

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Процессы столкновения и волновая картина

1. В последней главе книги мы рассмотрим некоторые аспекты той области современной физики, которая имеет дело с элементарными частицами и их взаимодействиями. Эта часть физики фундаментальна по своему значению. Мы встретим здесь множество еще не решенных проблем. В этой области физики мы стремимся иметь теорию, которая позволила бы «понять» причины существования различных элементарных частиц и их свойства. Иными словами, мы надеемся, что возможно существование нескольких фундаментальных принципов, объясняющих великое множество наблюдаемых явлений. Оправдана ли такая надежда? Разумеется, логических оснований для нее нет. Может вполне случиться, что мы постоянно будем иметь дело с феноменологическими теориями, которые суммируют и обобщают экспериментальные факты путем несколько более экономным, чем таблицы и графики, но далеки от полноты, идейной ясности и красоты, ожидаемой от фундаментальной теории. Такая возможность кажется весьма непривлекательной, и нам хочется верить во внутреннюю простоту явлений. Эту надежду поддерживает история физики. Как источник знаний физика растет с очень большой скоростью, и доступная нам информация о деталях отдельных явлений поражает своей необъятностью. Но еще более удивительно то, что все эти детали могут быть объяснены в рамках весьма простых теорий. Говоря о простых теориях, автор вовсе не считает теоретическую физику тривиальным предметом. Он имеет в виду, что фундаментальные принципы наших теорий отличаются ясностью концепций. Как мы говорили ранее, в настоящее время нет «простой» и исчерпывающей теории элементарных частиц. В этой главе мы постараемся показать читателю, сколь близко мы подошли к такой теории, и познакомить его с фактами и проблемами этой части физики.

2. Большую часть наших сведений об элементарных частицах мы получили из экспериментов, когда они сталкиваются с такими же или с другими частицами. Поэтому своевременно высказать некоторые идеи, позволяющие интерпретировать такого рода опыты. В опытах по рассеянию пучок частиц A , выходящий из ускорителя (далее мы будем называть его первичным пучком), падает на мишень, состоящую из частиц B (мишень может быть твердой, жидкой или газообразной). Опыт заключается в наблюдении и изучении частиц, возникающих при столкновении частиц A и B . Столкновение двух частиц называют *упругим*, если новых частиц не возникает:

частица A лишь рассеивается частицей B . При возникновении новых частиц говорят о *неупругом* процессе.

Результаты наблюдений обычно выражают через различные *эффективные сечения*. Начнем с простейшего из них, а именно с

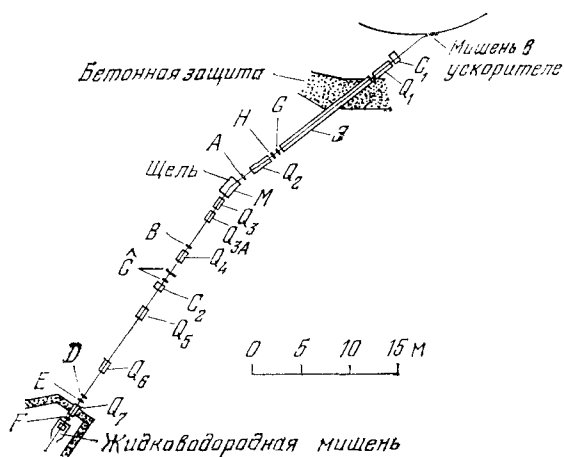


Рис. 2А. Схема опыта по измерению различных эффективных сечений при упругом и неупругом рассеянии антипротонов на протонах. Источником антипротонов является мишень, расположенная в ускорителе (вверху). Антипротоны отклоняются системой магнитов, которая фокусирует их на жидководородную мишень (внизу); C_1 , C_2 , M — отклоняющие магниты; Q_1 — Q_7 — фокусирующие магниты; A — H — сцинтилляционные счетчики; C — черенковские счетчики; \mathcal{E} — спектрометр скоростей. Явления, возникающие в жидководородной мишени, наблюдаются с помощью системы счетчиков, окружающих мишень (на схеме не показаны). Назначение сложной системы счетчиков и магнитов — отклонить пучок антипротонов и выключить из рассмотрения явления в мишени, созданные не антипротонами, а другими частицами. Измерения производились при энергии антипротонов, равной 1,0; 1,25; 2,0 ГэВ (Armenteros R. et al. Antiproton — Proton Cross Sections at 1.0, 1.25, 2.0 GeV.— Phys. Rev., 1960, v. 119, p: 2068)

