

19. Напомним, что в п. 20—23 гл. 3 мы обсуждали вопрос о связи между средним временем τ жизни возбужденного состояния и конечной шириной ΔE соответствующего у овня энергии. Мы пришли к выводу, что ширина ΔE обратно пропорциональна среднему времени τ . Рассмотрим эту связь с точки зрения соотношения неопределенностей для времени и частоты.

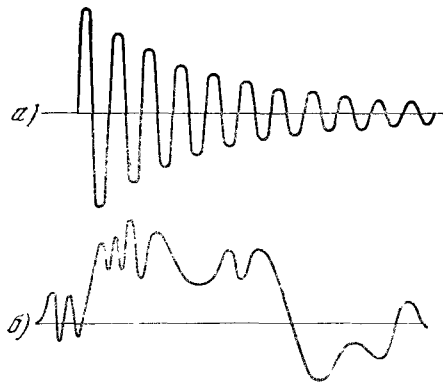


Рис. 19А. а) Колебания экспоненциально затухающего гармонического осциллятора; б) интуиция подсказывает нам, что частота для такого процесса определена гораздо лучше, чем для «нерегулярного» процесса. Разумно предположить, что в случае а) неравенство в соотношении неопределенностей можно заменить приближенным равенством

Предположим, что распад системы заключается в переходе из возбужденного состояния в основное, сопровождающемся испусканием фотона. В этом случае неопределенность в частоте фотона равна $\Delta\omega = \Delta E/\hbar$, если ΔE — ширина возбужденного уровня. Продолжительность процесса испускания имеет порядок среднего времени τ , и неопределенность в моменте испускания также порядка τ . Имея в виду (18с), можно написать

$$\tau \cdot \Delta\omega \approx 1 \quad \text{или} \quad \tau \cdot \Delta E \approx \hbar. \quad (19a)$$

Мы написали приближенное равенство вместо неравенства. В данном случае мы имеем дело как бы с экспоненциально затухающим гармоническим осциллятором, амплитуда колебаний которого схематически показана на рис. 19А. Временная зависимость амплитуды в этом случае больше похожа на амплитуду a на рис. 18А, для которой неопределенности в частоте и времени достигают крайних значений, чем на амплитуду b на рис. 18А, для которой как время, так и частота известны весьма грубо.

В п. 20—23 гл. 3 мы получили соотношение (19а) с помощью рассуждений, которые могут казаться отличными от приведенных здесь. Вдумавшись в проблему, читатель, однако, обнаружит, что между основными идеями обоих выводов нет существенного различия. Рассуждения, приведенные в гл. 3, можно назвать «замаскированным фурье-анализом».

Измерения и статистические ансамбли

20. Оставшуюся часть главы мы посвятим проблеме измерений в физике. Для этого подвергнем анализу с точки зрения известных нам законов некоторые простые физические ситуации. Нашей целью является выяснение характерных особенностей квантовомеханического мышления, а отнюдь не полная теория измерений. Физические измерения чрезвычайно разнообразны по своей природе, и

их нельзя охватить в кратком рассмотрении. Естественно, что, желая понять основные идеи теории, мы обратимся к идеализированной экспериментальной ситуации, в которой интересующие нас характерные особенности выражены наиболее сильно. В частности,

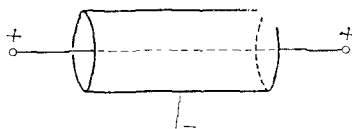


Рис. 21А. Схема устройства счетчика Гейгера — Мюллера. Он состоит из двух электродов, помещенных в газ. Один из электродов — тонкая нить, присоединен к положительному полюсу источника тока (около 1000 В). К отрицательному полюсу присоединен другой, цилиндрический электрод. Заряженная частица, пересекая пространство между электродами, ионизует молекулы газа на своем пути. Возникшие электроны и ионы ускоряются к соответствующим электродам, и если разность потенциалов достаточно велика, то в результате вторичной ионизации образуется лавина электронов. Результирующий импульс тока может быть усилен и зарегистрирован. Такое устройство считает отдельные заряженные частицы. Для его успешной работы необходимо, чтобы после каждого импульса разряд «обрывался». Этого можно достичь либо с помощью внешней электронной схемы, уменьшающей после импульса разность потенциалов на электродах, либо наполняя счетчик газом, способным обрывать разряд. Счетчики последнего типа называются самогасящимися

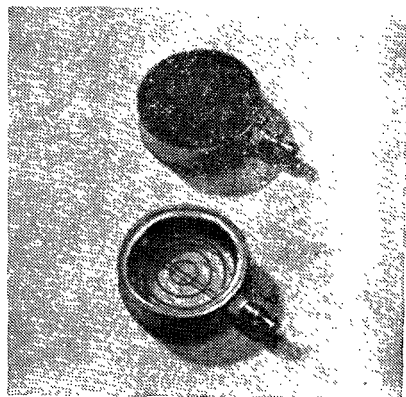
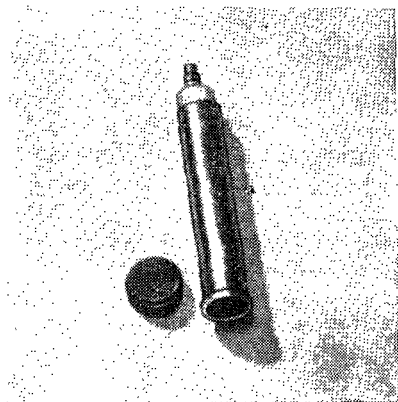


Рис. 21В. Два типа счетчиков Гейгера — Мюллера промышленного изготовления. Чтобы частицы могли проникнуть в активную область счетчиков, они снабжены окнами из очень тонкой слюды. Слева показан самогасящийся счетчик для регистрации α -частиц, β -частиц и γ -квантов. Его длина около 12 см, диаметр около 18 мм. На нижнем конце счетчика видно слюдяное окно. Эффективность такого счетчика для счета заряженных частиц близка к 100%. При конструировании счетчика, показанного справа, было желательно получить возможно большее входное окно (его диаметр около 4,5 см). Металлическая оболочка служит одним из электродов, другой электрод виден через слюдяное окошко

мы совершенно отвлекаемся от реальных *методических* трудностей, с которыми имеют дело в любом эксперименте. Наше *теоретическое* обсуждение измерений не может, таким образом, считаться верным отображением того, что реально происходит в лаборатории.

21. Процесс измерений часто удобно представить в виде двух этапов: *приготовление* системы к измерению, за которым следует само *измерение*. Это лишь схематическое описание, так как в действительности часто нет резкого различия между приготовлением и измерением; многие процессы приготовления системы могут с равным основанием считаться процессом измерения, и наоборот.

Анализ, основанный на разбиении процесса на две стадии, иногда очень удобен, в частности, это относится к опытам по рассеянию. Мы изучаем взаимодействие частицы из пучка с частицей в мишени. Стадия приготовления заключается в установке мишени и создании пучка в ускорителе. Стадия измерений заключается в наблюдении частиц, испускаемых из той области мишени, где происходит взаимодействие. К тому же классу принадлежат опыты с пучками света. «Приготовление» фотонов происходит в источнике, который может быть какой-нибудь «лампой» с системой линз, призм, поляризаторов, щелей и т. п. Измерения производятся в некоторой области наблюдения, физически отделенной от источника. Измерительным прибором может служить, например, фотоумножитель, соединенный с некоторыми оптическими устройствами.

22. Характерной особенностью измерений в микрофизике является то, что мы можем их многократно повторять, каждый раз приводя систему в одно и то же состояние. Поэтому результат измерений имеет статистический характер: мы говорим, что из N упавших на мишень фотонов в среднем N' фотонов регистрируется фотоумножителем. *Одиночный опыт* или *однократное измерение* имеет дело лишь с одним фотоном, но в окончательном результате производится статистическое усреднение по большому числу идентичных экспериментов.

Конечно, два одинаковых опыта в принципе не идентичны, потому что они произведены в разные моменты времени. Однако мы верим, что законы природы инвариантны относительно смещения во времени, и поэтому момент времени, в который произведены измерения, безразличен. По этой причине последовательность *повторенных* одиночных экспериментов можно считать последовательностью идентичных экспериментов (в том смысле, что предварительное состояние системы в каждом опыте одно и то же).

23. Пучок состоит из очень большого числа частиц, но если его интенсивность не слишком велика, то в каждом индивидуальном рассеянии участвует лишь *одна* частица из пучка. Это условие всегда выполняется при рассеянии материальных частиц и почти всегда при рассеянии фотонов. Поэтому можно считать, что пучок состоит из *одной частицы*. Практическим способом многократного повторения одиночного опыта (в котором участвует одновременно одна частица) является опыт с пучком частиц.

В опытах по рассеянию служить мишенью может как тонкая пластина или фольга твердого вещества, так и газ или жидкость, заключенные в контейнер. Если интенсивность пучка достаточно велика, то может случиться, что в мишени одновременно произойдут два или больше взаимодействия. Это не мешает считать пучок состоящим из одной частицы, так как два (или несколько) одновременных взаимодействия в мишени полностью друг от друга независимы. Они соответствуют двум *элементарным* и независимым опытам, выполненным в одно и то же время.

В принципе можно осуществить опыт с пучком *очень* малой интенсивности, равной, скажем, одной частице в минуту. В этом слу-

чае мы уверены, что с мишенью одновременно взаимодействует лишь одна частица. Опыты по рассеянию методически проще описывать как последовательность элементарных опытов, выполняемых с пучком интенсивностью в одну частицу. Поэтому в дальнейшем мы будем считать, что имеем дело с пучком столь малой интенсивности. В действительности в реальном опыте мы не только не ограничиваем интенсивность пучка, но почти всегда стремимся работать с наибольшей из доступных интенсивностей.

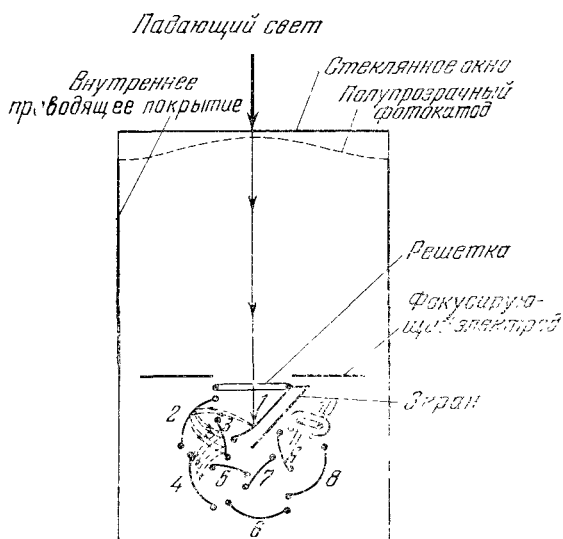


Рис. 24А. Схема фотоумножителя, широко используемого в качестве детектора фотонов: 1—10 — диноды, 11 — анод. Фотоны попадают в трубку через стеклянное входное окно и выбивают электроны из очень тонкой пленки щелочного металла, нанесенного на внутреннюю поверхность окна. Электроны ускоряются к диноду 1 и фокусируются на нем. Каждый электрон, достигший динода 1, образует несколько вторичных электронов. Они ускоряются и фокусируются на диноде 2, из которого в свою очередь выбивают вторичные электроны, и т. д. Каждому фотону соответствует лавина электронов, достигая анода. Все устройство аналогично, таким образом, фотоэлементу с усилителем, заключенным в общий стеклянный сосуд. В фотоумножителе легко достичь усиления тока порядка 10^8 .

24. Для иллюстрации этих идей рассмотрим опыт с пучком света. Проанализируем единичный опыт, т. е. последовательность явлений, происходящих после того, как фотон покидает источник. Допустим, что регистрирующая система представляет собой некоторое оптическое устройство, снабженное счетчиком фотонов (например, фотоумножителем). После испускания фотона мы замечаем, что некоторые счетчики «срабатывают», а другие нет, и отмечаем сработавшие счетчики. Представим себе, что еще до появления следующего фотона все регистрирующие устройства приводятся в исходное состояние, и ждем следующего фотона. После восстановления исходного состояния могут сработать счетчики, но совсем не обязательно те самые, которые сработали в предыдущем опыте. Вновь регистрируем этот факт, восстанавливаем исходное состоя-

ние и ждем следующего фотона. Продолжая в таком роде, мы накапливаем достаточно большое число, например N , прохождений фотонов через нашу систему.

Одиночный опыт над системой заключается, таким образом, в наблюдении за всеми счетчиками, и регистрируемое событие заключается в срабатывании или несрабатывании данного счетчика. Производя N одиночных опытов, можно сделать, например, следующие утверждения:

1) Счетчик 1 срабатывает в среднем p_1 раз за каждое прохождение фотона. Это среднее определяется на опыте следующим образом:

$$p_1 = N_1/N; \quad (24a)$$

здесь N_1 — число срабатываний счетчика в N одиночных опытах.

2) Среднее число срабатываний счетчиков 1 и 2 равно p_{12} на каждый фотон. Это среднее экспериментально определяется следующим образом:

$$p_{12} = N_{12}/N; \quad (24b)$$

здесь N_{12} — число срабатываний обоих счетчиков 1 и 2 в N одиночных экспериментах.

3) Среднее число срабатываний счетчика 1 на одно срабатывание счетчика 2 равно $p(1; 2)$. Эта величина определяется следующим образом:

$$p(1; 2) = N_{12}/N_2, \quad (24c)$$

где N_2 — число срабатываний счетчика 2; N_{12} определено выше.

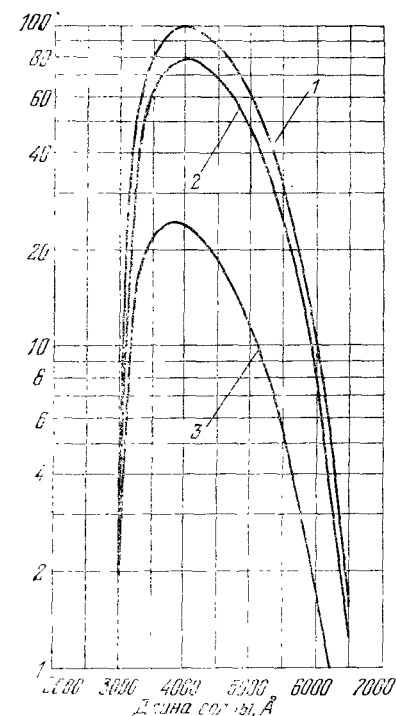


Рис. 24В. График эффективности фотоумножителя: 1 — относительная чувствительность, %; 2 — абсолютная чувствительность, мА/Вт; 3 — квантовый выход, %. Обратите внимание на кривую 3. Она дает вероятность регистрации фотона в зависимости от длины волны. Максимальная вероятность близка к 25%, что означает очень высокую эффективность фотоумножителя

25. Представляя опыт в указанном выше виде, мы приводим непосредственные результаты наших измерений; указанные выше числа являются нашими первичными данными. Можно, однако, сообщить о результатах измерений в другой, более абстрактной, форме:

1) Вероятность срабатывания счетчика 1 в условиях нашего опыта равна p_1 .

2) Вероятность срабатывания обоих счетчиков 1 и 2 (в одном опыте) равна p_{12} .

3) Вероятность того, что счетчик 1 срабатывает при срабатывании счетчика 2, равна $p(1; 2)$.

Представляя данные в таком виде, мы делаем одно допущение, которое заключается в следующем. Если продолжать опыт сколь угодно долго, то отношения p_1 , p_{12} и $p(1; 2)$ должны стремиться к определенным пределам. Эти гипотетические пределы и являются целью наших измерений. Мы обозначаем их p_1 , p_{12} и $p(1; 2)$. В каждой реальной последовательности число опытов N по необходимости конечно. Предположение о том, что такие пределы существуют и их можно определить с желаемой точностью и степенью достоверности при достаточно большом значении N , нуждается в доказательстве, которое завело бы нас далеко в философские основы теории вероятности. Мы будем считать существование этих пределов, являющееся свойством природы, эмпирическим фактом.

Итак, результаты последовательности N простых опытов могут быть выражены через вероятности. Простейшим примером являются рассмотренные нами числа p_1 , p_{12} , $p(1; 2)$. Число p_1 есть вероятность срабатывания счетчика 1; p_{12} — вероятность одновременного наступления двух событий, заключающихся в срабатывании счетчиков 1 и 2; $p(1; 2)$ — условная вероятность возникновения одного события (срабатывание счетчика 1) при наступлении другого (срабатывание счетчика 2). Можно рассмотреть множество других простых вероятностей, например вероятность срабатывания счетчика 1 при условии срабатывания счетчиков 2 и 3, но никаких других, и т. д.

26. Наши измерения можно описать как последовательность опытов, выполненных с большим числом фотонов, приготовленных в источнике *одинаковым образом*. Подумаем, однако, над тем, что значит приготовить фотоны «одинаковым образом». Допустим, что в нашем источнике находятся *две независимые лампы*, скажем натриевая лампа, испускающая «желтые» фотоны, и ртутная, которая испускает «голубые» фотоны. Таким образом, в каждом из одиночных опытов фотон может быть либо «желтым», либо «голубым», и «цвет» фотона есть одна из переменных, определяемая в опыте и характеризующая свойства фотона. Допустим, что такое определение «цвета» выполнено для большой последовательности фотонов. Тогда можно определить вероятность испускания «желтого» фотона (она равна p_1) и вероятность испускания «голубого» (она равна p_2). Мы предполагаем, что интенсивность обеих ламп постоянна и что измеренные вероятности воспроизводимы: повторив наши измерения несколько раз, мы каждый раз будем получать те же значения вероятностей p_1 и p_2 .

Можно ли в этих условиях считать, что в каждом одиночном опыте фотоны в источнике *приготавливаются «одинаковым образом»*? Трудно сразу ответить на этот вопрос. Можно возразить, что наш источник света с двумя лампами вводит в процесс приготовления системы элемент случайности и чтобы его исключить, следовало бы работать лишь с какой-нибудь одной из ламп. Может быть, нельзя утверждать, что фотоны приготовлены одинаковым образом, если мы не уверены в том, что они идентичны в возможно большей степени?

Трудность такой концепции в том, что в каждом опыте нужно было бы решать, имеет ли место «идентичность в возможно большей степени» или такой идентичности нет. Очевидно, что такая проблема не может считаться тривиальной. Кроме того, опыт с двумя лампами ничем не хуже опыта с одной, если только вероятности p_1 и p_2 , как и любые другие вероятности, описывающие свойства детекторов, будут *стабильны и воспроизводимы*. Это условие существенно, разумеется, для любых опытов, в которых мы имеем дело со скоростями счета и определением вероятностей. В противном случае все рассуждения п. 25 теряют смысл.

Таким образом, кажется более естественным (и практичным) принять, что во всех экспериментах, когда источником служит стационарное устройство, так что все вероятности постоянны и воспроизводимы, фотоны приготовлены одинаковым образом. Этой точки зрения мы будем придерживаться в дальнейшем.

27. В определенном смысле опыт с двумя лампами больше соответствует действительности, чем опыт с одной. В качестве идеального случая можно предпочесть опыт с одной, скажем с голубой, лампой. Но в лаборатории природа всегда включает и вторую лампу (хотя ее интенсивность может быть очень небольшой). Два примера разъяснят, что мы имеем в виду.

На рис. 27А показан идеализированный опыт по наблюдению дифракции электронов на двух щелях в экране S_2 . Электроны испускаются нитью F и ускоряются к экрану S_1 , в котором имеется щель. Допустим, что, пройдя через эту щель, они обладают импульсом p . Для наблюдения дифракционной картины воспользуемся счетчиком D , находящимся на очень большом расстоянии от второго экрана S_2 . Этот счетчик может перемещаться по дуге окружности, показанной на рисунке. Допустим для простоты, что расстояние от счетчика до щелей столь велико, что лучи, соединяющие входное отверстие счетчика с обеими щелями в экране S_2 , можно считать *параллельными*. (На рисунке это не видно; выдержав масштаб, мы не могли бы показать щели. Впрочем, смысл наших рассуждений мало зависит от того, параллельны ли эти лучи.)

Пусть расстояние между обеими щелями в S_2 равно $2a$. В п. 40 гл. 4 было показано, что угловое распределение $I(\theta, p)$ излучения,

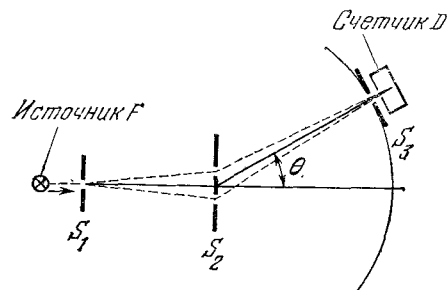


Рис. 27А. К опыту по дифракции электронов на двух щелях (п. 27—30). Регистрируется скорость счета в зависимости от угла θ . Для этого счетчик вместе с входной щелью S_2 перемещается по дуге окружности. Если расстояние между щелями в S_2 велико по сравнению с длиной волны, а источник испускает монохроматические электроны, то скорость счета будет быстро меняющейся функцией от угла θ . Для наблюдения дифракционной картины углового разрешения, определяемое входной щелью S_1 , должно быть очень хорошим. Если электроны не монохроматичны (например, в случае, когда источником служит нить накаливания), дифракционные картины от различных энергий перекрываются и максимумы размываются до такой степени, что вообще перестают быть наблюдаемы

регистрируемого детектором D , имеет вид

$$I(\theta, p) = 4I_0(\theta) \cos^2(ap \sin \theta), \quad (27a)$$

где $I_0(\theta)$ — угловое распределение, которое мы наблюдали бы с одной щелью *).

28. Мы записали интенсивность в виде $I(\theta, p)$, чтобы подчеркнуть ее зависимость от импульса p . Будем предполагать, что щели в экране S_2 имеют одинаковую ширину, которая очень мала по сравнению с длиной волны проходящих электронов. Пусть также для интервала значений p , с которыми мы имеем дело в данном опыте, интенсивность $I_0(\theta)$ не зависит от p . Предположим также, что расстояние между щелями $2a$ очень велико по сравнению с длиной волны; более конкретно, пусть для среднего импульса электронов p_0 мы имеем $ap_0 = \pi \cdot 10^5$. Для такого среднего импульса имеем

$$I(\theta, p_0) = 4I_0(\theta) \cos^2[(\pi \cdot 10^5) \sin \theta] = 2I_0(\theta) \{1 + \cos[(2\pi \cdot 10^5) \sin \theta]\}. \quad (28a)$$

Исследуя это выражение для интенсивности, замечаем, что оно является очень быстро меняющейся функцией угла θ . Расстояние между двумя последовательными максимумами определяется из приближенного равенства $\delta \approx 10^{-5} / \cos \theta$.

Таким образом, чтобы ясно видеть дифракционную картину, необходимо иметь аппаратуру с очень хорошим *угловым разрешением*. Угол, под которым входная щель детектора D видна из центра S_2 , должен быть много меньше δ , т. е. много меньше 10^{-5} . Допустим, что это условие выполнено. В противном случае, т. е. если угловое разрешение много хуже 10^{-5} , второй член в правой части (28a) окажется усредненным до нулевого значения, и мы будем наблюдать интенсивность, в два раза большую интенсивности от одной щели.

29. Допустим теперь, что детектор обладает очень хорошим угловым разрешением, так что можно наблюдать дифракцию от двух щелей для электронов с импульсом p_0 . Такой пучок, однако, нереален. При выходе из нити F электроны не имеют строго *одинаковой* энергии, поэтому на выходе из щели их импульсы не будут одинаковыми. Причина заключается в тепловом движении электронов в нити. Мы уже говорили, что хаотическое тепловое движение представляет собой «шум в чистой квантовомеханической симфонии». Теперь посмотрим, в какой степени этот шум мешает музыке.

В реальном опыте импульсы электронов в пучке имеют конечный разброс. Для простоты допустим, что каждое значение импульса в интервале $(p_0 - q; p_0 + q)$ равновероятно. Величина q характеризует разброс импульсов. Для определенности допустим, что $q = 10^{-2} p_0$, т. е. импульс определен с погрешностью 1%.

Наблюдая дифракционную картину для такого пучка, мы увидим не распределение $I(\theta, p_0)$, а его *среднее* значение по всему интервалу возможных значений импульса. Обозначим это среднее через

*) В этих рассуждениях мы полагаем $\hbar = c = 1$.

$\bar{I}(\theta)$. Его легко вычислить:

$$\bar{I}(\theta) = \frac{1}{2q} \int_{p_0-q}^{p_0+q} dp I(\theta, p) = 2I_0(\theta) \left(1 + \frac{\cos(2ap_0 \sin \theta) \sin(2aq \sin \theta)}{2aq \sin \theta} \right). \quad (29a)$$

Заметим, что, устремляя в этом выражении q к нулю, мы возвращаемся к выражению (28a).

В соответствии с нашими конкретными условиями $ap_0 = \pi \cdot 10^3$ и $q = 10^{-2}p_0$ из (29a) получаем

$$|\bar{I}(\theta) - 2I_0(\theta)| \leq 2I_0(\theta) \left| \frac{\sin[(2\pi \cdot 10^3) \sin \theta]}{(2\pi \cdot 10^3) \sin \theta} \right|. \quad (29b)$$

В направлении строго вперед, т. е. для $\theta=0$, из формулы (29a) следует, что $\bar{I}(\theta) = 4I_0(\theta)$. Для этого частного случая мы всегда, независимо от импульса p , имеем конструктивную интерференцию. Предположим, однако, что мы производим наблюдения для других направлений, например для углов θ , удовлетворяющих условию $|\sin \theta| > (2\pi)^{-1} \cdot 10^{-1} \approx 0,016$. Из неравенства (29b) в этом случае следует

$$|\bar{I}(\theta) - 2I_0(\theta)| < 10^{-2} \cdot 2I_0(\theta). \quad (29c)$$

Для таких углов дифракцию от двух щелей наблюдать трудно. Действительно, с погрешностью до 1% распределение интенсивностей совпадает с соответствующим распределением для дифракции от одной щели.

30. Из классической теории бильярдных шаров, примененной в п. 41 гл. 4 к фотонам, следовало, что интенсивность в опыте с двумя щелями равна

$$I^*(\theta) = 2I_0(\theta). \quad (30a)$$

В этой модели нет интерференции, и основанные на ней предсказания неверны и противоречат опыту. Если, однако, сравнить предсказание (30a) с предсказанием, выраженным неравенством (29c), то можно заметить, что в некоторых случаях предсказание (30a) будет казаться правильным. Если по каким-либо причинам квантовомеханические интерференционные эффекты «размываются», получаются результаты, предсказываемые классической теорией.

Наши рассуждения служат хорошим примером одного из аспектов «перехода к классическому пределу». Предположим, что в рассматриваемом примере энергия электронов равна 10 эВ. Тогда расстояние $2a$ между щелями будет 0,04 мм, и такое расстояние можно считать макроскопической величиной. Несмотря на это, квантовомеханическая интерференция в данном случае существует, но, чтобы ее наблюдать, нужно иметь такой источник электронов, чтобы разброс q импульсов был достаточно мал. В противном случае квантовомеханическая «симфония» растворится в шуме.

31. В качестве другого примера исчезновения интерференционных эффектов рассмотрим наблюдение интерференционных полос в интерферометре Майкельсона (рис. 31А). Свет натриевой лампы «расщепляется» полупрозрачным зеркалом, и смысл опыта заключается в наблюдении интерференции между двумя пучками, идущими к наблюдателю от зеркал 1 и 2. На рисунке плечи L_1 и L_2 интерферометра имеют разную длину. Разность хода интерферирующих пучков $d = 2(L_2 - L_1)$. Возникает вопрос: можно ли наблюдать интерференционные полосы при произвольно большом d ?

Ответ заключается в том, что это возможно лишь в принципе, но не в действительности. Точность, с которой определена длина световой волны, накладывает предел на разность хода d , при которой интерференционная картина еще видна. Практически длина волны никогда не определена совершенно точно.

Рассмотрим испущенный источником фотон, которому соответствует частота ω . Та часть фотона, которая приходит от зеркала 2, запаздывает по фазе от части, приходящей от зеркала 1, на величину

$$\delta(\omega) = \omega d = 2\pi d/\lambda, \quad (31a)$$

где λ — длина волны. Рассмотрим две различные частоты ω' и ω'' . Разность запаздываний по фазе для этих частот равна

$$\delta(\omega') - \delta(\omega'') = (\omega' - \omega'') d. \quad (31b)$$

Если эта разность мала, т. е. если $|\delta(\omega') - \delta(\omega'')| \ll \pi$, то интерференционные полосы для обеих частот будут с большой точностью совпадать. С другой стороны, если эта разность равна π , т. е. если $|\delta(\omega') - \delta(\omega'')| = \pi$, то конструктивной интерференции для частоты ω' будет отвечать деструктивная интерференция для частоты ω'' , и наоборот. При наложении двух систем полос, отвечающих этим частотам, мы вообще не увидим полос. Таким образом, мы приходим к простому критерию видимости полос: ширина частотной полосы $\Delta\omega$ источника должна быть такой, чтобы

$$d \Delta\omega \ll \pi. \quad (31c)$$

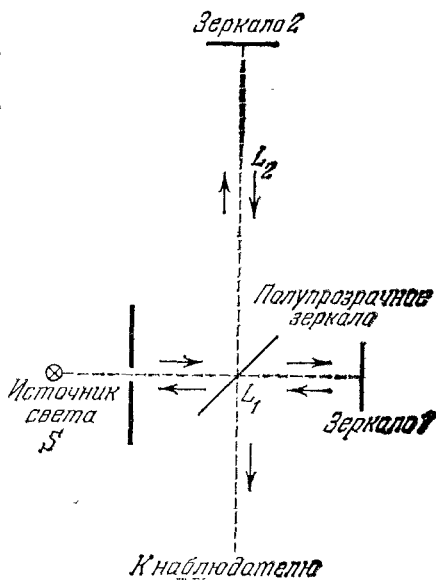


Рис. 31А. Схема интерферометра Майкельсона с плечами L_1 и L_2 неравной длины. Максимальная разность хода $2(L_2 - L_1)$, при которой интерференция еще наблюдаема, зависит от ширины спектральной линии почти монохроматического источника света

Для данного источника, т. е. для заданного $\Delta\omega$, условие (31с) дает нам верхний предел для d .

32. Для приблизительно монохроматического источника света (частота ω) величина $\Delta\omega$ представляет собой ширину линии. Как было объяснено в гл. 3, расширение монохроматической линии связано с несколькими физическими явлениями. Одно из них — доплер-эффект, возникающий вследствие движения излучающих атомов в источнике. Можно считать, что источник состоит из большого числа идентичных «ламп», но в лабораторной системе координат частота света, испускаемого этими «лампами», не строго одинакова, так как «лампы» в источнике находятся в состоянии хаотического движения.

Рассмотрим, каким образом доплер-эффект ограничивает величину d . Полосы ясно видны при условии

$$d < \frac{\pi}{\Delta\omega} = \frac{\omega}{\Delta\omega} \frac{\lambda}{2}. \quad (32a)$$

В п. 44 гл. 3 мы получили выражение для относительного доплеровского расширения, если источник представляет собой газ:

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)_D \sim 0,52 \cdot 10^{-5} \sqrt{\frac{1}{A} \left(\frac{T}{293\text{К}}\right)}; \quad (32b)$$

здесь T — эффективная температура источника; A — относительная атомная масса излучающих атомов.

Объединяя (32a) и (32b), получаем

$$d \leq 10^5 \lambda \sqrt{\frac{A}{T/293\text{К}}}. \quad (32c)$$

Для $T=293$ К (комнатная температура), $\lambda=5000$ Å (видимый свет) и $A=100$ получаем $d \leq 50$ см. Эта оценка согласуется с экспериментом. Максимальная разность хода, при которой еще можно наблюдать интерференционные полосы, имеет порядок 1 м для «обычных» источников света, например для газоразрядной трубки (но не для лазера).

33. Оба рассмотренных примера показывают, что природа противится созданию двух идеальных (когерентных) источников. В частности, тепловые шумы создают фон, который вводит элемент случайности в приготовление системы перед измерениями.

Техническое несовершенство нашего оборудования также увеличивает элемент случайности. Допустим, например, что мы хотим создать пучок электронов с очень точно заданным импульсом. Для этого необходимо поддерживать с большой точностью значения ускоряющих потенциалов и иметь весьма совершенное устройство для фокусировки электронов. Кроме того, нужен высокий вакуум, чтобы избежать потерь энергии и изменения направления движения от столкновения электронов с остаточным газом. Ничто на свете не совершенно, и на практике мы не можем осуществить полного контроля над приготовлением системы. Интересно поэтому понять, как «несовершенство» приготовления системы может быть включено в теорию.

34. Предположим, что у нас имеется способ приготовить систему для ряда повторяющихся измерений таким образом, что «каждый раз система подготовлена одинаковым образом». Мы согласились вкладывать в эти слова следующий смысл: измеряемые нами вероятности и *средние* значения стабильны и воспроизводимы. Мы предполагаем, что можем измерить средние всех возможных физических

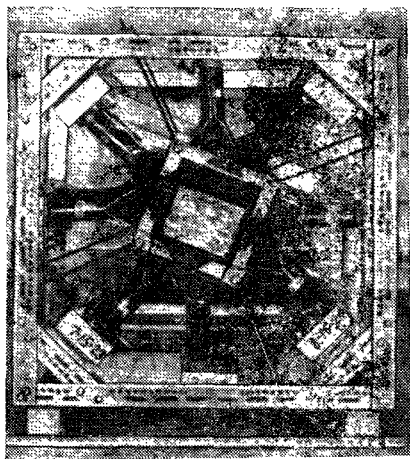
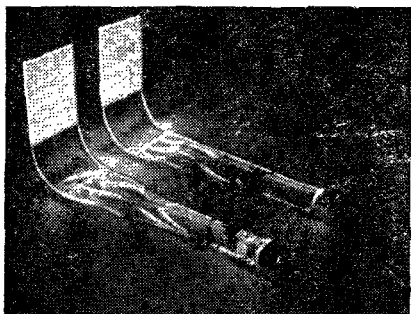


Рис. 34А. Два сцинтилляционных счетчика. Заряженная частица, проходящая через белую вертикально расположенные пластинки (слева), создает в них сцинтилляции. Свет этих сцинтилляций через прозрачный пластмассовый световод попадает на фотоумножители, находящиеся справа. При работе счетчик и световод завернуты в алюминиевую фольгу и тщательно изолированы от постороннего света

Рис. 34В. Устройство, состоящее из 24 счетчиков, использовавшееся в опытах с элементарными частицами. Размеры устройства близки к метру. Пластиковые сцинтилляторы находятся в середине, а фотоумножители симметрично расположены по периферии. Направление пучка частиц перпендикулярно к плоскости рисунка

переменных, и говорим, что совокупность этих средних определяет *статистический ансамбль системы* и что любой частный случай приготовленной системы, обнаруживаемый в единичном измерении, является *элементом ансамбля*.

Рассмотрим данный способ приготовления системы. Независимо от степени его «совершенства» или «несовершенства» он дает возможность образовать какой-то статистический ансамбль. С математической точки зрения *абстрактный* статистический ансамбль эквивалентен набору вероятностей и средних значений физических переменных. Желая иметь дело с конкретной физической реализацией этой абстрактной идеи, мы рассматриваем ансамбль как собрание очень большого числа одинаково приготовленных систем (элементов). Например, пучок света мы описываем как статистический ансамбль фотонов, и в этом случае элементом ансамбля является одиночный фотон.

Другим важным применением идеи о статистическом ансамбле является описание газа, заключенного в сосуде, как статистического

ансамбля, состоящего из отдельных молекул. Это описание удобно, если нас интересует среднее поведение отдельной молекулы газа. Каждый раз, когда мы измеряем, например, скорость молекулы, мы производим опыт с одним из элементов ансамбля. В результате большого числа измерений скорости мы будем иметь среднюю скорость молекулы, которая является одной из средних величин, характеризующих ансамбль. Условия, при которых находится газ в сосуде, определяют в этом случае процедуру приготовления. Если температура и давление постоянны, то средняя скорость также постоянна. Можно сказать, что все молекулы приготовлены одинаковым образом, так как все они находятся в идентичных внешних макроскопических условиях. Это не значит, разумеется, что однократные измерения скорости у двух разных молекул дадут одинаковую величину. Скорость молекулы (в данный момент времени) есть *случайная переменная*, и измеренные значения подвержены *статистическому разбросу*.

