состояниях у физических переменных нет статистического разброса. Критический анализ микроскопических ситуаций обнаруживает, что эта вера была заблуждением.

56. Установление статистического характера всех предсказаний, даже в случае чистого ансамбля, было существенным шагом в развитии физической теории. Возвращаясь к ранней истории квантовой физики, мы замечаем, что идея о вероятностном описании физических явлений была для физиков очень трудной и непривычной. Двойная природа света, который обнаружил свойства волны и частицы, казалась весьма смущающим открытием. Оно получило название «дуализма» волн и частиц. В гл. 4 мы показали, что этот дуализм может быть ясно понят, но на ранней стадии квантовой физики ситуация была иной. Никому не приходило в голову интерпретировать квадрат амплитуды волны в понятиях вероятностей, а без этой идеи, которая представляет собой радикальный отход от классической физики, «дуализм» света не может быть понят.

Существование *принципиального* предела для нашей возможности предсказать будущие явления было воспринято многими, особенно нефизиками, настроенными философски, как весьма глубокая и революционная идея. По этому поводу неизбежно было написано достаточно нелепостей (как и по поводу соотношения неопределенностей), авторы которых делали далеко идущие выводы о влиянии квантовой механики на человеческие дела вообще.

Нельзя отрицать, что вопрос о предсказуемости и непредсказуемости в принципе может вызывать большой интерес у философов. Следует, однако, заметить, что в настоящее время физики уделяют этой стороне дела очень мало внимания. Не будет ошибкой считать, что большинство из них возвращается к теории измерений в квантовой механике лишь при необходимости прочесть вводный курс на эту тему.

Поляризованный и неполяризованный свет

57. Поляризация света является прекрасной иллюстрацией различия между чистым состоянием и статистической смесью состояний в квантовой механике. Рассмотрим опыт, показанный на рис. 57А. Почти монохроматические фотоны (с частотой ω) проходят через поляризующий фильтр F_S и расположенную за ним щель в экране S. Таким образом, приготовление статистического ансамбля происходит слева от S. Фотоны регистрируются фотоэлементом P, перед которым помещен поляризующий фильтр F_P. Фотоэлемент совместно с этим фильтром можно считать измерительным прибором, измеряющим счетную переменную D.

Можно разработать поляризующие фильтры весьма высокого совершенства, пропускающие волны с определенным состоянием поляризации и полностью поглощающие волны с другим состоянием поляризации. Предположим, что фильтры F_S и F_P являются такими совершенными фильтрами, свойства которых мы можем подобрать по желанию.

58. Пусть фильтр F_S пропускает только левополяризованный по кругу свет. Прошедшие через фильтр фотоны будут элементами статистического ансамбля ρ_L. Определим скорость счета в отсутствие фильтра F_P. Эта величина даст нам число фотонов за единицу

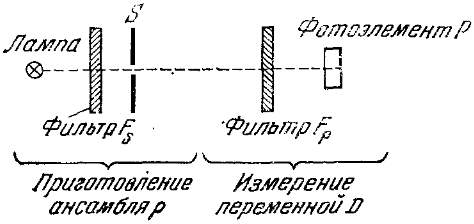


Рис. 57А. Схема опыта с поляризованным светом. Проходящий через идеальные поляризующие фильтры F_s и F_p свет находится в определенном чистом состоянии поляризации, и фильтры полностью прозрачны для такого света. Реакцию счетчика на данный фотон нельзя предсказать точно. Точное предсказание возможно лишь в том случае если фильтры F_s и F_p соответствуют одному и тому же (чистому) состоянию поляризации

времени и позволит нормировать наши измерения. Пусть эффективность счетчика P равна 100 %, т. е. он регистрирует каждый попадающий на него фотон, а скорость счета равна n фотонам в единицу времени.

Возьмем несколько различных фильтров F_P. Каждому фильтру соответствует свое значение счетной переменной D. Среднее значение D определяется как отношение n'/n, где n' — скорость счета при наличии фильтра. Если фильтр F_P пропускает только лево(право)поляризованный по кругу свет, соответствующая счетная переменная обозначается D_L (D_R). Если этот фильтр пропускает свет, линейно поляризованный в направлении x или y, соответствующая счетная переменная обозначается через D_x или D_y соответственно. Рассмотрим, наконец, фильтры, пропускающие свет, линейно поляризованный в направлении, составляющем 45° с осями x и y (счетная переменная D_{45°), и поляризованный перпендикулярно этому направлению (счетная переменная D_{135°).

