

лой области реальный потенциал $V(x)$ постоянным потенциалом. Мы уже вычисляли коэффициент пропускания прямоугольного барьера. Пусть коэффициенты пропускания пяти прямоугольных барьеров, показанных на рис. 35В, равны T_1, T_2, \dots, T_5 . Полный коэффициент пропускания приблизительно равен произведению коэффициентов пропускания малых областей:

$$T \approx T_1 T_2 T_3 T_4 T_5 \quad (35a)$$

или

$$\ln T = \ln T_1 + \ln T_2 + \ln T_3 + \ln T_4 + \ln T_5. \quad (35b)$$

36. Вернемся к выражению (33b). Пусть dx_n — толщина одного прямоугольного барьера, а $V(x_n)$ — его высота. Коэффициент пропускания такого барьера равен

$$\ln T_n \approx -2 \int_{x'}^{x''} dx \sqrt{2m[V(x) - E] / \hbar^2}. \quad (36a)$$

Из формулы (35b) следует, что логарифм коэффициента пропускания всего барьера получается суммированием по всем областям. Переходя к бесконечному пределу и заменяя сумму интегралом, получаем

$$\ln T \approx -2 \int_{x'}^{x''} dx \sqrt{\frac{2m[V(x) - E]}{\hbar^2}}. \quad (36b)$$

Не следует забывать, что это выражение для коэффициента пропускания является *приближенным*. Тем не менее приведенная формула очень полезна, так как дает правильное качественное описание явлений проникновения через барьер. Заметим, что пределами для написанного интеграла являются классические точки поворота x' и x'' .

Рассмотрим зависимость коэффициента пропускания от параметров, входящих в выражение (36b). Если остальные параметры фиксированы, то коэффициент пропускания тем меньше, чем больше масса частицы. Коэффициент пропускания T возрастает с увеличением полной энергии E , и для этого есть две причины. Во-первых, уменьшается подинтегральное выражение, которое всегда положительно, а во-вторых, область интегрирования по мере сближения точек поворота становится меньше. Разумеется, коэффициент пропускания возрастает при уменьшении ширины барьера.

Теория альфа-радиоактивности

37. Попытаемся теперь применить теорию проникновения через барьер к реальному физическому явлению.

В задаче 3 гл. 2 мы отмечали, что период полураспада ядер радия ${}^{226}_{88}\text{Ra}$, испускающих α -частицы, оказывается «неестественно большим». Он равен 1622 годам, что совершенно несовместимо ни с какой разумной ядерной шкалой времени. В качестве характеристического времени для ядерных процессов можно принять время, необходимое свету, чтобы пройти через ядро, т. е. время поряд-

ка 10^{-23} с. Период полураспада радия равен $5 \cdot 10^{10}$ с, что в 10^{33} раз больше «характеристического ядерного времени». Таким образом, мы оказываемся перед необходимостью объяснить возникновение «ненормально большого» числа 10^{33} . Разумеется, «характеристическое ядерное время» есть довольно свободное понятие, но наша задача не станет проще даже в том случае, если мы увеличим это время в 1000 раз.

Следует указать на такой экспериментальный факт: некоторые α -радиоактивные ядра имеют совсем небольшой период полураспада. Например, у α -радиоактивного изотопа полония ${}_{84}^{212}\text{Po}$ период полураспада равен $3 \cdot 10^{-7}$ с. В качестве противоположной крайности отметим такой α -излучатель, как изотоп урана ${}_{92}^{238}\text{U}$.

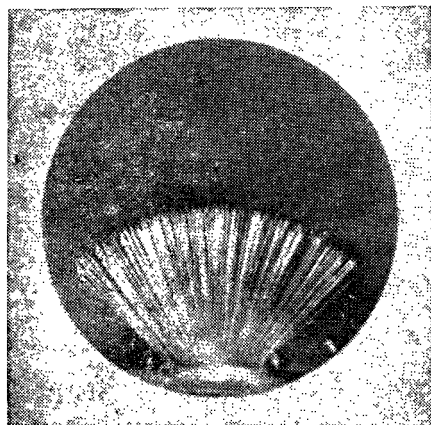


Рис. 37А. Одна из ранних фотографий следов α -частиц, испущенных радиоактивным источником, в камере Вильсона (Meitner L. Über den Aufbau des Atominnern. — Naturwiss. 1927, v. 15, p. 369). α -частица с данной энергией имеет вполне определенный пробег в веществе. Она теряет свою энергию на ионизацию атомов вещества. След кончается, когда частица теряет всю кинетическую энергию. Приближенное значение пробега R в воздухе (при нормальных давлении и температуре) равно $R = 0,32 E^{3/2}$, где E [МэВ] — энергия, R [см] — пробег. Радиоактивный источник, находящийся в нижней части снимка, испускает две группы α -частиц с различными энергиями. Ясно виден пробег частиц с большей энергией. Пробег медленных частиц составляет около половины пробега быстрых частиц

Его период полураспада равен $4,5 \cdot 10^9$ лет. Таким образом, периоды полураспада α -излучателей лежат в необычайно широком интервале значений, и это также нуждается в объяснении.