35. Рассмотрим статистический ансамбль. Для определенности предположим, что речь идет о пучке электронов, выпущенных из ускорителя, который работает в стабильных условиях и удовлетворяет самым совершенным техническим требованиям. Мы производим повторяющиеся измерения некоторой физической величины, например импульса электрона p в направлении пучка. Обозначим среднее значение импульса, полученное в длинной последовательности измерений, символом

$$Av(p; \rho),$$

где ρ — статистический ансамбль, т. е. наш пучок. Величину $Av(p; \rho)$ называют *средним импульсом p по ансамблю*. Среднее по ансамблю значение *квадрата* импульса обозначается $Av(p^2; \rho)$. В общем случае $Av(p^2; \rho) \neq [Av(p; \rho)]^2$. Действительно, если мы обозначим измеренные значения импульса через p_1, p_2, \dots, p_N , то средние значения импульса и квадрата импульса будут равны

$$Av(p; \rho) = N^{-1} \sum_k p_k, \quad Av(p^2; \rho) = N^{-1} \sum_k p_k^2. \quad (35a)$$

Напишем тождество, которое читатель легко проверит:

$$Av(p^2; \rho) - [Av(p; \rho)]^2 = N^{-1} \sum_k [p_k - Av(p; \rho)]^2. \quad (35b)$$

Правая часть (35b) представляет собой сумму неотрицательных членов, откуда следует

$$Av(p^2; \rho) - [Av(p; \rho)]^2 \geq 0, \quad (35c)$$

где знак равенства относится к тому и только к тому случаю, когда все импульсы p_k ($k=1, 2, \dots, N$) равны. В этом случае все частицы в пучке имеют точно одинаковые импульсы.

Величина в левой части (35c) является мерой статистического разброса переменной p . В общем случае она больше нуля, и мы мо-

жем сказать, что в нашем ансамбле имеет место некоторый разброс значений импульсов.

36. Подобно импульсу, можно обсудить и другие физические переменные. Для данного ансамбля (пучок) можно определить их средние значения и *дисперсию*, под которой мы понимаем статистический разброс, определенный по аналогии с левой частью (35с). Простейшей из таких переменных является срабатывание счетчика.

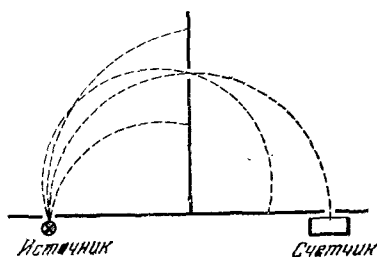


Рис. 36А. Принцип работы так называемого полукругового β -спектрометра. Он применяется для измерения распределения импульсов (или энергии) электронов, испускаемых при распаде радиоактивных ядер. С помощью щелей выбираются электроны, траектории которых лежат вблизи плоскости чертежа. Прибор помещен в однородное магнитное поле, перпендикулярное к плоскости чертежа. Траектории представляют собой дуги окружностей, радиус которых зависит от импульса электронов. Система щелей расположена таким образом, что счетчик могут достичь лишь те электроны, радиус траектории которых заключен в определенном небольшом интервале значений. Регистрируя число электронов, проходящих через счетчик в единицу времени при различных значениях магнитного поля, мы получаем распределение испущенных электронов по импульсам, т. е. относительное число электронов, испущенных в различных интервалах импульсов

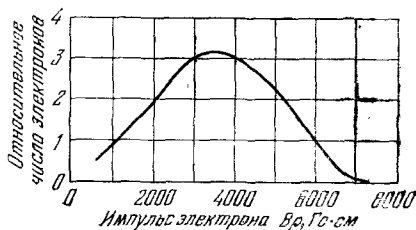


Рис. 36В. β -спектр ^{32}P , показывающий распределение электронов по импульсам. Максимальному импульсу 7200 Гс·см отвечает кинетическая энергия 1,7 МэВ. Энергия электронов лежит между нулем и этим верхним пределом, так как полная энергия, выделяющаяся при распаде, распределяется (случайным образом) между электроном и антинейтрино

Обозначим ее через D и условимся считать, что $D=1$, если счетчик в данном эксперименте с одним фотоном срабатывает, и $D=0$, если он не срабатывает. Тогда $\Delta v(D; \rho)$ будет вероятностью срабатывания счетчика в опыте с единичным элементом статистического ансамбля ρ .

На первый взгляд может показаться, что переменная D другого типа, чем переменная импульса p . Можно думать, что p относится к системе, т. е. к частицам пучка, тогда как величина D связана с измерительным прибором. Следует понимать, однако, что вся наша информация о свойствах системы получена из наблюдения за реакцией измерительных приборов, и такое понятие, как внутренние свойства системы, является абстракцией. Если известна вероятность срабатывания данного счетчика, помещенного в данном месте, то нам известно нечто о природе статистического ансамбля, в данном случае о природе пучка частиц. В действительности импульс частиц в пучке часто измеряется счетчиками, как это показано, например, на рис. 36А.

37. Продолжим теперь обсуждение примера, рассмотренного в п. 26. Мы имели там источник света, состоящий из двух ламп — натриевой и ртутной. Начнем с опыта, в котором работает лишь натриевая лампа и пучок света состоит, таким образом, из одних

«желтых» фотонов. Этот пучок можно описать статистическим ансамблем фотонов ρ_1 . Для такого ансамбля среднее значение d_1 некоторой переменной D , измеряемой счетчиком, равно

$$\text{Av}(D; \rho_1) = d_1. \quad (37a)$$

Теперь включим только ртутную лампу. Мы будем иметь дело со статистическим ансамблем ρ_2 , и усредненное по ансамблю значение той же переменной D будет равно

$$\text{Av}(D; \rho_2) = d_2. \quad (37b)$$

Рассмотрим, наконец, случай, когда включены *обе* лампы. Их совместное действие соответствует статистическому ансамблю ρ , и среднее значение D равно

$$\text{Av}(D; \rho) = d. \quad (37c)$$

Пусть потоки фотонов в пучках от ламп 1 и 2 соответственно равны n_1 и n_2 . Полный поток равен, таким образом, $n_1 + n_2$ фотонов в единицу времени. В каждом одиночном опыте эти фотоны могут быть либо «желтыми», либо «голубыми», в зависимости от того, какая лампа служит их источником. Вероятность обнаружить в данном опыте «желтый» фотон равна

$$\theta_1 = n_1 / (n_1 + n_2), \quad (37d)$$

а вероятность обнаружить «голубой» фотон равна

$$\theta_2 = n_2 / (n_1 + n_2). \quad (37e)$$

Числа θ_1 и θ_2 удовлетворяют условиям

$$1 \geq \theta_1 \geq 0, \quad 1 \geq \theta_2 \geq 0, \quad \theta_1 + \theta_2 = 1, \quad (37f)$$

которые следуют из определений (37d) и (37e). Условия (37f) характеризуют вероятности наступления одного из двух исключających друг друга событий.