Для ансамбля ρ_L имеем следующие значения средних:

$$\mathrm{Av}(D_L; \rho_L) = 1, \quad \mathrm{Av}(D_R; \rho_L) = 0, \tag{58a}$$

$$\mathrm{Av}(D_x; \rho_L) = \mathrm{Av}(D_y; \rho_L) = \mathrm{Av}(D_{45^\circ}; \rho_L) = \mathrm{Av}(D_{135^\circ}; \rho_L) = 1/2. \tag{58b}$$

Для этого ансамбля две переменные D_L и D_R точно известны, но относительно остальных четырех переменных мы находимся в состоянии максимальной неопределенности. Является ли ансамбль ρ_L чистым? Этот вопрос означает: можем ли мы сделать его более чистым? Очевидно, это невозможно. Если мы требуем, чтобы переменные D_R и D_L были точно известны и имели значения, указанные в (58a), то фотон, прошедший через щель в S, должен быть строго левополяризованным по кругу. Но каждую левополяризованную волну можно разложить на две линейно поляризованные волны равной амплитуды, поляризованные по двум взаимно перпендикулярным направлениям. Если мы поместим фильтр, который поглотит одну из линейно поляризованных компонент, то интенсивность прошедшей волны будет составлять половину падающей. Среднее значение переменных D_x, D_y, D_{45°, D_{135° в каждом отдельном опыте точно предсказуемо, как это видно из (58b). Это экспериментальный факт. Имея в виду другой экспериментальный факт, а именно, что фотон нерасщепим по энергии поляризационным фильтром, мы приходим к важнейшему выводу, что ни одна из четырех переменных D_x, D_y, $D_{45°}$ и $D_{135°}$ не может быть точно предсказана для любого данного единичного опыта. Действительно, неопределенность этих переменных — максимально возможная, несмотря на то, что исходный ансамбль является чистейшим возможным ансамблем фотонов, поляризованных по кругу.

59. Следует подчеркнуть, что мы придем к совсем другому выводу, считая, что фотоны ведут себя во всех отношениях подобно классическим волновым пакетам. Среднее значение переменной D_x должно в этом случае зависеть от чувствительности детектора. Если она достаточна для регистрации половины энергии, переносимой волной, то скорость счета D_x была бы такой же, как и скорость счета D_L, т. е. $\mathrm{Av}(D_x;\ \rho_L)=1$. Это среднее было бы равно нулю при чувствительности счетчика, недостаточной для срабатывания от половинной энергии. Реальные фотоны не ведут себя подобно классическим волновым пакетам: независимо от того, какой фильтр помещен перед счетчиком, мы всегда обнаружим, что энергия фотона, зарегистрированного счетчиком, равна $\hbar\omega$.

Реакция счетчика D_x, D_y, $D_{45°}$ и $D_{135°}$ в единичном опыте, таким образом, непредсказуема даже для *чистого* ансамбля ρ_L. Этот пример является сильным аргументом в пользу общих выводов, рассмотренных в п. 51—54.

60. Что произойдет, если убрать фильтр F_S? Предположим, что излучение лампы обладает сферической симметрией и любое состояние поляризации испущенного света равновероятно. Мы называем такой свет *неполяризованным*. Соответствующий ансамбль является *наиболее хаотическим ансамблем* по отношению к поляризационным степеням свободы, и независимо от природы идеального поляризационного фильтра F_P скорость счета с фильтром составляет половину скорости счета без него. Мы наблюдаем в этом случае следующие средние:

$$\mathrm{Av}\,(D_L;\rho_0)=\mathrm{Av}\,(D_R;\rho_0)=1/2, \tag{60a}$$

$$\mathrm{Av}\,(D_x;\rho_0)=\mathrm{Av}\,(D_y;\rho_0)=\mathrm{Av}\,(D_{45°};\rho_0)=\mathrm{Av}\,(D_{135°};\rho_0)=1/2. \tag{60b}$$

Заметим, что средние (60b) совпадают со средними (58b) и степень незнания четырех переменных D_x, D_y, $D_{45°}$ и $D_{135°}$ для ансамблей ρ_L и ρ_0 одна и та же. Ансамбли *различаются* по величине информации, которой мы обладаем о переменных D_L и D_R. Для ансамбля ρ_L нам полностью известны эти переменные, но меньше всего нам известно о них в случае ансамбля ρ_0.