Энергии испускаемых α -частиц находятся в пределах 4—10 МэВ. Каждый данный изотоп испускает α -частицы с определенной энергией, хотя существуют изотопы, которые могут испускать α -частицы, обладающие несколькими дискретными значениями энергии. Забудем временно об этом усложнении, которое мы обсуждали в п. 40 гл. 3. Опыт показывает существование сильной корреляции между периодом полураспада ядер и энергией испускаемых α -частиц: чем больше энергия, тем меньше время жизни.

38. Подумаем теперь, как объяснить рассмотренные факты *). Пока α -частица находится в ядре, на нее действуют мощные ядерные силы. Мы говорили, что радиус действия этих сил весьма мал, и в первом приближении можно считать, что за пределами поверхности ядра их действие прекращается. Вне ядра главной силой

*) Мы ищем объяснение в рамках теории Шредингера, потому что скорости α -частиц являются нерелятивистскими. В этом легко убедиться, вспомнив, что энергия α -частицы не превосходит 10 МэВ.

является электростатическое отталкивание между α -частицей, заряд которой равен $2e$, и образующимся после распада дочерним ядром. Заряд этого ядра равен $+Z'e$, где Z' — атомный номер дочернего ядра. Если исходное материнское ядро имеет заряд $+Ze$, то заряд дочернего ядра $Z'=Z-2$. Описанная ситуация схематически показана на рис. 38А, где по оси абсцисс отложено расстояние от центра ядра. Сплошной кривой показана потенциальная энергия α -частицы относительно дочернего ядра. За пределами поверхности ядра, т. е. при $r > R$, потенциал является кулоновским:

$$V(r) = 2e^2 Z' / r \text{ при } r > R. \quad (38a)$$

По мере приближения к поверхности ядра α -частица начинает испытывать действие ядерных сил, т. е. потенциал резко уменьшается. На рис. 38А показана упрощенная ситуация, когда потенциал предполагается ступенчатым. Потенциальная кривая внутри

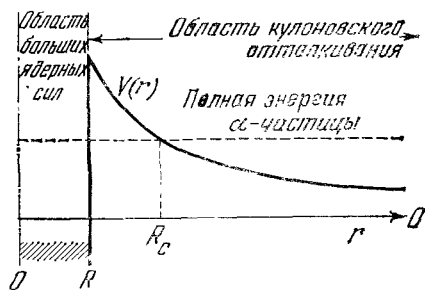


Рис. 38А. Схематическое изображение (сплошная линия) потенциальной энергии α -частицы вблизи ядра. Вне ядра, т. е. на расстояниях, больших R , потенциал является кулоновским. Внутри ядра на α -частицу действуют силы притяжения. Точная форма потенциала неизвестна, но внезапное его падение в точке R отвечает силам притяжения. Штриховой линией показана полная энергия α -частицы. Квантовая механика разрешает α -частице проникнуть через барьер, что и происходит при α -распаде тяжелого ядра

ядра не показана. Ее точная форма нам неизвестна, так как вообще внутри ядра в мощном поле ядерных сил α -частица, по-видимому, теряет свою индивидуальность.

Штриховой линией показана полная энергия E α -частицы. Именно с этой энергией частица движется на большом расстоянии от ядра, где электростатический потенциал спадает до нуля.

39. Из рис. 38А следует, что α -частица должна до своего испускания из ядра проникнуть через потенциальный барьер, заключенный в область от R до R_c . Попробуем проверить справедливость этого предположения. Если оно верно, то классическая точка поворота, определяемая равенством

$$R_c = 2e^2 Z' / E, \quad (39a)$$

должна удовлетворять условию $R_c > R$.

Возьмем в качестве примера ядро ${}^{226}_{88}\text{Ra}$, для которого $Z=88$, $Z'=86$ (атомный номер благородного газа радона), $E=4,78$ МэВ, и мы получаем $R_c \approx 50 \cdot 10^{-13}$ см = 50 ферми. [Для упрощения вычислений можно написать

$$R_c = \frac{e^2}{m_e c^2} \cdot 2Z' \cdot \frac{m_e c^2}{E} \approx (2,8 \cdot 10^{-13} \text{ см}) \cdot 172 \cdot \frac{0,5 \text{ МэВ}}{4,78 \text{ МэВ}} \approx 50 \text{ ферми,}$$

где m_e — масса электрона.]

В п. 36 гл. 2 было показано, что радиус R ядра с массовым числом A равен

$$R \approx r_0 A^{1/3}, \text{ где } r_0 = 1,2 \cdot 10^{-13} \text{ см.} \quad (39b)$$

Для ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ массовое число $A=226$, и мы получаем $R \approx 7,3$ ферми.

Таким образом, наши представления получили качественное подтверждение: α -частица действительно должна проникать через потенциальный барьер. Заметим, однако, что масштаб рис. 38А неверен: барьер в действительности *намного шире*. Несмотря на это, рисунок правильно передает существенные особенности явления.

Неравенство $R_c > R$ справедливо для всех α -радиоактивных ядер. Все они являются тяжелыми ядрами с большим атомным номером Z . Типичным α -излучателем можно считать изотоп ${}^{226}_{88}\text{Ra}$. Таким образом, важнейшей особенностью α -распада является наличие потенциального барьера для α -частицы, и можно надеяться, что простая теория туннельного эффекта позволит понять необычайно большой разброс периодов полураспада α -излучателей и сильную зависимость этих периодов от энергии α -частиц.

40. Вычислим теперь коэффициент пропускания T для потенциального барьера, показанного на рис. 38А. Из формулы (36b) следует

$$\ln T \approx -2 \int_R^{R_c} dr \sqrt{\frac{2m\alpha(2e^2Z'/r-E)}{\hbar^2}}. \quad (40a)$$

Заметим, что подынтегральное выражение обращается в нуль при $r=R_c$ [см. формулу (39a)]. Чтобы взять этот интеграл, следует ввести новую переменную $x=r/R_c$. Если r меняется от R до R_c , то новая переменная x меняется от $x_c=R/R_c$ до $+1$. Принимая во внимание выражение (39a), можно записать определенный интеграл (40a) в виде

$$\ln T \approx -\frac{4e^2Z'}{\hbar} \sqrt{\frac{2m\alpha}{E}} \int_{x_c}^1 dx \sqrt{\frac{1}{x}-1}. \quad (40b)$$

Значение этого интеграла можно довольно легко вычислить. Величина $x_c=R/R_c$ в общем случае достаточно «мала», и нам следует лишь получить приближенное значение интеграла, в котором сохранены только первые два члена разложения по x_c . Вычисления имеют вид

$$\begin{aligned} \int_{x_c}^1 dx \sqrt{\frac{1}{x}-1} &= \int_0^1 dx \sqrt{\frac{1}{x}-1} - \int_0^{x_c} dx \sqrt{\frac{1}{x}-1} \approx \\ &\approx \int_0^1 dx \sqrt{\frac{1}{x}-1} - \int_0^{x_c} dx \sqrt{\frac{1}{x}} = \int_0^1 dx \sqrt{\frac{1}{x}-1} - 2\sqrt{x_c}. \end{aligned} \quad (40c)$$

Первый член в крайней правой части (40с) может быть вычислен подстановкой $x = \sin^2\theta$. Получаем

$$\int_0^1 dx \sqrt{\frac{1}{x} - 1} = 2 \int_0^{\pi/2} d\theta \cos^2\theta = \frac{\pi}{2}. \quad (40d)$$

Таким образом, интеграл в (40b) равен

$$\int_{x_c}^1 dx \sqrt{\frac{1}{x} - 1} \approx \frac{\pi}{2} - 2 \sqrt{\frac{R}{R_c}}. \quad (40e)$$

Подставляя это значение в (40b) и принимая во внимание (39а), имеем

$$\ln T \approx -\frac{2\pi e^2 Z'}{\hbar} \sqrt{\frac{2m_\alpha}{E}} + \frac{8}{\hbar} \sqrt{e^2 Z' R m_\alpha}. \quad (40f)$$

41. Чтобы получить удобную для применений и прозрачную по смыслу формулу, воспользуемся некоторыми приближениями. Примем $Z' = 86$ и $R = 7,3$ ферми, что соответствует ядру ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ в качестве материнского ядра при α -распаде. Таким образом, мы ограничиваемся некоторыми «типичными» для всех α -активных ядер значениями R и Z' . Все α -излучатели принадлежат к очень тяжелым ядрам, и значения Z' и R для этих ядер не слишком далеки от взятых нами значений. Важным параметром в (40f) является энергия E , которая, как мы отмечали, лежит в пределах 4—10 МэВ. Таким образом, наше приближение достаточно оправдано, особенно если иметь в виду остальные сделанные нами приближения.

Подставляя теперь в (40f) приближенные численные значения физических констант и полагая $Z' = 86$ и $R = 7,3$ ферми, получаем

$$\log T \approx -\frac{148}{\sqrt{E/\text{МэВ}}} + 32,5. \quad (41a)$$

Заметим, что выражение (41a) дает десятичный логарифм T . Чтобы перейти к натуральному логарифму, вспомним, что $\log x = \log e \times \ln x \approx 0,434 \ln x$.

Итак, мы получили общее выражение (41a) для зависимости коэффициента пропускания T потенциального барьера от энергии α -частицы E . Воспользуемся им, чтобы найти периоды полураспада α -излучателей.

42. С этой целью рассмотрим весьма наивную модель α -распада. Предположим, что до испускания α -частица колеблется вдоль диаметра ядра, многократно отражаясь от его «стенок». Обозначим через τ_0 интервал времени между двумя последовательными ударами о стенку. В каждом столкновении имеется определенная вероятность «просачивания» частицы через потенциальный барьер, равная коэффициенту пропускания T . Таким образом, α -частица должна испытать порядка $1/T$ столкновений, чтобы покинуть ядро, и мы можем написать, что время жизни (или период полураспада)

равно

$$\tau = \tau_0/T, \quad (42a)$$

или

$$\log \tau = \log \tau_0 + \frac{148}{\sqrt{E/\text{МэВ}}} - 32,5. \quad (42b)$$

Чтобы оценить τ_0 , можно предположить, что скорость α -частицы в ядре равна ее скорости после распада. Тогда

$$\tau_0 = 2R/v, \quad v = \sqrt{2E/m_\alpha}. \quad (42c)$$

Для такого «стандартного» α -излучателя, как ^{226}Ra , мы получаем $\tau_0 \approx 10^{-21}$ с.

Мы видим из формулы (42c), что время τ_0 зависит от энергии E и от радиуса ядра R . Величина τ_0 является аргументом в выражении (42b) для $\log \tau$, и изменение первого члена с изменением E совершенно незначительно по сравнению с изменением второго члена. Чтобы показать это в явном виде, рассмотрим, что произойдет при изменении E от 9 до 4 МэВ. Отношение значений первого члена при этих двух энергиях равно $\log(3/2) \approx 0,18$, тогда как для второго члена это отношение гораздо больше: $148 \cdot (1/2 - 1/3) \approx 25$. Поэтому можно считать, что величина $\tau_0 = 10^{-21}$ с приблизительно подходит для *всех* α -излучателей. Таким образом, мы приходим к выводу, что *определяющим* фактором в α -распаде является проникновение через барьер. Нам плохо известны процессы, происходящие в ядре до распада, но мы можем сказать, что они определяют время τ_0 , которое можно интерпретировать как время между последовательными «попытками» α -частицы проникнуть через барьер. Время τ_0 зависит от материнского ядра, но кажется разумным допустить, что оно имеет примерно одинаковый порядок величины для всех α -излучателей. Во всяком случае для разумных моделей изменение первого члена в (42b) оказывается гораздо меньше изменения второго члена, и по этой причине наша наивная модель, которая дает верный порядок величины τ_0 , не так плоха, как может показаться. Выражаясь более точно, можно сказать, что она может быть плохой, но это не играет большой роли.

Итак, мы можем, наконец, написать общее соотношение между временем жизни τ (в секундах) и энергией α -частицы E :

$$\log(\tau/\text{с}) \approx \frac{148}{\sqrt{E/\text{МэВ}}} - 53,5. \quad (42d)$$

43. На рис. 43А показана зависимость периода полураспада α -излучателей от энергии E . Штриховая линия соответствует формуле (42d). По оси ординат отложен $\log(\tau/\text{с})$, а по оси абсцисс — $1/\sqrt{E/\text{МэВ}}$. В таких координатах соотношение (42d) изображается прямой. На том же графике нанесены значения $\log \tau$ и $1/\sqrt{E}$ для известных α -излучателей, и мы можем сравнить экспериментальные данные с предсказаниями нашей теории.

Мы замечаем, что, хотя экспериментальные точки, как правило, не лежат на теоретической прямой, она правильно описывает общий характер зависимости $\log \tau$ от E . Это следует считать замечательным

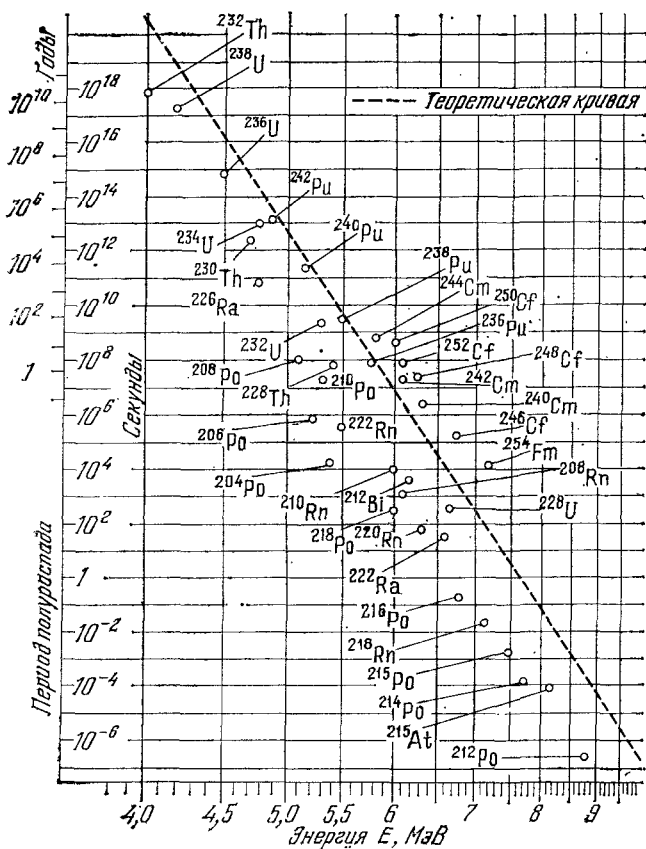


Рис. 43А. Зависимость периода полураспада τ радиоактивных ядер от энергии α -частиц. Кружками показаны радиоактивные ядра. По оси ординат — логарифм τ ; по оси абсцисс — $1/\sqrt{E}$, где E — кинетическая энергия α -частицы. Из нашей простой теории следует, что кружки должны лежать на штриховой линии. Согласно между опытом и теорией имеет весьма приблизительный характер, но прямая линия верно передает общий характер зависимости τ от E . Рисунок в целом является весьма сильным подтверждением идей квантовой механики

успехом квантовой механики. С помощью простой и наивной теории мы смогли разобраться в главных особенностях α -распада, который на первый взгляд казался бесконечно сложным явлением.

Теория квантовомеханического проникновения через барьер была создана Гамовым и независимо Кондоном и Герни в 1928 г. *).

*) Gamow G. Zur Quantentheorie des Atomkernes.— Zs. f. Phys. 1928, v. 51, p. 204; Quantum Theory of Nuclear Disintegration.— Nature, 1928, v. 122, p. 805; Gurney R. W., Condon E. U. Wave Mechanics and Radioactive Disintegration.— Nature, 1928, v. 122, p. 439.

С тех пор в теорию было внесено много уточнений, и в настоящее время она дает значительно более точное описание экспериментальных фактов, чем наша простая модель.

44. «Время жизни», определяемое рис. 43А, представляет собой период полураспада радиоактивного ядра. Читателю, конечно, известно, что радиоактивный распад описывается экспоненциальным законом: если в момент времени $t=0$ мы имели N_0 радиоактивных ядер, то среднее число ядер, не распавшихся к моменту t , равно

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (44a)$$

Постоянная λ носит название *постоянной распада* или *скорости распада*. Обратная величина $\tau = 1/\lambda$ называется *средним временем жизни* ядра. Период полураспада определяется как время, за которое число радиоактивных ядер уменьшается в среднем вдвое: $N(t) = N_0/2$.

Обозначив среднее время жизни через τ_m , а период полураспада через $\tau_{1/2}$, получим следующее соотношение между этими величинами:

$$\tau_{1/2} = \lambda^{-1} \ln 2 = \tau_m \ln 2. \quad (44b)$$

Что же дает нам формула (42d): среднее время, период полураспада или еще какое-нибудь «время жизни»? Мы вели расчет для среднего времени жизни, но точность наших оценок такова, что вопрос о различии между τ_m и $\tau_{1/2}$ не имеет значения. Из рис. 43А видно, что наши теоретические результаты справедливы с точностью до множителя 100 или 1000.

45. Вернемся снова к рис. 38А. Он описывает также «обратный» процесс, когда заряженная частица, энергия E которой меньше высоты барьера, сталкивается с ядром. Такой частицей может быть α -частица, протон или, например, дейтрон. Если частица проникает через барьер в область действия больших ядерных сил, то может произойти ядерная реакция. Согласно классической механике проникновение через барьер невозможно, но, как мы уже знаем, в квантовой механике возникает другая ситуация. Если энергия E очень мала, то ничтожно мал и коэффициент пропускания T и возникновение ядерной реакции крайне маловероятно. При увеличении энергии E возрастает прозрачность барьера, а тем самым и вероятность ядерной реакции. Рост вероятности реакции с энергией частицы грубо описывается экспоненциальной зависимостью. Таким образом, проникновение через барьер является существенной особенностью многих ядерных реакций, вызываемых заряженными частицами не слишком большой энергии. Ситуация меняется, если падающей частицей будет нейтрон. Для нейтральной частицы кулоновский барьер отсутствует, и она свободно проникает в ядро, как бы мала ее энергия ни была. Действительно, многие ядерные реакции дают большой выход даже для *тепловых нейтронов*, под которыми понимают нейтроны с энергией, соответствующей комнатной температуре, т. е. близкой к (1/40) эВ.

46. Тяжелые радиоактивные ядра можно разделить на четыре группы, соответствующие четырем различным радиоактивным рядам. При испускании α -частицы массовое число A ядра изменяется на четыре единицы, а атомный номер Z — на две единицы. При

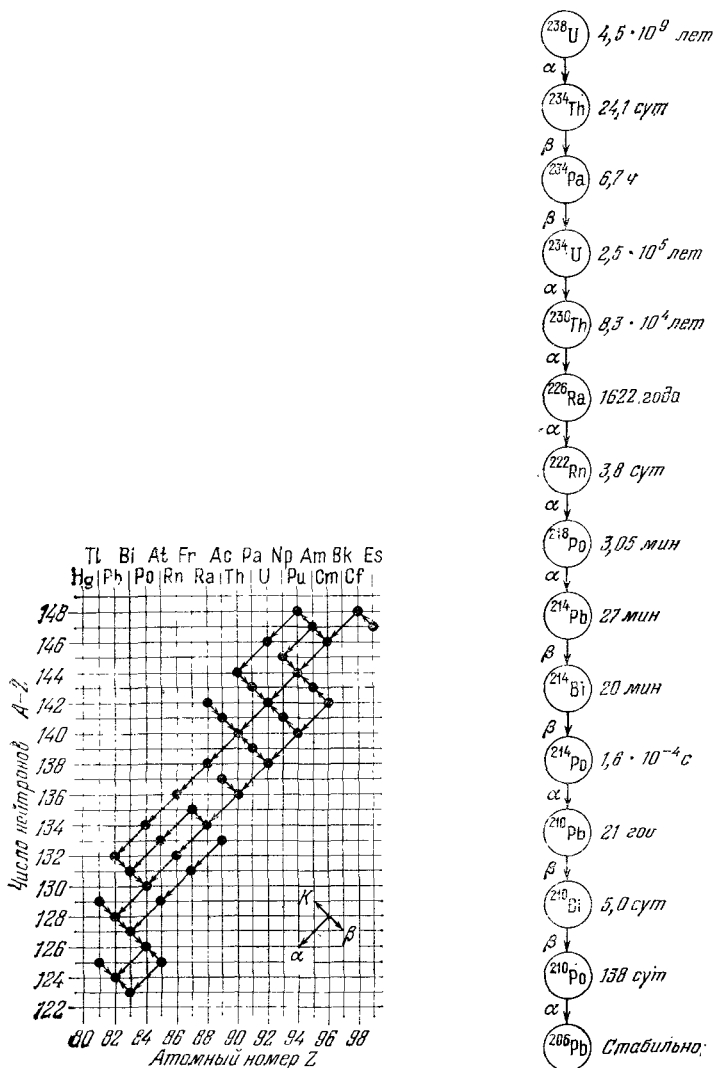
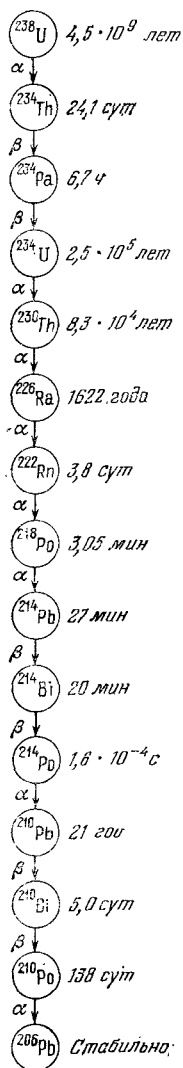


Рис. 46А. Распады тяжелых радиоактивных ядер, массовые числа которых изображаются формулой $A=4n+2$. Стрелками показаны радиоактивные распады. Значение стрелок пояснено в нижнем правом углу рисунка: стрелка α изображает α -распад, стрелка β — β -распад (испускание электрона и антинейтрино), стрелкой K обозначен K-захват. Заметим, что у некоторых ядер имеются две возможности распада. Конечным продуктом всех показанных на рисунке распадов является стабильный изотоп свинца ^{206}Pb

Рис. 46В. Ряд радиоактивных распадов уран — радий — свинец. Периоды полураспада показаны справа, а способ распада — символами α и β слева от кружков. Все эти изотопы природные (они заключены в минералах урана), так как происходят от долгоживущего изотопа ^{238}U . Трансурановые элементы этого ряда (массовое число $A=4n+2$) имеют периоды полураспада, которые невелики в геологической шкале времени



β -распаде, когда испускается электрон (позитрон) и антинейтрино (нейтрино), массовое число не меняется, но атомный номер меняется на $+1$ (-1). Некоторые тяжелые ядра испытывают α -распад, а некоторые — β -распад. Существует другая возможность: ядро может захватить электрон из окружающего его облака атомных электронов и испустить нейтрино. Такой процесс носит название *K-захвата*. Он тесно связан с β -распадом. Фундаментальным взаимодействием, ответственным за *K-захват* и β -распад, является универсальное *слабое взаимодействие*, о котором мы говорили ранее. Электрон, позитрон и нейтрино (в отличие от α -частицы) не принимают участия в сильных взаимодействиях, ответственных за «ядерные силы». Причиной больших (в ядерном масштабе) времен жизни радиоактивных ядер относительно β -распада или *K-захвата* является не проникновение через барьер, а просто чрезвычайно слабое взаимодействие.

В α -распаде массовое число A меняется на четыре единицы, при β -распаде и *K-захвате* оно не меняется. Радиоактивные ядра можно разделить на четыре семейства, и массовое число в пределах каждого из них описывается выражением $A=4n+r$, где n — переменное число, а r фиксировано. Четыре семейства соответствуют различным значениям $r=0, 1, 2, 3$. Одно из таких семейств для $r=2$ показано на рис. 46А и 46В.

Встречающиеся в природе (естественные) радиоактивные элементы либо сами имеют очень большие времена жизни, либо являются членами ряда, в начале которого находится долгоживущий элемент. Среди тяжелых ядер с большим периодом полураспада отметим ^{238}U , для которого $\tau_{1/2}=4,5 \cdot 10^9$ лет, ^{232}Th с $\tau_{1/2}=1,4 \cdot 10^{10}$ лет и ^{235}U с $\tau_{1/2}=7,13 \cdot 10^8$ лет. Самым долгоживущим членом семейства $(4n+1)$ является изотоп нептуния ^{237}Np ($\tau_{1/2}=2,2 \cdot 10^6$ лет). В геологическом масштабе это время невелико, и поэтому семейство $4n+1$ в природе не встречается, а является искусственно созданным.

Несколько естественных легких ядер также радиоактивны. Примерами служат β -активное ядро ^{40}K , для которого $\tau_{1/2}=1,3 \cdot 10^9$ лет, и ^{87}Rb с $\tau_{1/2}=4,7 \cdot 10^{10}$ лет.

47. Явление естественной радиоактивности дает возможность определять возраст пород, т. е. время, протекшее с момента их последнего химического превращения. Принцип весьма прост. Определяется относительное число долгоживущего радиоактивного изотопа и стабильного конечного продукта распада в радиоактивном семействе, присутствующем в образце в качестве малой примеси. Рассмотрим, например, семейство урана — радия — свинца, которое начинается с ^{238}U и кончается стабильным изотопом свинца ^{206}Pb . Допустим, что в данном образце мы обнаружили свинец, соответствующий N_{Pb} атомам, и уран, соответствующий N_{U} атомам. Предположим, что все атомы свинца ^{206}Pb возникли от распада ^{238}U . Тогда можно написать:

$$N_{\text{U}} = N_0 e^{-\lambda T}, \quad N_{\text{Pb}} = N_0 (1 - e^{-\lambda T}), \quad (47a)$$

где N_0 — число атомов ^{238}U , существовавших в начале образования

породы; λ — скорость распада урана; T — возраст образца. Так как $N_0 = N_U + N_{Pb}$, то

$$e^{\lambda T} = (N_{Pb} + N_U)/N_U; \quad (47b)$$

зная λ , можно найти T . Разумеется, этот метод дает лишь *верхний предел* для T , так как часть ядер ^{206}Pb , находящихся в образце сегодня, могла находиться в нем и в момент образования. Более мудрый подход к проблеме заключается в сравнении изотопического состава свинца в минералах, содержащих и не содержащих уран. Наш пример слишком упрощает дело, и мы привели его для иллюстрации принципа.

Другой метод определения возраста заключается в сравнении содержания гелия в породе с содержанием в ней урана. В каждом α -распаде возникает ядро гелия, и если мы уверены, что гелий не улетучивается из породы, то можно найти, сколько атомов урана распалось с момента образования породы, чтобы создать наблюдаемые в ней атомы гелия *).

С помощью подобных методов было показано, что возраст наиболее старых минералов Земли близок к $3 \cdot 10^9$ лет. Эта величина является *нижним пределом* возраста Земли, так как ее оболочка в прошлом испытывала много химических превращений. Были изучены также и метеориты, возраст которых оказался близким к $4,6 \cdot 10^9$ лет. Как образовались метеориты, наверняка не известно, но существуют достоверные указания на то, что они образовались (кристаллизовались) примерно в то же время, что и остальные твердые тела Солнечной системы. Поэтому возраст Земли как твердого тела следует считать близким к $4,6 \cdot 10^9$ лет. С помощью радиоактивных «часов» можно оценить также время, протекшее между последним образованием химических элементов в метеорите и его кристаллизацией. Согласно одной из таких оценок **,), это время близко к $0,35 \cdot 10^9$ лет. Отсюда следует, что последнее образование химических элементов в планетах и метеоритах произошло около $5 \cdot 10^9$ лет назад. Это время и представляет собой оценку возраста нашей Солнечной системы.

48. Заманчиво продолжить наши рассуждения. Каков возраст Вселенной? Как образовались химические элементы? Мы не в состоянии рассмотреть здесь идеи, которые дают возможность оценить возраст Вселенной. Весьма правдоподобно, что он близок к $10 \cdot 10^9$ лет, что по порядку величины близко к возрасту Солнечной системы.

Вероятно, химические элементы образовались из водорода в ядерных реакциях, происходивших в звездах. На рис. 48А при-

*) Первая оценка возраста Земли, основанная на явлении радиоактивности, была сделана Резерфордом (*Rutherford E. The Mass and Velocity of the α -Particles Expelled from Radium and Actinium.— Phil. Mag., 1906, v. 12, p. 348*). Резерфорд оценивает возраст исследованных им минералов в 400 миллионов лет.

***) *Reynolds J. H. Determination of the Age of the Elements.— Phys. Rev. Lett., 1960, v. 4, p. 8*; см. также: *Hohenberg C. M., Podesek F. A., Reynolds J. H., Xenon-Iodine Dating: Sharp Isochronism in Chondrites.— Science, 1967, v. 156, p. 202*. В этих работах показано, что времена могут оказаться заметно меньшими.

ведены оценки распространенности химических элементов в Солнечной системе. Точки, соответствующие конкретным химическим элементам, получены в результате усреднения различных оценок, основанных на спектроскопическом определении относительной распространенности в солнечной атмосфере, определении относительной распространенности в метеоритах и на оценках химического состава оболочки Земли. Заметьте, что водород и в нашу

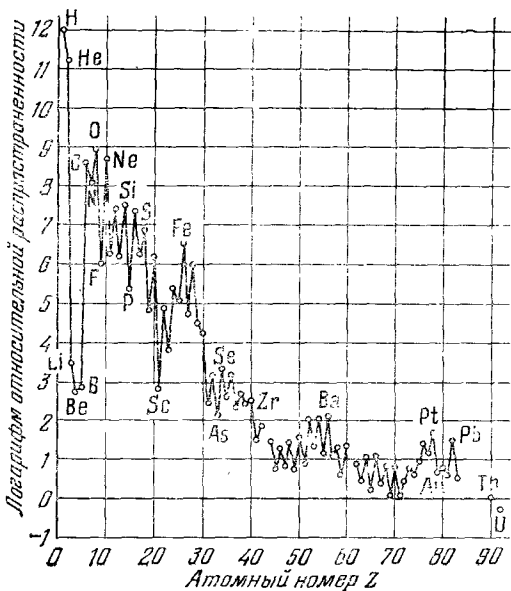


Рис. 48А. Относительные распространенности элементов в Солнечной системе (Aller L. H. The Abundance of the Elements. — N. Y., 1961). По оси ординат отложен десятичный логарифм распространенности, т. е. относительного числа атомов. Точки, изображающие элементы, соединены линиями, чтобы облегчить чтение графика. Приведенные здесь данные основаны на измерениях, весьма различных по характеру, и на определенных теоретических идеях. Данные для легких элементов получены главным образом из спектроскопических исследований излучения Солнца. Для оценки распространенности тяжелых элементов использованы данные о составе метеоритов. Следует иметь в виду предварительный и неопределенный характер некоторых оценок. Разумно считать, что распространенность элементов в (видимой) Вселенной мало отличается от их распространенности в Солнечной системе. Распространенность элементов в нашем непосредственном окружении (см. табл. 48А) заметно отличается от «космической» распространенности

эпоху является наиболее распространенным элементом. Обратите также внимание на то, что максимумы кривой распространенности отвечают особенно стабильным элементам. Мы видим, что элементы с четным атомным номером, как правило, имеют большую распространенность, нежели соседние элементы с нечетным атомным номером. Эта закономерность является отражением того факта, что ядра с четным числом протонов и четным числом нейтронов более стабильны, чем остальные ядра.

Объяснение деталей кривой распространенности тесно связано с пониманием ранней истории Солнечной системы. В настоящее

Таблица 48А. Восемь наиболее распространенных элементов земной коры

Элемент	Число атомов, %	Элемент	Число атомов, %	Элемент	Число атомов, %
Кислород	62,6	Натрий	2,64	Магний	1,84
Кремний	21,2	Кальций	1,94	Калий	1,42
Алюминий	6,5	Железо	1,92		

Таблица дает оценку состава 16-километрового слоя земной коры совместно с океаном и атмосферой. Перечисленные восемь элементов составляют около 99% всей массы земной коры. Гравитационное поле Земли не может удержать легкие элементы — водород и гелий. Этим объясняется их малая, по сравнению с «космической», распространенность в земной коре. Можно думать, что распространенность элементов в Земле совпадает с космической. Однако химические процессы в Земле привели к пространственному разделению элементов и данные для земной коры не характеризуют распространенность элементов для Земли в целом.

время, по-видимому, нам ясны лишь основные особенности этой кривой.

Что касается первоначального происхождения *водорода*, то автору абсолютно нечего сказать по этому вопросу.

Дополнительная тема: нормировка волновой функции*)

49. Рассмотрим шредингеровскую волновую функцию, ограничившись для простоты одномерным случаем, когда волновая функция $\psi(x, t)$ зависит только от одной координаты и времени. Мы утверждали, что квадрат модуля волновой функции пропорционален плотности вероятности. Это означает, что вероятность обнаружить частицу в момент времени t в интервале $x_2 > x > x_1$ равна

$$P(x_1, x_2) = N \int_{x_1}^{x_2} dx |\psi(x, t)|^2, \quad (49a)$$

где N — некоторая постоянная, *не зависящая* от x . Как она определяется? Из очевидного условия, что вероятность обнаружить частицу *где-то* должна быть равна единице:

$$1 = N \int_{-\infty}^{+\infty} dx |\psi(x, t)|^2. \quad (49b)$$

Может случиться, однако, что интеграл в (49b) не сходится. В этом случае постоянная N равна нулю, и из (49a) следует, что вероятность обнаружить частицу в любом конечном интервале значений x также равна нулю. Такой результат не имеет физического смысла, и мы приходим к важному выводу, что *шредингеровская волновая функция* $\psi(x, t)$ *должна для всех значений t иметь интегрируемый квадрат модуля*. Это означает сходимость интеграла (49b).

*) При первом чтении можно пропустить.