

векторов  $\mathbf{q}_1$ ,  $\mathbf{q}_2$  и  $\mathbf{q}_3$ , определяемых геометрией решетки. Из уравнения (21d) следует, что возможные значения переданного импульса образуют **решетку** в пространстве импульсов. Эта решетка называется *обратной решеткой* кристалла.

Условиям (21d) и (21b) невозможно удовлетворить одновременно при любом значении первичного импульса. Уравнения (21a) и (21b) совместно образуют четыре уравнения для определения трех составляющих конечного импульса  $\mathbf{p}_0$ . Их решение возможно лишь для соответствующим образом ориентированного кристалла.

22. Допустим теперь, что мы изучаем дифракцию на образце, который состоит из очень большого числа случайно ориентированных микрокристаллов. В нем всегда найдутся микрокристаллы, ориентированные так, чтобы удовлетворить уравнениям (21a) и (21b) (по крайней мере приблизительно). Для такого образца мы имеем два условия дифракционного максимума:

$$|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_0| = |m_1 \mathbf{q}_1 + m_2 \mathbf{q}_2 + m_3 \mathbf{q}_3|, \quad (22a)$$

$$|\mathbf{p}_i| = |\mathbf{p}_0|, \quad (22b)$$

где  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$  — целые числа;  $\mathbf{q}_1$ ,  $\mathbf{q}_2$  и  $\mathbf{q}_3$  — векторы, рассмотренные в предыдущем пункте, соответствующие определенной ориентации решетки. Написанные уравнения имеют решение, и мы видим, что дифрагировавшие лучи распространяются по конусам, оси которых совпадают с направлением приходящей волны.

На рис. 14А показана схема дифракционного опыта, основанного на рассмотренной теории. При работе с рентгеновским излучением образец часто представляет собой тонкую пудру, состоящую из большого числа очень малых микрокристаллов. Дифракционная картина на рис. 14С получена именно с таким образцом. Дуги на снимке представляют собой пересечения конусов [определенных условиями (22a) и (22b)] с поверхностью фотопленки.

Легко понять, что если образец слишком мал (в том смысле, что он не содержит достаточно большого числа кристаллов), то распределение дифрагировавших лучей по поверхности конуса может оказаться весьма неравномерным. Вместо непрерывных дуг или окружностей мы увидим на фотографии отдельные точки. Это явление прекрасно иллюстрируется фотографиями, приведенными на рис. 22А и 22С, которые следует сравнить с рис. 14В; на них показана дифракция электронов с энергией 100 кэВ на кристаллах олова. В этом случае электронные волны полностью проникают в небольшие кристаллы. В качестве прибора для изучения дифракции был использован электронный микроскоп. Фотографии образцов, показанные на рис. 22В и 22D, были получены с тем же микроскопом.

### Существует лишь одна постоянная Планка

23. Этот заголовок, вероятно, удивит читателя. Постоянная Планка единственна по определению. Что же в этом удивительного и что нетривиального хочет этим сказать автор?

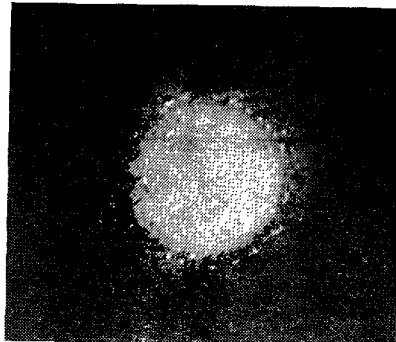


Рис. 22А.

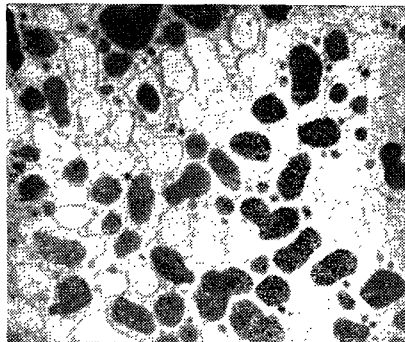


Рис. 22В.

Кольца от дифракции электронов, полученные методом, схематически изображенным на рис. 14А. На рис. 22Б показан вид мишени, рассматриваемой в электронный микроскоп (8 мм соответствует  $1000 \text{ \AA}$ ). Мишень состоит, как и в случае рис. 14В, из небольших кристаллов белого олова, осажденных на тонкую пленку SiO. Черные пятна отвечают кристаллам (степень почернения зависит от ориентации кристаллов), светлые пятна соответствуют тем областям в пленке SiO, которые были заняты кристаллами, исчезнувшими в процессе приготовления мишени. Средний размер кристаллов близок к  $600 \text{ \AA}$ . Для получения дифракционного снимка пучок электронов был ограничен сравнительно небольшой частью мишени. В согласии с теорией, изложенной в п. 22, мы видим на снимке отдельные точки.

Кольца также видны, но их интенсивность намного меньше

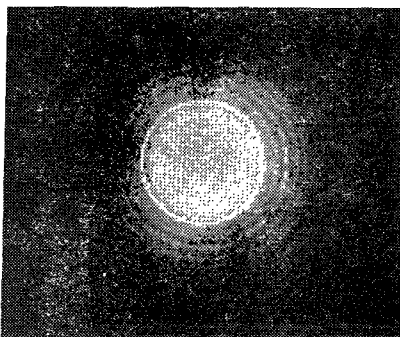


Рис. 22С.

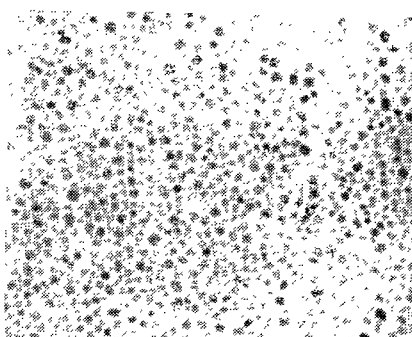


Рис. 22D.

Снимки получены таким же образом, как и рис. 22А и 22В. В данном случае мишень (рис. 22D) состоит из меньших кристаллов (средний размер около  $200 \text{ \AA}$ ) и в создании дифракционной картины участвует гораздо большее их число. Кольца видны отчетливее, но индивидуальные точки еще хорошо различимы. Снимки на рис. 22А и 22С следует сравнить с рис. 14В, на котором отдельные точки вообще не видны, так как снимок на рис. 14В получен с электронным пучком, проходящим через значительно большую часть поверхности пленки. В этом случае следует ожидать резко очерченных колец, так как в мишени одинаково хорошо представлены все ориентации кристаллов. Для снимков на рис. 14В, 22А и 22С энергия электронов равна  $100 \text{ кэВ}$ , что отвечает длине волны  $0,04 \text{ \AA}$ .

Абсолютно нетривиально то, что в физике не возникает необходимости в других постоянных «типа постоянной Планка». Рассмотрим соотношение де Бройля, написав его в виде

$$h = \lambda p, \quad (23a)$$

где  $p$  — импульс частицы;  $\lambda$  — длина волны де Бройля. Обе эти величины можно измерить независимо и, имея пару значений  $(\lambda, p)$ , определить постоянную Планка  $h$ . Замечательным *экспериментальным* фактом является то, что для *любых* частиц мы получаем одно и то же значение постоянной Планка.

Мы смогли *вывести* соотношение де Бройля, исходя из некоторых очень простых идей. Подвергнем теперь критическому рассмотрению основы этого вывода.

24. В п. 3—5 мы предполагали, что с каждой материальной частицей связана волна и что ее групповая скорость равна скорости частицы. Кроме того, мы предполагали, что описание частицы-волны должно удовлетворять принципам специальной теории относительности. Это означает, что связь волнового вектора (и частоты) волны с импульсом (и энергией) частицы должна быть одной и той же в любой инерциальной системе. Исходя из этих идей, мы получили соотношения

$$E = \hbar \omega, \quad \mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}, \quad (24a)$$

где  $E$  — энергия;  $\mathbf{p}$  — импульс;  $\omega$  — частота;  $\mathbf{k}$  — волновой вектор;  $\hbar$  — константа, определяемая из равенства

$$E_0 = mc^2 = \hbar \omega_0 \quad (24b)$$

через энергию покоя  $E_0$  и «частоту покоя»  $\omega_0$ .

На каком основании можно считать, что постоянная  $\hbar$  совпадает с постоянной Планка? Это *догадка*. Соотношение  $E = \hbar \omega$  справедливо для фотонов, поэтому соблазнительно считать, что оно выполняется и для материальных частиц. Поэтому решающим является вопрос: справедливо ли первое из соотношений (24a) для всех материальных частиц?

Полученный в п. 3—5 результат означает, что связь между энергией, импульсом, частотой и волновым вектором имеет вид

$$E = C\omega, \quad \mathbf{p} = C\mathbf{k}, \quad (24c)$$

где  $C$  — постоянная, характеризующая частицу. Эта постоянная может быть определена, например, следующим образом:

$$C = E_0/\omega_0. \quad (24d)$$

Однако нет оснований считать, что постоянная  $C$  должна быть *одной и той же* для *всех* частиц. Наш мир мог бы быть другим, и мы могли бы, например, обнаружить, что  $C = \hbar$  для фотонов,  $C = 7\hbar$  для электронов и  $C = 17\hbar$  для протонов, а кроме того, могло бы оказаться, что электроны и протоны связаны с волнами де Бройля, тогда как с нейтронами *никакие* волны материи не связаны!

25. К счастью, доступные нам экспериментальные факты позволяют отбросить эти поистине страшные предположения: постоянная  $\hbar$  одинакова для всех частиц. Мы говорим «к счастью» потому, что эстетически привлекательная современная формулировка квантовой механики существенным образом зависит от предположения, что  $C = \hbar$  является универсальной константой, не зависящей от типа частицы. В противном случае теория элементарных частиц и их взаимодействий оказалась бы, конечно, совершенно другой.

В какой мере гипотеза о единственном значении  $C = \hbar$  для любых частиц подтверждена на опыте? Прямые опыты, аналогичные опытам Дэвиссона и Джермера или Томсона, сделаны лишь для частиц нескольких типов. Такие опыты можно считать проверкой универсальности соотношения  $h = \lambda p$ , но точность их ограничена. Они поддерживают нашу уверенность в универсальности соотношений (24а), но более реальной основой веры в универсальность постоянной Планка является успех квантовой теории в целом. Существует огромное количество экспериментальных фактов, являющихся косвенной поддержкой соотношений (24а). Их интерпретация не всегда столь же проста и прозрачна, как в случае электронов в кристалле, но в своей массе они чрезвычайно убедительны. Наше убеждение в *точности* соотношений (24а) в большой мере аналогично убеждению в *точности* соотношения  $E_0 = mc^2$  между массой и энергией. Прямые данные о его справедливости весьма убедительны, но совокупность косвенных указаний на общую пригодность идей специальной теории относительности вселяет еще большую уверенность.

Во всех доступных нам экспериментальных данных нельзя найти ни малейших указаний на то, что соотношения (24а) или соотношение  $E_0 = mc^2$  верны лишь приближенно. Мы предполагаем, что они выполняются совершенно точно, и считаем их краеугольными камнями физической теории.

Вспомним наши рассуждения в п. 12 гл. 2. Там мы решили, имея в виду фундаментальную роль постоянных  $\hbar$  и  $c$  в релятивистской квантовой физике, выбрать систему единиц, в которой  $\hbar = 1$  и  $c = 1$ . Такая система не имела бы большого смысла, если бы у каждой частицы была своя постоянная  $C$  типа постоянной Планка. Поскольку мы убеждены в единственности такой постоянной, это значит, что «масса», «энергия» и «частота» всегда находятся в одном и том же соотношении, и мы можем употреблять эти разные слова как синонимы \*).

26. Имея в виду соотношения (24а), можно придать другую форму законам сохранения энергии и импульса, выполняющимся при процессах столкновения.

В общем случае процесс столкновения можно описать следующим образом. В некоторый начальный момент времени существует

---

\*) Автор предпочел бы использовать термин «масса» для обозначения «массы покоя» изолированной системы (т. е. для энергии покоя, деленной на  $c^2$ ). В таком употреблении «масса частицы» означает ее массу покоя. Другие авторы иногда применяют слово «масса», понимая под ней полную энергию, деленную на  $c^2$ .

группа частиц, которые можно считать хорошо разделенными друг от друга.

Обозначим через  $p'_1, p'_2, \dots, p'_i$  их импульсы, а через  $E_1, E_2, \dots, E_i$  — их энергии. Утверждая, что частицы вначале были «хорошо разделены», мы понимаем под этим, что в начале процесса всеми взаимодействиями между частицами можно пренебречь. Такая идея имеет смысл, если силы, действующие между частицами, быстро спадают до нуля при увеличении расстояния между ними. Вначале каждая частица движется так, как если бы других частиц не было. С течением времени частицы сходятся в «область столкновения», где происходит взаимодействие, в результате которого частицы испытывают отклонение. Более того, некоторые частицы могут исчезнуть и могут возникнуть новые частицы.

Через некоторое, достаточно длительное время частицы покинут «область столкновения», и взаимодействие между ними прекратится просто потому, что они окажутся на далеком расстоянии друг от друга. Каждая частица через некоторое время опять будет двигаться так, как если бы других частиц совсем не было. Обозначим импульсы частиц после столкновения через  $p''_1, p''_2, \dots, p''_i$ , а энергии через  $E''_1, E''_2, \dots, E''_i$ .

Законы сохранения имеют вид

$$\sum_{r=1}^i E'_r = \sum_{s=1}^j E''_s, \quad \sum_{r=1}^i p'_r = \sum_{s=1}^j p''_s. \quad (26a)$$

Полная начальная энергия равна полной конечной энергии, то же верно и для полного начального и конечного импульсов. Условие, что частицы до и после столкновения не взаимодействуют, весьма существенно; в противном случае полная энергия не была бы равна сумме энергий отдельных частиц и мы должны были бы включить в выражение для полной энергии «энергию взаимодействия».

Заметим, что все эти частицы могут и не быть элементарными частицами. С равным успехом они могут быть сложными частицами, например атомами или ядрами. Рассматривая процессы столкновения, мы под «частицей» понимаем любой относительно стабильный объект, которому можно приписать импульс, энергию и массу (покою) и который можно отделить от других аналогичных объектов. Например, можно рассмотреть столкновение между нейтральным атомом гелия и электроном. Предположим, что атом гелия ионизируется при столкновении. Тогда в начале процесса мы имеем две частицы — электрон и нейтральный атом гелия, а в конце три частицы — два электрона и однократно ионизованный атом гелия. (Это, разумеется, не единственно возможный исход процесса столкновения. Атом гелия может потерять при столкновении оба электрона, а может вообще остаться неионизованным. Кроме того, в процессе столкновения могут быть испущены один или несколько фотонов.)

27. Заметим теперь, что благодаря соотношениям (24a) с каждой из исходных и конечных частиц связаны частота и волновой вектор.

Поэтому законы сохранения можно записать в таком виде:

$$\sum_{r=1}^i \omega'_r = \sum_{s=1}^i \omega''_s, \quad \sum_{r=1}^i \mathbf{k}'_r = \sum_{s=1}^i \mathbf{k}''_s. \quad (27a)$$

Сумма начальных частот равна сумме конечных, и сумма начальных волновых векторов равна сумме конечных. Эти законы сохранения полностью эквивалентны законам сохранения (26а). Из одних следуют другие, потому что существует лишь одна постоянная Планка \*).

### Можно ли «расщепить» волны материи?

28. В предыдущей главе мы говорили о том, в каком смысле можно или нельзя «расщепить» фотон. Здесь мы подвергнем такому же рассмотрению волны материи. Мы будем кратки, потому что свойства этих волн вполне аналогичны свойствам фотонов. В этом смысле природа позаботилась о простоте. Для определенности будем говорить об электронах, но выводы, к которым мы придем, имеют совершенно общий смысл и в равной мере применимы к любым частицам.

В предыдущей главе было показано, что монохроматический фотон с частотой  $\omega$  нельзя расщепить в том смысле, чтобы наблюдать, например с помощью фотоэлемента, «долю фотона», обладающую частью энергии  $\hbar\omega$ . В аналогичном смысле нельзя расщепить и электрон. Никто никогда не наблюдал «долю электрона».

29. Рассмотрим опыт по дифракции электронов, схематически показанный на рис. 29А. Электроны, падающие на поверхность кристалла, имеют вполне определенный импульс. Отраженные от поверхности электроны регистрируются счетчиками  $C_1$ — $C_4$ . Положим, что счетчики  $C_1$  и  $C_4$  находятся в области дифракционных максимумов, а счетчики  $C_2$  и  $C_3$  расположены в области дифракционных минимумов.

Начнем со следующего экспериментального факта: скорость счета каждого из счетчиков остается пропорциональной интенсивности первичного пучка электронов при стремлении последней к нулю. Это обстоятельство не позволяет объяснить дифракцию каким-либо коллективными эффектами, т. е. совместным действием

---

\*) *Замечание для читателя с более глубоким знанием квантовой механики.* Может показаться, что соотношения (27а) можно получить и другим путем, исходя из соображений об однородности физического пространства. Такой путь действительно возможен, если только принять некоторые основные принципы квантовой механики. С другой стороны, ясно, что никакие чисто логические доводы не могут убедить нас в существовании волн де Бройля, связанных с протонами, если нам известно, что электроны имеют волновые свойства. Точно так же чистая логика не может убедить нас в том, что постоянная  $C$  одинакова для всех частиц. Импульс и волновой вектор определяются принципиально независимыми способами, и нет никакой логической необходимости в том, чтобы они были связаны соотношением де Бройля.