38. Рассмотрим теперь единичный опыт, т. е. явление, происходящее с отдельным фотоном. Что можно сказать о вероятности $d = \text{Av}(D; \rho)$ того, что счетчик, описываемый переменной D , сработает? Наш фотон либо «желтый», либо «голубой». В первом случае вероятность срабатывания счетчика равна d_1 , во втором d_2 . Оба случая исключают друг друга, и поэтому полная вероятность срабатывания счетчика D равна

$$d = \theta_1 d_1 + \theta_2 d_2 \quad (38a)$$

или

$$\text{Av}(D; \rho) = \theta_1 \text{Av}(D; \rho_1) + \theta_2 \text{Av}(D; \rho_2). \quad (38b)$$

Эта формула выражает среднее D по ансамблю ρ через средние D по ансамблям ρ_1 и ρ_2 и через вероятности θ_1 и θ_2 . Эти последние вероятности показывают, каким образом ансамбль ρ составлен из ансамблей ρ_1 и ρ_2 . Вероятности θ_1 и θ_2 характеризуют «составной» источник. Они *не зависят* от переменной D , которая определяет свой-

ства данного счетчика, располагаемого в области наблюдений. В общем случае формула (38b) применима к среднему значению любой физической переменной, которую мы обозначим через Q :

$$Av(Q; \rho) = \theta_1 Av(Q; \rho_1) + \theta_2 Av(Q; \rho_2). \quad (38c)$$

Мы говорим, что *статистический ансамбль* ρ является *некогерентной суперпозицией* двух ансамблей ρ_1 и ρ_2 , входящих в суперпозицию с вероятностями θ_1 и θ_2 . Символическая запись этого утверждения имеет вид

$$\rho = \theta_1 \rho_1 + \theta_2 \rho_2. \quad (38d)$$

Термин «некогерентная» употребляется для различения этого типа суперпозиции и суперпозиции *волн*, рассмотренной в п. 36—46 гл. 5. Позже мы подробно обсудим это различие.

39. Идею о некогерентной суперпозиции двух ансамблей можно обобщить, рассмотрев некогерентную суперпозицию любого конечного их числа.

Рассмотрим статистические ансамбли ρ_k ($k=1, 2, 3, \dots, n$). С каждым таким ансамблем связана вероятность θ_k , и, таким образом,

$$1 \geq \theta_k \geq 0, \quad \sum_{k=1}^n \theta_k = 1. \quad (39a)$$

Обозначим через ρ некогерентную суперпозицию этих ансамблей. Это можно записать символически:

$$\rho = \sum_{k=1}^n \theta_k \rho_k. \quad (39b)$$

Такая запись означает, что среднее любой физической переменной Q для ансамбля ρ равно

$$Av(Q; \rho) = \sum_{k=1}^n \theta_k Av(Q; \rho_k). \quad (39c)$$

Предположим, что если $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_n$ — некоторая совокупность возможных статистических ансамблей, то любая некогерентная суперпозиция этих ансамблей также является возможным ансамблем. Это скорее математическое, чем физическое предположение, вызванное желанием иметь замкнутую *совокупность* статистических ансамблей, включающую в себя ансамбли, созданные *некогерентной суперпозицией*. Оно означает, что если совокупность ансамблей содержит конечное число ансамблей, то она содержит и их всевозможные некогерентные суперпозиции.

40. Заметим, что в пп. 27—29 мы уже рассматривали некогерентную суперпозицию бесконечного числа различных статистических ансамблей. Обозначим через $D(\theta)$ переменную, описывающую свойства счетчика D на рис. 27A для данного значения угла θ . Обозначим через ρ статистический ансамбль, создаваемый данным источ-

ником, расположенным левее экрана S_1 . Предположим, что интенсивность источника такова, что через щель в S_1 каждую секунду проходит один электрон. Если интенсивность $I(\theta)$, наблюдаемую счетчиком D , выражать через число электронов в единицу времени, то

$$\text{Av}[D(\theta); \rho] = I(\theta). \quad (40a)$$

В п. 27 мы рассматривали вначале интенсивность $I(\theta; \rho)$ от гипотетического источника, испускающего электроны со строго определенным значением импульса ρ . Обозначим статистический ансамбль для такого источника через $\rho(\rho)$. В этом случае

$$\text{Av}[D(\theta; \rho(\rho))] = I(\theta; \rho). \quad (40b)$$

Мы указывали, что если источником электронов служит накаливаемая нить с ускоряющим электродом, то электроны, проходящие через щель в S_1 , *не могут* иметь точно определенного импульса. [Мы можем, конечно, изготовить весьма монохроматический источник, воспользовавшись каким-нибудь «фильтром импульсов». Такому источнику, дающему электроны с очень малым разбросом импульсов, отвечает ансамбль $\rho(\rho)$.] Обозначим статистический ансамбль, соответствующий простому источнику с нитью и электродом, через $\bar{\rho}$. В соответствии с рассуждениями п. 29,

$$\text{Av}[D(\theta); \bar{\rho}] = \bar{I}(\theta) = \frac{1}{2q} \int_{\rho_0 - q}^{\rho_0 + q} d\rho \text{Av}[D(\theta); \rho(\rho)]. \quad (40c)$$

Сравним это выражение с выражением (39c). Очевидно, что ансамбль $\bar{\rho}$, соответствующий «реальному» источнику электронов, можно считать некогерентной суперпозицией идеальных источников, соответствующих ансамблям $\rho(\rho)$. Другими словами, по аналогии с (39b) мы имеем

$$\bar{\rho} = \frac{1}{2q} \int_{\rho_0 - q}^{\rho_0 + q} d\rho \rho(\rho). \quad (40d)$$

Амплитуды и интенсивности

41. Различие между когерентной и некогерентной суперпозициями можно выразить следующим образом: в первом случае происходит сложение *амплитуд*, во втором — сложение *интенсивностей*.

Рассмотрим квантовомеханические представления об амплитудах и интенсивностях. На рис. 41А показана схема опыта с двумя расположенными рядом экранами, каждый из которых содержит две щели. Пусть частицы, проходящие через щель в экране S , имеют определенный импульс и их интенсивность равна одной частице в секунду. Мы наблюдаем поток частиц через остальные пять щелей, каждый раз помещая счетчик непосредственно за *одной* из них. Если измеренное для данной щели число отсчетов равно P частиц