полного эффективного сечения, которое обозначим σ_t . Чтобы дать определение σ_t , предположим, что мишень представляет собой очень тонкий слой случайно (но в среднем равномерно) распределенных частиц B . Пусть n — среднее число частиц, приходящихся на единицу ее поверхности. Полное эффективное сечение определяется следующим образом:

$$\sigma_t = P/n, \quad (2a)$$

где P — вероятность того, что частица A , падающая на мишень перпендикулярно к ее поверхности, испытает *некоторое* взаимодействие с одной из частиц B , в результате чего частица A выбудет из падающего пучка. В этом определении существенно, что мишень достаточно тонка, так что наблюдаемая вероятность P мала по сравнению с единицей. (Мы рассмотрим этот вопрос в п. 4.)

3. Понятие о полном эффективном сечении можно пояснить с помощью следующей модели. Представим себе, что с каждой частицей B связан диск, площадь которого равна σ_t . Все диски одинаково ориентированы, а первичный пучок частиц A перпендикулярен к их поверхности. Диски обладают тем свойством, что

попавшая в диск частица A выбывает из пучка. Частица, не попавшая в диск, не испытывает взаимодействия и не отклоняется. Рассмотрим снова тонкую мишень, на единичную поверхность которой приходится n частиц. Полная площадь, закрытая дисками на поверхности мишени площадью F , равна $nF\sigma_t$. Это означает, что

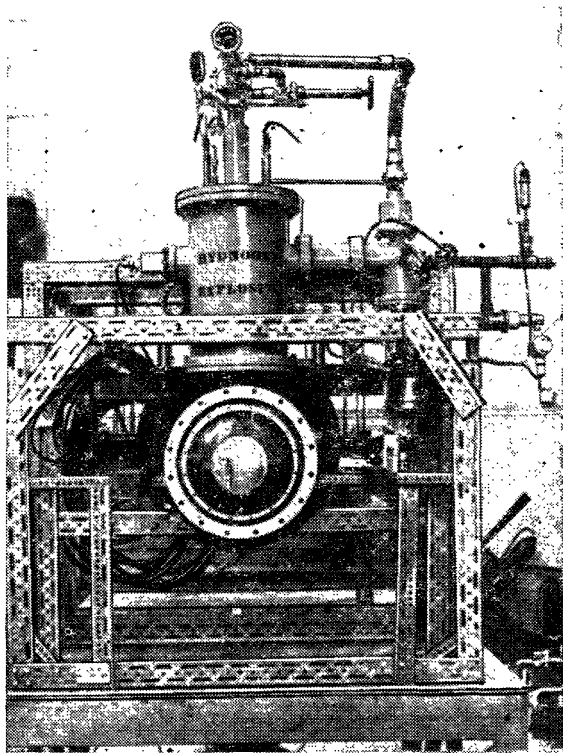


Рис. 2Б. Жидководородная мишень из опыта, схема которого показана на рис. 2А. Водород залит в контейнер, расположенный в центре мишени. Пучок антипротонов перпендикулярен к плоскости рисунка

доля поверхности, равная $n\sigma_t$, «непрозрачна», а доля, равная $1-n\sigma_t$, «прозрачна». Вероятность того, что некоторая частица A выбудет из первичного пучка, равна, таким образом, $P=n\sigma_t$. Такая модель позволяет почувствовать смысл равенства (2а), но читатель должен понимать, что непрозрачные диски существуют лишь в нашем воображении. Эффективное сечение является весьма удобной мерой способности частиц A и B взаимодействовать друг с другом, но не следует думать, что оно связано с их геометрическими свойствами.

4. Теперь обобщим выражение (2а) на случай, когда мишень нельзя считать тонкой. Обозначим через $P(n)$ вероятность того, что частица A выбудет из пучка в результате столкновения с мишенью,

состоящей из частиц B , равномерно распределенных с поверхностной плотностью n . Величина $T(n) = 1 - P(n)$ дает вероятность свободного прохождения частиц A через мишень. Предположим, что за слоем с поверхностной плотностью n_1 расположен второй слой

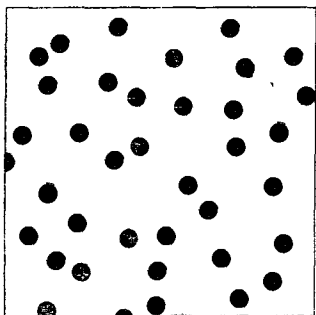


Рис. 3А. Вероятность столкновения частиц A пучка и частиц B мишени выражается через эффективное сечение σ_t . Представим себе, что с каждой частицей B связан диск с поверхностью, равной σ_t , так что частица A (которую можно считать точечной) будет взаимодействовать с частицей B лишь при попадании в диск. На рисунке показаны воображаемые диски для очень тонкой мишени из частиц B . Если на единицу поверхности мишени приходится n частиц, то полная поверхность, закрытая дисками, равна $n\sigma_t$. Вероятность того, что частица пройдет через мишень без взаимодействия, равна $1 - n\sigma_t$. Рисунок не следует, разумеется, понимать буквально: частица B не похожа в действительности ни на диск, ни на сферу

с поверхностной плотностью n_2 . Суммарная поверхностная плотность равна $n_1 + n_2$. Вероятность того, что частица A пройдет через оба слоя, равна

$$T(n_1 + n_2) = T(n_1) T(n_2). \quad (4a)$$

Это уравнение должно выполняться для всех положительных n_1 и n_2 . Его общее решение имеет вид

$$T(n) = \exp(-Cn), \quad (4b)$$

где C — вещественная постоянная. Далее, имеем

$$P(n) = 1 - \exp(-Cn). \quad (4c)$$

Заметим, что

$$\lim_{n \rightarrow 0} \frac{P(n)}{n} = C. \quad (4d)$$

Сравнивая этот результат с выражением (2a), написанным для малых n , мы приходим к выводу, что $C = \sigma_t$. Таким образом,

$$P(n) = 1 - \exp(-n\sigma_t), \quad T(n) = \exp(-n\sigma_t). \quad (4e)$$

Мы видим, что интенсивность прошедшего пучка экспоненциально падает с толщиной мишени. Для определения полного эффективного сечения следует выполнить простой опыт по ослаблению пучка. Он заключается в измерении (с помощью различных счетчиков частиц) относительного уменьшения интенсивности проходящего пучка для фольг различной толщины. По этим данным с помощью формул (4e) можно вычислить эффективное сечение.

5. Аналогичным путем можно определить эффективные сечения для различных других процессов. Допустим, например, что при взаимодействии частиц A и B образуются частицы C и D в реакции



Эффективное сечение такого процесса равно

$$\sigma_{AB \rightarrow CD} = \sigma_t P_{AB \rightarrow CD}, \quad (5b)$$

где $P_{AB \rightarrow CD}$ — вероятность того, что исчезновение частицы из пучка сопровождается реакцией (5а). Предположим, что реакция (5а) есть единственно возможный *неупругий процесс*. Частица может выбыть из пучка еще вследствие *упругого* рассеяния, в котором

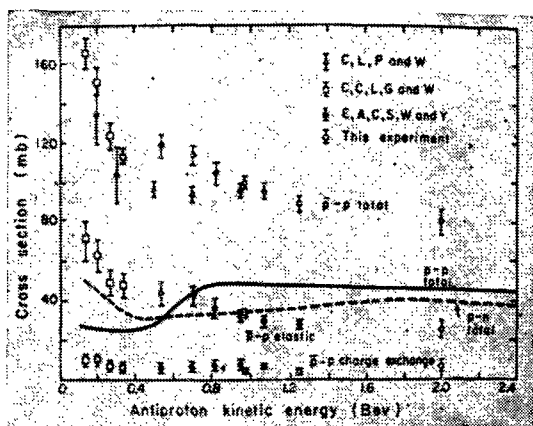


Рис. 5А. График зависимости эффективного сечения взаимодействия антипротонов с протонами от энергии. Часть экспериментальных точек этого графика измерена в опыте, схема которого показана на рис. 2А. Для сравнения на том же графике сплошной линией показано полное эффективное сечение для $p-p$ -взаимодействия. Заметьте, что полное эффективное сечение $\bar{p}-p$ -взаимодействия примерно в два раза больше полного сечения $p-p$ -взаимодействия (Armenteros R. et al. Antiproton — Proton Cross Sections at 1.0, 1.25 and 2.0 GeV. — Phys. Rev., 1960, v. 119, p. 2068)

частицы A и B сохраняют свою индивидуальность после столкновения. Определим *эффективное сечение упругого процесса* равенством

$$\sigma_e = \sigma_t P_e, \quad (5c)$$

где P_e — вероятность того, что столкновение упругое. Три рассмотренных сечения связаны равенством

$$\sigma_t = \sigma_e + \sigma_{AB \rightarrow CD}, \quad (5d)$$

вытекающим из условия $P_e + P_{AB \rightarrow CD} = 1$.

6. В ядерной физике и в физике элементарных частиц эффективные сечения измеряются в *барнах* и *миллибарнах*, причем

$$1 \text{ барн} = 10^{-24} \text{ см}^2, \quad 1 \text{ миллибарн} = 10^{-3} \text{ барн}. \quad (6a)$$

На рис. 6А показана зависимость полного эффективного сечения кадмия для нейтронов от их энергии, а на рис. 6В — аналогичная зависимость для серебра. Заметим, что эти данные получены для химических элементов и представляют собой поэтому эффективные сечения, усредненные по естественному распределению изотопов.

Достаточно взглянуть на эти кривые, чтобы убедиться, что полное эффективное сечение имеет мало общего с «геометрическими» свойствами ядер. Заметьте, что кривые демонстрируют необычайно резкую зависимость эффективного сечения от энергии. У кадмия эффективное сечение падает от максимального значения 7200 барн при энергии нейтронов 0,176 эВ до 20 барн при энергии 1 эВ. Эффективное сечение серебра столь же сильно зависит от энергии, проходя через резкий резонансный максимум при 0,52 эВ.

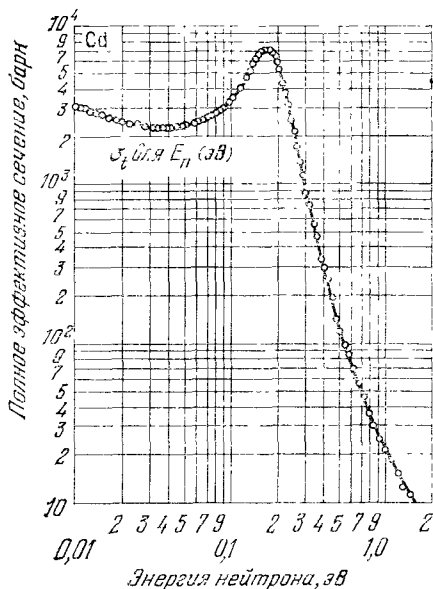


Рис. 6А. Кривая зависимости полного эффективного сечения взаимодействия нейтронов с ядрами кадмия от энергии нейтронов. Кривая получена для естественной смеси изотопов кадмия и дает поэтому среднее значение эффективного сечения. С точки зрения теории, предпочитающей иметь дело с эффективными сечениями для определенных изотопов, такая кривая имеет ограниченный интерес. Она важна, однако, для инженеров. Вследствие большого эффективного сечения для нейтронов малой энергии кадмий обычно используют для регулирования уровня мощности ядерных реакторов (Goldsmith H. H., Ibsen H. W., Feld B. T. Neutron Cross Sections of the Elements. — Rev. Mod. Phys., 1947, v. 19, p. 259)

Обратим внимание на величину эффективного сечения. Ядра кадмия и серебра имеют близкие размеры. Действительно, из формулы

$$r \approx A^{1/3} \cdot 1,2 \cdot 10^{-13} \text{ см}, \quad (6b)$$

определяющей радиус ядра в зависимости от массового числа A , следует, что радиус этих ядер близок к 5,8 ферми ($A \sim 110$). Соответствующее геометрическое сечение πr^2 равно 1 барн. Это в 7000 раз меньше максимального эффективного сечения на рис. 6А.

Рассмотрим теперь рис. 24А и 24В этой главы. На рис. 24В показан ход эффективного сечения упругого рассеяния положительных и отрицательных пионов на протонах, а на рис. 24А — эффективное сечение реакции $^{27}\text{Al} + p \rightarrow ^{28}\text{Si} + \gamma$. Обратите

внимание на большое число очень острых резонансов в последнем случае.

7. Измерения эффективных сечений при различных энергиях дают нам важную информацию о взаимодействиях между сталки-

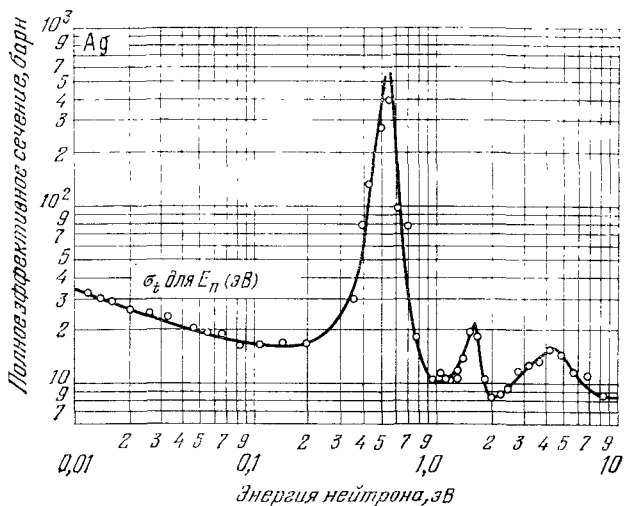


Рис. 6В. Зависимость полного эффективного сечения взаимодействия нейтронов с ядрами серебра (естественная смесь изотопов) от энергии нейтронов. Обратите внимание на очень острый (логарифмический масштаб!) резонансный пик. Эта кривая (и кривая на рис. 6А) ясно показывает, что эффективное сечение реакции имеет мало общего с размером ядер. Кривые для кадмия и серебра весьма различны, но обе обнаруживают сильную зависимость сечения от энергии. Общий характер наблюдаемых зависимостей хорошо объясняется волновой теорией столкновений (Goldsmith H. H., Ibsen H. W., Feld B. T. Neutron Cross Sections of the Elements. — Rev. Mod. Phys., 1947, v. 19, p. 259; в этой работе дан обзор ранних исследований в этой области)

вающимися частицами. Ценность этой информации может сильно возрасти, если измерять также *угловое распределение* частиц после столкновения. Рассмотрим для простоты упругое рассеяние частиц

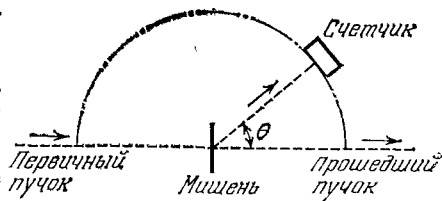


Рис. 7А. Упрощенная схема опытов по рассеянию. Пучок частиц от ускорителя падает на мишень. С помощью счетчика регистрируется относительная интенсивность частиц, рассеянных в различных направлениях, заданных углом θ . В таком опыте измеряется дифференциальное эффективное сечение рассеяния

А частицами В мишени. Будем измерять интенсивность рассеянных в различных направлениях частиц А с помощью счетчиков, находящихся на одном и том же расстоянии от мишени, но в различных угловых положениях. Интенсивность первичного пучка должна поддерживаться в таком опыте постоянной (или непрерывно измеряться). Полученные результаты могут быть выражены через *дифференциальное эффективное сечение* $\sigma_e(E; \theta, \varphi)$. Эта величина зависит от полярного угла θ и азимутального угла φ , определяющих направление от мишени на счетчик, а также от энергии E .

Величина $\sigma_e(E; \theta, \varphi)d\Omega$ равна вероятности того, что частица A из падающего пучка будет рассеяна в телесном угле $d\Omega$ в направлении, определяемом углами θ и φ , если поверхностная плотность частиц B равна единице. Для данного счетчика, помещенного на том же расстоянии от мишени, но в другом направлении, скорость счета прямо пропорциональна дифференциальному эффективному сечению.

Во многих случаях рассеяния частиц дифференциальное эффективное сечение зависит, кроме энергии частиц, только от угла между

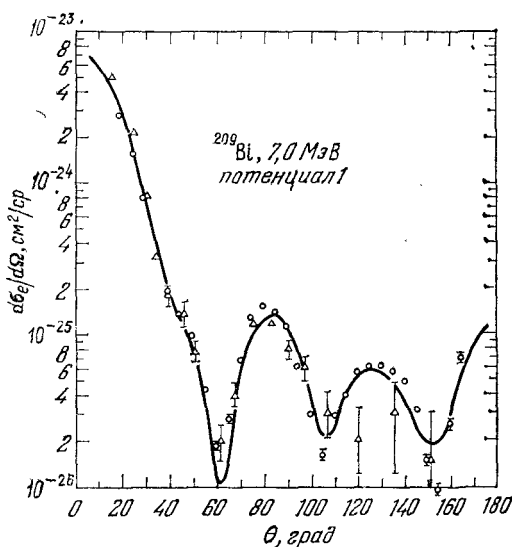


Рис. 7В. Дифференциальное эффективное сечение упругого рассеяния нейтронов изотопом висмута ^{209}Bi . Показаны экспериментальные точки и теоретическая кривая, отвечающая некоторой модели. По оси абсцисс отложен угол рассеяния, по оси ординат — дифференциальное эффективное сечение на единицу телесного угла (Zafiratos C. D. et al. Large-Angle Neutron Scattering from Lead at 7 MeV. — Phys. Rev. Lett., 1965, v. 14, p. 913)

направлением первичного пучка и направлением движения частицы A , испытавшей рассеяние. Если мы обозначим этот угол θ , то можно записать дифференциальное эффективное сечение в виде $\sigma_e(E; \theta)$, поскольку оно не зависит от азимутального угла *).

Полное эффективное сечение упругого рассеяния получается интегрированием дифференциального сечения по всем направлениям. Если последнее не зависит от угла φ , то

$$\sigma_e(E) = \int_{\Omega} d\Omega \sigma_e(E; \theta) = 2\pi \int_0^\pi d\theta \sin \theta \sigma_e(E; \theta) \quad (7a)$$

*) Наши обозначения не совсем удачны, так как для «полного» и дифференциального эффективных сечений используется один и тот же символ σ . Оба типа эффективных сечений можно различить по угловой переменной в обозначении дифференциального эффективного сечения.

Аналогично можно определить понятие о дифференциальном эффективном сечении для неупругих процессов.

8. Первичными данными, получаемыми в различных опытах по рассеянию частиц, являются всевозможные эффективные сечения и их зависимость от энергии сталкивающихся частиц. Перед

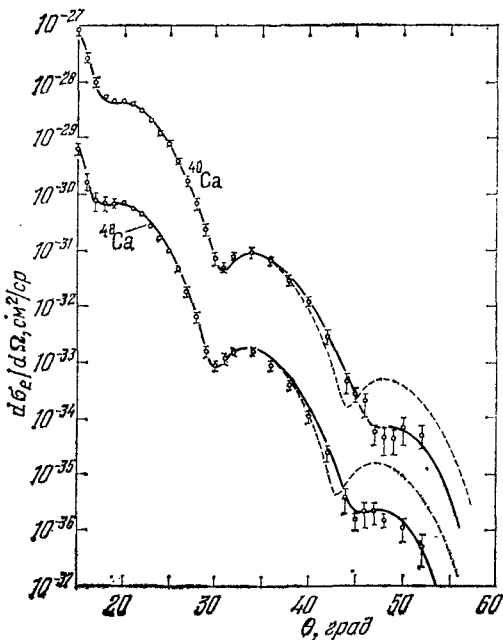


Рис. 7С. Дифференциальное эффективное сечение рассеяния электронов с энергией 750 МэВ двумя изотопами кальция. По оси ординат отложено дифференциальное эффективное сечение на единицу телесного угла, причем данные для ^{48}Ca увеличены в 10 раз, а для ^{40}Ca уменьшены в 10 раз. (Кривые очень близки друг к другу, и этот прием позволяет их разделить и рассмотреть на одном графике.) Наблюдаемое рассеяние возникает за счет электромагнитного взаимодействия электрона с ядром, и целью опыта является изучение распределения электрического заряда в ядре. Обратите внимание на то, что дифференциальное эффективное сечение для крайних значений углов меняется на множитель порядка 10^8 (Bellicard J. et al. Scattering of 750-MeV Electrons by Calcium Isotopes. — Phys. Rev. Lett., 1967, v. 19, p. 527)

физиками стоит задача получения свойств неизвестных взаимодействий из этих данных. Возможен и другой подход к этой задаче: исходя из некоторой теории можно вычислить ожидаемые эффективные сечения и сравнить предсказания теории с экспериментом.