Следует поэтому ожидать, что ансамбль ρ_0 является статистической смесью. Чтобы сделать это явным, рассмотрим опыт, в котором фильтр F_S пропускает только правополяризованные по кругу волны. Обозначим соответствующий ансамбль ρ_R. Средние для такого ансамбля равны

$$\mathrm{Av}\,(D_L;\rho_R)=0,\quad \mathrm{Av}\,(D_R;\rho_R)=1, \tag{60c}$$

$$\mathrm{Av}\,(D_x;\rho_R)=\mathrm{Av}\,(D_y;\rho_R)=\mathrm{Av}\,(D_{45°};\rho_R)=\mathrm{Av}\,(D_{135°};\rho_R)=1/2. \tag{60d}$$

Читателю нетрудно убедиться, что из полученных средних значений по ансамблям ρ_0, ρ_R и ρ_L следует

$$\rho_0 = \rho_L/2 + \rho_R/2. \tag{60e}$$

Этот вывод находится в согласии с рассуждениями п. 38.

Таким образом, хаотический ансамбль можно рассматривать как *некогерентную суперпозицию* двух чистых ансамблей ρ_R и ρ_L.

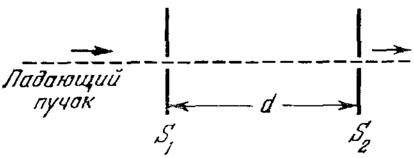
61. В школьные годы автора беспокоил вопрос о различии между неполяризованным светом и светом, поляризованным по кругу. Он читал в книгах, что неполяризованный свет является смесью света, поляризованного в двух перпендикулярных направлениях. Там же было написано, что свет, поляризованный по кругу, является суперпозицией света, поляризованного в двух перпендикулярных направлениях. В конце концов автор понял, что в первом случае происходит сложение *интенсивностей*, а во втором — сложение *амплитуд*. Поляризованный по кругу свет представляет собой *когерентную* смесь света, поляризованного в двух перпендикулярных направлениях, тогда как неполяризованный свет представляет собой *некогерентную* смесь.

Задачи

1. При попытках опровергнуть соотношение неопределенностей излюбленным доводом является следующий (см. рисунок к этой задаче). Пучок электронов с определенным импульсом p падает слева на экран S_1, в котором имеется отверстие диаметром a. На расстоянии d от S_1 помещен другой экран S_2 с таким же отверстием. Оба отверстия находятся строго на одной линии по направлению пучка. Часть электронов, пройдя первую щель, отклонится, а часть пройдет через вторую щель. Рассмотрим один из таких электронов. Неопределенность в его координате порядка $\Delta x \approx a$, а импульс равен p, так как электрон в этом опыте не теряет и не приобретает энергии. Поскольку известно, что электрон прошел через *обе* щели, то неопределенность в направлении импульса будет меньше или порядка $\Delta\theta = a/d$. Поэтому неопределенность в поперечной проекции импульса электрона имеет порядок $\Delta p \approx (a/d)p$. Таким образом, произведение неопределенностей координаты и импульса для поперечного направления

$$\Delta x \cdot \Delta p \approx (a/d)ap$$

может быть сделано при подходящем выборе a и d сколь угодно малым. Это нарушает соотношение неопределенностей, являющееся одной из основ квантовой механики.



К задаче 1. В задаче ошибочно допускается, что принцип неопределенностей может быть нарушен, если сделать щели узкими, а расстояние d большим. В этом случае кажется, что произведение неопределенности импульса на неопределенность положения в пространстве в момент прохождения частицы через вторую щель может быть сделано сколь угодно малым. В чем ошибка этого рассуждения?

Можете ли вы опровергнуть это рассуждение?

Приведенное рассуждение является одним из многих, претендовавших на опровержение квантовой механики через отрицание соотношения неопределенностей. Следует, однако, уяснить себе, что подобные рассуждения ни в какой мере не угрожают соотношению неопределенностей, *если принять предпосылки волновой механики*, так как из этих предпосылок соотношение неопределенностей вытекает. Попытки «отказа» от волновой механики можно разделить на две группы: