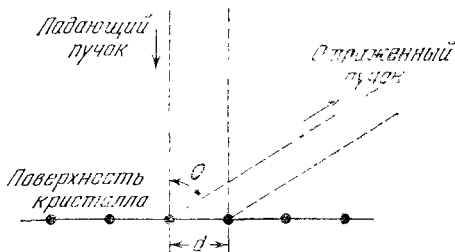


Рис. 13А. Линейная последовательность атомов, расположенных с периодом d . Каждую точку можно считать проекцией атомов, расположенных на линии, перпендикулярной к плоскости рисунка. Дифракционные максимумы возникают в направлениях, для которых $d \sin \theta$ равно целому числу волн

13. В этих опытах для создания электронного пучка служила так называемая электронная пушка, в которой электроны ускорялись до нужной энергии, близкой к 50 эВ. Кристалл, разумеется, находился в вакууме. Пучок падал перпендикулярно к определенной плоскости кристалла, обозначаемой символом (111). В этой плоскости атомы, расположенные на поверхности кристалла, образуют регулярную решетку. Чтобы понять идею опыта, начнем с рассмотрения простой одномерной модели, схематически показанной на рис. 13А. (Общая теория будет изложена немного позже.) Падающая волна рассеивается каждым атомом указанной последовательности. В некоторых направлениях дифрагировавшие от каждого атома волны усиливают друг друга, в других они друг друга гасят. Условие конструктивной интерференции (когда дифрагировавшие волны усиливают друг друга) заключается в том, чтобы разность расстояний от различных атомов до точки наблюдения была равна целому числу длин волн. Если допустить, что точка наблюдения находится очень далеко, то из рис. 13А видно, что конструктивная интерферен-

ция будет происходить, если

$$d \sin \theta = n\lambda, \quad (13a)$$

где n — целое число. Это равенство просто означает, что разность хода от двух *соседних* атомов до точки наблюдения должна быть равна целому числу длин волн. Таким образом, в направлениях θ , удовлетворяющих условию (13a), следует ожидать дифракционных максимумов. Мы предполагаем, что постоянная решетки d известна.

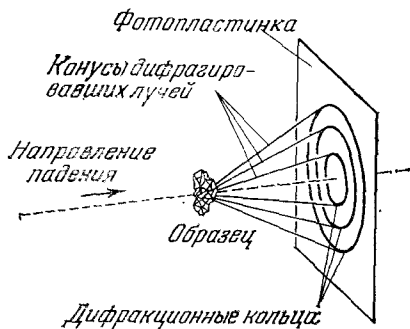


Рис. 14А. Дифракция рентгеновского излучения или электронов от мишени (конгломерат небольших, случайно ориентированных кристаллов). Дифрагировавшие лучи лежат на поверхности конусов, раствор которых зависит от структуры кристалла и длины волны падающего на мишень излучения. Фотографии, показанные на рис. 14В, 14С, 22А и 22С, получены этим методом. При дифракции электронов мишень должна находиться внутри вакуумной трубки дифракционного прибора, так как электроны сильно рассеиваются воздухом и стенками трубки. Рентгеновское излучение рассеивается слабее, и в этом случае мишень можно поместить на воздухе вне рентгеновской трубки

Она может быть измерена другими методами, например по дифракции рентгеновских лучей. Нашу простую теорию легко применить и к случаю двумерной решетки, если представить себе, что каждая точка на рис. 13А соответствует ряду атомов, расположенных в направлении, перпендикулярном к плоскости рисунка.

Приведем типичные экспериментальные данные: $d = 2,15 \cdot 10^{-8}$ см, $E = 54$ эВ, максимум интенсивности наблюдается под углом $\theta = 50^\circ$. Для $n = 1$ наблюдаемому значению θ соответствует длина волны $1,65 \text{ \AA}$, а длина волны, вычисленная по формуле (11а), равна $1,67 \text{ \AA}$; это хорошее согласие, если иметь в виду погрешности измерения. Дэвиссон наблюдал также максимумы более высокого порядка, соответствующие $n > 1$, и их положение оказалось в согласии с предсказанием теории.

14. Метод, использованный Томсоном, аналогичен так называемому методу Дебая — Шерера в дифракции рентгеновских лучей. Хорошо коллимированный монохроматический пучок электронов или рентгеновского излучения рассеивается мишенью, состоящей из очень большого числа небольших, случайно ориентированных микрокристаллов. Теория предсказывает, что дифрагировавшие волны будут распространяться по поверхности круговых конусов, ось которых совпадает с направлением первичного пучка (рис. 14А). Если регистрировать рассеянное излучение с помощью фотопластинки, расположенной перпендикулярно направлению падения первичного пучка, то мы обнаружим на ней последовательность концентрических окружностей. Расположение этих окружностей определяется структурой кристалла и длиной волны. Если последняя известна, то метод Дебая — Шерера позволяет определить геометрию кристаллической решетки.

На рис. 14В и 14С приведены два полученных этим методом снимка — один для электронного пучка, второй — для рентгеновского излучения. Рассеивающая мишень состояла из микрокристаллов белого олова. Наблюдается поразительная аналогия в характере расположения окружностей. Достаточно этих снимков, чтобы, не зная деталей теории рассеяния волн в решетке, сказать, что электроны и рентгеновское излучение дифрагируют одинаково.