Как уже упоминалось нами, большая часть имеющейся информации об элементарных частицах получена из анализа опытов по рассеянию. Для такого анализа были развиты специальные математические методы, обсуждение которых, однако, завело бы нас слишком далеко. Нет необходимости подчеркивать, что задача нахождения «сил» по известным эффективным сечениям на практике далеко не тривиальна, хотя и ясна в принципе.

9. Согласно классической интерпретации опытов по рассеянию, первичные частицы отклоняются в поле сил, создаваемом частицей мишени. По квантовой механике, рассеяние есть результат ди-

фракции волн. Именно с такой точки зрения мы рассматривали дифракцию электронов в гл. 5, где наблюдаемые явления объяснялись тем, что падающая электронная волна дифрагирует на всех атомах кристалла. В определенных направлениях происходит конструктивная интерференция, и в этих направлениях мы наблюдаем максимумы интенсивности. Таким образом, в рассеянии проявляется дифракция волн де Бройля на *препятствиях*, т. е. на атомах кристалла.

Читатель может заметить, что данное нами описание дифракции электронов имеет односторонний характер. Мы считаем, что первичная электронная волна рассеивается «препятствием». Но «препятствие» состоит из частиц, а все частицы должны быть описаны волнами. Нелогично одни частицы описывать волнами де Бройля, а другие считать *классическими* «препятствиями». В опытах по дифракции электронов мы в действительности наблюдаем результат взаимодействия первичных электронных волн с волновыми пакетами, представляющими атомы в кристалле. Чтобы быть последовательными, следует считать, что *рассеяние есть результат взаимодействия волн с волнами*.

Несколько позже в этой главе мы используем эту идею. Здесь же заметим, что новая точка зрения ни в коей мере не обесценивает наше рассмотрение дифракции электронов. Существенно лишь то, что падающая волна с *чем-то* сталкивается и ее взаимодействие с «чем-то» вызывает дифракцию волны. До тех пор, пока наше внимание обращено на первичные частицы, природа «препятствий» не слишком существенна. Ими могут быть как «классические препятствия», так и концентрированные волновые пакеты.

10. Теперь перейдем к весьма схематическому обзору волновой теории рассеяния. Рассмотрим наиболее простой случай, когда волна, соответствующая частицам, упруго рассеивается (дифрагирует) неподвижным полем сил, имеющим сферическую симметрию. Будем считать, что это поле может быть получено из потенциала, который с увеличением расстояния от центра быстро стремится к нулю. Такая задача в некоторой степени аналогична задаче о барьере, рассмотренной в гл. 7. Частица *A* находится в области, где потенциал зависит от положения. В результате первичная волна испытывает дифракцию на потенциале.

В соответствии с рассматриваемой моделью будем считать, что частицы *B* мишени описываются сферически симметричным потенциалом, несмотря на то что в действительности они должны быть описаны волнами. В нашем случае корректное квантовомеханическое описание рассеяния двух частиц *математически эквивалентно* нашей модели. Таким образом, принятая модель не так уж плоха. Тщательно ее обдумав, мы придем к выводу, что раньше был применен аналогичный подход. В гл. 7 при изучении α -радиоактивности мы рассматривали движение «квантовомеханической» α -частицы в потенциальном поле сил. При рассмотрении колебаний молекулы мы имели дело с движением одиночной частицы в приблизительно гармоническом поле сил. В каждом из этих случаев

реальная задача связана с движением по меньшей мере двух частиц, и мы заменили ее моделью, в которой единичная частица движется в потенциале, описывающем взаимодействия со всеми остальными частицами.

11. Рассмотрим плоскую волну

$$\psi_i(\mathbf{x}, t) = C \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{p}_i - i\omega t), \quad (11a)$$

соответствующую частице A , которая падает на частицу B (расположенную в начале координат $\mathbf{x}=0$). Здесь \mathbf{p}_i — импульс волны,

