

Поэтому законы сохранения можно записать в таком виде:

$$\sum_{r=1}^i \omega'_r = \sum_{s=1}^i \omega_s^*, \quad \sum_{r=1}^i k'_r = \sum_{s=1}^i k_s^*. \quad (27a)$$

Сумма начальных частот равна сумме конечных, и сумма начальных волновых векторов равна сумме конечных. Эти законы сохранения полностью эквивалентны законам сохранения (26а). Из одних следуют другие, потому что существует лишь одна постоянная Планка *).

Можно ли «расщепить» волны материи?

28. В предыдущей главе мы говорили о том, в каком смысле можно или нельзя «расщепить» фотон. Здесь мы подвергнем такому же рассмотрению волны материи. Мы будем кратки, потому что свойства этих волн вполне аналогичны свойствам фотонов. В этом смысле природа позаботилась о простоте. Для определенности будем говорить об электронах, но выводы, к которым мы придем, имеют совершенно общий смысл и в равной мере применимы к любым частицам.

В предыдущей главе было показано, что монохроматический фотон с частотой ω нельзя расщепить в том смысле, чтобы наблюдать, например с помощью фотоэлемента, «долю фотона», обладающую частью энергии $\hbar\omega$. В аналогичном смысле нельзя расщепить и электрон. Никто никогда не наблюдал «долю электрона».

29. Рассмотрим опыт по дифракции электронов, схематически показанный на рис. 29А. Электроны, падающие на поверхность кристалла, имеют вполне определенный импульс. Отраженные от поверхности электроны регистрируются счетчиками C_1 — C_4 . Положим, что счетчики C_1 и C_4 находятся в области дифракционных максимумов, а счетчики C_2 и C_3 расположены в области дифракционных минимумов.

Начнем со следующего экспериментального факта: скорость счета каждого из счетчиков остается пропорциональной интенсивности первичного пучка электронов при стремлении последней к нулю. Это обстоятельство не позволяет объяснить дифракцию каким-либо коллективными эффектами, т. е. совместным действием

*) *Замечание для читателя с более глубоким знанием квантовой механики.* Может показаться, что соотношения (27а) можно получить и другим путем, исходя из соображений об однородности физического пространства. Такой путь действительно возможен, если только принять некоторые основные принципы квантовой механики. С другой стороны, ясно, что никакие чисто логические доводы не могут убедить нас в существовании волн де Бройля, связанных с протонами, если нам известно, что электроны имеют волновые свойства. Точно так же чистая логика не может убедить нас в том, что постоянная C одинакова для всех частиц. Импульс и волновой вектор определяются принципиально независимыми способами, и нет никакой логической необходимости в том, чтобы они были связаны соотношением де Бройля.

многих электронов: каждый *отдельный* электрон обладает волновыми свойствами. Для большей простоты допустим, что скорости счета счетчиков C_1 и C_4 равны между собой, а скорости счета счетчиков C_2 и C_3 равны нулю.

Будем теперь считать электрон *классическим* волновым пакетом. Можно ожидать, что такой пакет «расщепится» при отражении от кристалла: часть волны отразится в направлениях счетчиков C_1 и C_4 , а в направлениях C_2 и C_3 отражения не будет. Можно ожидать, что такое «расщепление» первичной волны скажется и в других явлениях. Например, энергия, переносимая отраженной к счетчику C_1 «частью» волны, должна в этом случае быть долей энергии первичного электрона. В действительности на опыте мы этого *не наблюдаем*, а из опыта Дэвиссона следует, что энергии падающего и отраженного электронов *равны*, и если счетчик регистрирует электрон, то это весь электрон, с полным электронным зарядом и всей массой. Как мы говорили, никто еще не наблюдал трети электрона. Электрон обладает волновыми свойствами, но не является волной в классическом смысле: электронный волновой пакет нельзя расщепить, в противоположность классическому волновому пакету.

30. Возможно, что читатель не вполне ясно представляет себе, что мы подразумеваем под «классической волной»; поэтому утверждение, что электрон *не является* «классической волной», не производит на него большого впечатления. Говоря о «классической» волне, мы имеем в виду следующее ее свойство: квадрат модуля амплитуды волны в данный момент времени и в данной точке пространства определяет такие физические величины, как, например, плотность заряда или плотность энергии. Такая идея характерна, например, для классической электромагнитной теории, где квадрат электрического и магнитного полей определяет плотность энергии.

Допустим в качестве примера, что квадрат амплитуды волны пропорционален плотности заряда. Тогда можно вычислить поток заряда в один из счетчиков, и поскольку волна «делится» между счетчиками C_1 и C_4 , то мы ожидаем обнаружить счетчиком C_1 лишь половину электронного заряда. В действительности это утверждение верно лишь *для среднего* из большого числа измерений: выполнив дифракционный опыт с очень большим числом электронов, мы обнаружим, что поток заряда через счетчик C_1 действительно равен

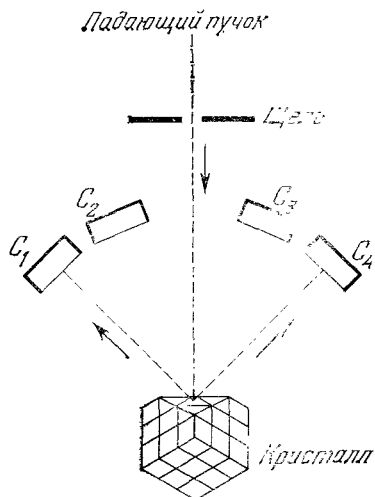


Рис. 29А. Схематическое изображение опыта для наблюдения дифракции электронов от поверхности кристалла. Падающая волна «расщепляется» кристаллом. Зарегистрирует ли счетчик C_1 половину электрона?

половине полного потока, падающего на кристалл *). Однако каждый отдельный электрон регистрируется либо счетчиком C_1 , либо счетчиком C_4 ; заряд отдельного электрона *не* расщепляется.

На языке квантовой механики мы объясняем происходящее следующим образом. Кристалл расщепляет падающую электронную волну на две части. Одна часть распространяется в направлении счетчика C_1 , другая — в направлении счетчика C_4 . *Интенсивность* волны в данном направлении пропорциональна квадрату модуля амплитуды волны. В квантовой механике интенсивность имеет смысл *вероятности*: величина, квадратично зависящая от амплитуды, всегда определяет *вероятность* какого-то процесса. Рассчитанный по квантовой теории поток через один из счетчиков пропорционален вероятности его срабатывания.

Вероятностная интерпретация интенсивностей является отличительной особенностью квантовой механики. Очевидно, что такая интерпретация противоречит духу классической волновой теории.

31. Вспомним рассуждения, приведенные в п. 47 гл. 4. Рассмотрим мысленный опыт, аналогичный опыту, показанному на рис. 29А, но отличающийся от него тем, что счетчики отнесены на очень большое расстояние от кристалла, скажем на расстояние в один световой год. Предположим, что счетчик C_1 отметил прохождение электрона. На основе классической волновой теории трудно понять, каким образом такие физические величины, как заряд, энергия и масса, переносимые волной, могут внезапно сконцентрироваться на счетчике C_1 , хотя до этого они были распределены по большой области пространства. Эта трудность исчезает при квантовомеханической вероятностной интерпретации, которая дает согласованное описание происходящего.

32. Мы отмечали, что в дифракционном опыте, схема которого показана на рис. 29А, волна делится на две или несколько «частей». Возникает вопрос: можно ли волну, испущенную в направлении счетчика C_1 , заставить интерферировать с волной, испущенной в направлении счетчика C_4 ? В случае электромагнитных волн, расщепляемых полупрозрачным зеркалом, такая интерференция происходит. Мы ожидаем того же и для волн де Бройля. Иными словами, увидим ли мы интерференционные явления, если каким-нибудь образом отклоним волну, идущую в направлении к C_1 , и «смешаем» ее с волной, идущей в направлении к C_4 ?

На этот вопрос следует дать положительный ответ. Мы будем наблюдать интерференцию. Но следует признать, разумеется, что практически выполнение такого опыта с электронами нелегкое дело. Впрочем, нам и нет необходимости выполнять этот опыт, потому что дифракция электронов на кристалле сама по себе служит исчерпывающим доказательством существования интерференционных явлений. Каждый атом кристалла, «освещенный» проходящей электронной волной, есть источник дифрагировавших волн, и сово-

*) На практике это может оказаться неверным, но для простоты рассуждений мы предполагаем, что электрон может пройти либо в счетчик C_1 , либо в счетчик C_4 .

купность этих волн образует наблюдаемую с помощью кристалла дифракционную картину. Что означает «совокупность волн образует»? Под словом «образует» мы понимаем сложение амплитуд отдельных волн, в результате чего получается полная амплитуда волны, исходящей из кристалла. Квадрат этой результирующей амплитуды представляет собой интенсивность — величину, определяющую отклик детектора.

33. В п. 39—42 гл. 4 мы обсуждали дифракцию фотонов на двух щелях. Предположим, что такой же опыт производится с электронами. Схема устройства показана на рис. 33А, который идентичен рис. 39А гл. 4. В обоих случаях рассуждения совершенно идентичны и интенсивность $I(r, \theta)$, наблюдаемая на расстояниях, больших по сравнению с расстоянием между щелями, равна

$$I(r, \theta) = 4I_0(r, \theta) \cos^2 \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta \right), \quad (33a)$$

где $I_0(r, \theta)$ — интенсивность при одной открытой щели. Зависимость интенсивности от угла θ может быть определена счетчиками. Она пропорциональна скорости счета, если опыт выполняется с помощью пучка электронов.

Опыт, полностью аналогичный этому упрощенному мысленному опыту, был выполнен и подтвердил предсказания, следующие из формулы (33a)*.

34. Чтобы наблюдать интерференционные явления, следует открыть обе щели, тогда каждый электрон сможет пройти через любую из них. Чтобы быть уверенным в том, что электрон прошел через данную щель, следует закрыть другую, но при этом мы, конечно, не сможем наблюдать дифракцию от двух щелей. Поместив счетчики непосредственно за щелями, мы можем сказать, через какую щель прошел электрон, но мы нарушим интерференционную картину. Скорость счета в обоих счетчиках будет одинаковой. От одного электрона может сработать один и только один счетчик. Регистрируемый электрон несет полный заряд и всю энергию первичного электрона. Нельзя предсказать заранее, какой из обоих счетчиков сработает, но можно вычислить и предсказать вероят-

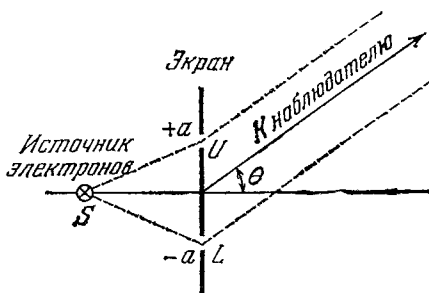


Рис. 33А. Воображаемый опыт: дифракция электронов от двух щелей. Этот рисунок повторяет рис. 39А гл. 4, с тем лишь различием, что источник света S заменен источником электронов

*) Möllenstedt G., Düker H. Beobachtungen und Messungen an Biprisma-Interferenzen mit Elektronenwellen.— Zs. f. Phys., 1956, v. 145, p. 377; см. также: Chambers R. G. Shift of an Electron Interference Pattern by Enclosed Magnetic Flux.— Phys. Rev., 1960, v. 5, p. 3. В последней работе сообщается об очень интересном явлении, не рассматриваемом в этой книге. Читатель может изучить его самостоятельно.

ность регистрации, найдя интенсивность волны, прошедшей через щель.

Читатель должен вернуться к рассуждениям п. 48 гл. 4, где было показано, что при дифракции от двух щелей невозможно указать, через какую именно щель прошел фотон. Те же рассуждения применимы и к электронам. Нельзя создать прибор, который указал бы, через какую именно щель прошел электрон, не нарушив картину дифракции от двух щелей.

35. Несколько слов о терминологии. Обсуждая открытие волн де Бройля, мы говорили о «волнах, связанных с частицей». Это выражение нельзя считать удачным, ибо оно звучит так, будто бы мы имеем классическую частицу, каким-то образом движущуюся вместе с волной. Некоторые называют волну де Бройля «ведущей волной», но и это не лучше. Волна де Бройля не является волной, движущейся вместе с классической частицей и «ведущей» ее. Волна де Бройля и частица — это *один и тот же объект*. Ничего другого нет. Реальность заключается в том, что частицы, созданные природой, имеют свойства волны. Если мы хотим подчеркнуть эту реальность, то говорим о дебройлевской волне электрона, но этот термин является синонимом слова «электрон». Извинением за использование плохих терминов на предыдущих страницах служит предварительный и отчасти исторический характер изложения. Этим оправдано, например, такое выражение, как «волна, связанная с частицей». Теперь пришло время уточнить терминологию.

Вернемся к опыту с двумя щелями. В этом опыте нет ничего, что указывало бы на классическую частицу, проходящую через одну из щелей и «управляемую» волной, проходящей через обе щели. Иначе говоря: наше описание происходящего ни в чем не выиграет от такой идеи. Достаточно рассмотреть одну лишь волну совместно с квантовомеханической интерпретацией интенсивностей как вероятностей. Всякие разговоры о «скрытой» частице не имеют смысла. Они были бы обоснованы, если бы мы имели экспериментальные доказательства, что такая частица имеет свойства, не объясняемые квантовой механикой. Таких указаний нет, и мы должны отказаться от идеи о классической частице, ведомой волной.

Волновое уравнение и принцип суперпозиции

36. Теперь мы постараемся привести доводы в пользу дифференциального уравнения, описывающего распространение волн материи в *пустом* пространстве и известного как уравнение Клейна — Гордона. Мы рассмотрим идеи, на которых оно покоится.

Наиболее общей идеей является предположение, что волновое уравнение, описывающее единичную частицу с массой m , должно быть *линейным* дифференциальным уравнением. Это означает, что решения такого уравнения удовлетворяют *принципу суперпозиции*: любая линейная комбинация двух решений также является решением. Кроме того, мы предполагаем, что каждое решение уравнения, удовлетворяющее некоторым разумным условиям, соответ-