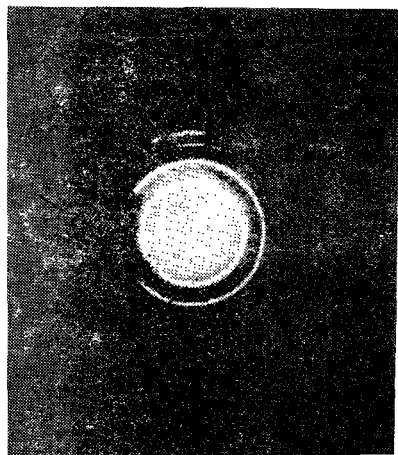


Рис. 14В. Фотография дифракции электронов на белом олове, полученная методом, показанным на рис. 14А. Очень небольшие кристаллы олова (размером около 300 \AA) были осаждены на тонкой пленке SiO . Пленка помещена в качестве мишени в электронный микроскоп, используемый в данном случае как прибор для изучения дифракции электронов. Мишень облучается электронами с энергией 100 кэВ (ей отвечает длина волны около $0,04 \text{ \AA}$). Наблюдаемые дифракционные кольца образованы пересечением показанных на рис. 14А конусов с фотопластинкой. Целью этого дифракционного опыта является изучение структуры очень малых кристаллов олова, образованных испарением

Рис. 14С. Фотография дифракции рентгеновского излучения на белом олове, полученная методом, показанным на рис. 14А. Использована не плоская фотопластинка, а полоса пленки, лежащая на дуге круга с центром в мишени. Это обстоятельство не меняет сути дела. Мишень представляет собой небольшое количество тонкой оловянной пудры со средним размером кристаллов около 1 мкм . Длина волны рентгеновского излучения равна $1,5 \text{ \AA}$. Фотографию следует тщательно сравнить с приведенной на рис. 14В. Их сходство поразительно и не оставляет сомнения в том, что электроны и рентгеновское излучение одинаковым образом дифрагируют на кристаллах олова

15. Опыты Дэвиссона и Джермера и опыты Томсона не оставляют сомнения в том, что волны материи существуют и что длина волны (по крайней мере для электронов) совпадает с предсказываемой формулой де Бройля. В 1929 г. Эстерман и Штерн *) показали, что атомы гелия и молекулы водорода также дифрагируют в согласии с теорией де Бройля. Эти опыты чрезвычайно усилили нашу веру в универсальный характер идеи о волнах материи, поскольку они выполнены не с электронами, а с тяжелыми и отличными друг от друга частицами. Помимо того, что эти частицы отличаются от

*) *Estermann I., Stern O. Beugung von Molekularstrahlen. — Zs. f. Phys., 1930, v. 61, p. 95.*

электрона большой массой, они еще являются сложными системами, тогда как электрон (по-видимому) — элементарная частица. Таким образом, опыты показали, что атом в целом и молекула в целом обладают волновыми свойствами, и теперь нетрудно поверить, что в подходящих экспериментальных условиях макроскопическое тело тоже обнаружит свойства волны.

Значительно позднее была обнаружена дифракция очень медленных нейтронов от решетки кристалла, что привело к развитию новых методов изучения структуры кристаллов и молекул *).

Теория дифракции на периодических структурах **)

16. Рассмотрим более подробно дифракцию на одномерной, двумерной и трехмерной решетках. Периодические структуры



Рис. 16А. Линейная последовательность равноотстоящих атомов

такого типа можно создать, по крайней мере мысленно, многократным повторением *единичной ячейки*. Эту идею иллюстрируют рис. 16А — 16С.

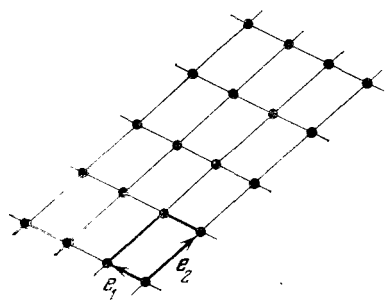


Рис. 16В. Двухмерная решетка. Единичная ячейка задается парой векторов e_1 и e_2 , показанных стрелками. Повторением единичной ячейки можно получить всю решетку

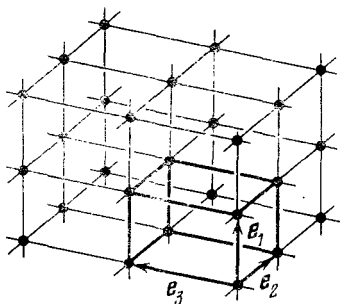


Рис. 16С. Трехмерная решетка. Границы единичной ячейки показаны жирными линиями. Вектор любой узловой точки решетки является линейной комбинацией (с целыми коэффициентами) векторов e_1 , e_2 , e_3 . Не обязательно, чтобы эти векторы были ортогональны

Для одномерной решетки единичной ячейкой является просто отрезок, для двухмерной — параллелограмм, а для трехмерной — параллелепипед. Допустим для простоты, что атомы (данного типа) расположены в каждом углу единичной ячейки. Положение всех атомов в ячейке определяется для линейной решетки выражением

$$\mathbf{x} = n_1 \mathbf{e}_1, \quad (16a)$$

*) Mitchell D. P., Powers P. N. Bragg Reflection of Slow Neutrons.— Phys. Rev., 1936, v. 50, p. 486; см. также: Wollan E. O., Shull C. G. Neutron Diffraction and Associated Studies.— Nucleonics, 1948, v. 3, p. 8.

***) При первом чтении п. 16—22 можно пропустить. Рассмотрите, однако, фотографии, приведенные в п. 22.