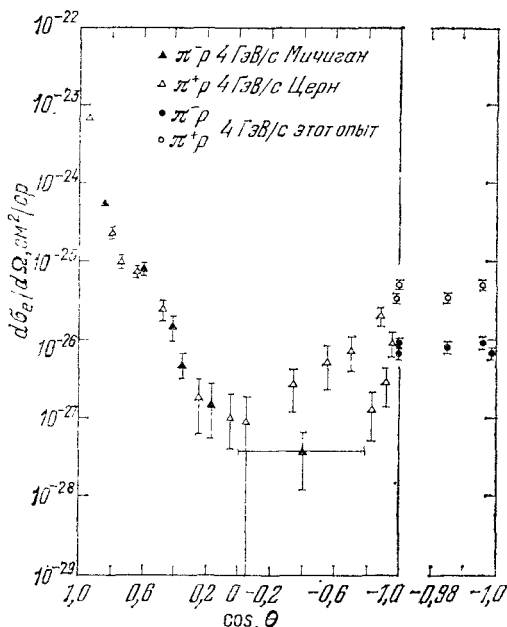


Рис. 11А. Дифференциальное эффективное сечение упругого рассеяния протонами пионов с импульсом 4 ГэВ/с. По оси абсцисс отложен косинус угла рассеяния в системе центра масс, по оси ординат — дифференциальное эффективное сечение на единицу телесного угла. Эффективное сечение вблизи направления назад (т. е. для $\cos \theta$, близкого к -1) показано справа в увеличенном масштабе оси абсцисс. Приведенные данные относятся к положительным и отрицательным пионам (Frisker W. R. et al. Backward Elastic Scattering of High-Energy Pions by Protons. — Phys. Rev. Lett., 1965, v. 15, p. 313)

ω — энергия *), C — нормировочная константа. Волна дифрагирует на частице B . Можно догадаться, что волновая функция, описывающая дифрагировавшую волну на очень большом расстоянии от начала координат, имеет вид

$$\psi_s(\mathbf{x}, t) \approx Cf(\theta) x^{-1} \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{p} - i\omega t); \quad (11b)$$

здесь x — расстояние от начала координат; p — первичный импульс, так что $x=|\mathbf{x}|$ и $p=|\mathbf{p}_i|$. Функция $f(\theta)$ зависит от угла θ между направлениями вектора первичного импульса \mathbf{p}_i и вектора положения \mathbf{x} (проведенного от начала координат в «точку наблюдения»).

*) Мы пользуемся системой единиц, в которой $\hbar=1$.

Рассмотрим некоторые свойства волновой функции ψ_s , чтобы **выяснить**, при каких условиях она может соответствовать рассеянной волне. Амплитуда рассеянной волны пропорциональна амплитуде C проходящей волны, и наша догадка согласуется с разумным предположением о *линейности* системы. Частота ω рассеянной волны совпадает с частотой проходящей волны, что означает сохранение энергии частицы A . Этого и следует ожидать для *упругого* рассеяния, когда положение частицы B фиксировано.

Множитель $\exp(i\mathbf{x}\mathbf{p} - i\omega t)$, очевидно, описывает сферическую волну, распространяющуюся *наружу*. Фазовая скорость в любой точке направлена от начала координат вдоль радиус-вектора. Именно таким свойством и должна обладать волна, испущенная рассеивающим центром. Множитель x^{-1} в (11b) описывает уменьшение амплитуды рассеянной волны с расстоянием. *Интенсивность* волны пропорциональна квадрату модуля волновой функции. Интенсивность рассеянной волны измеряет поток вероятности, выходящий из начала координат (или, если угодно, поток частиц в последовательности повторяющихся опытов), и эта величина *должна* меняться с расстоянием, как x^{-2} . Поэтому сама амплитуда должна быть пропорциональна x^{-1} , как мы и предположили.

12. Из простых физических соображений следует, что волновая функция, описывающая рассеянную волну, имеет вид (11b). Функция $f(\theta)$ называется *амплитудой рассеяния*. Очевидно, что она описывает угловое распределение рассеянных частиц. Мы хотим связать амплитуду рассеяния с дифференциальным эффективным сечением. Представим себе поверхность сферы радиусом x с центром в начале координат и рассмотрим небольшую часть dF этой поверхности, содержащую точку \mathbf{x} . Вероятность dP того, что испытывавшая рассеяние частица пройдет через площадку dF , пропорциональна произведению dF на квадрат модуля волновой функции $\psi_s(\mathbf{x}, t)$. Таким образом,

$$dP = k |\psi_s(\mathbf{x}, t)|^2 dF = k |C|^2 |f(\theta)|^2 x^{-2} dF, \quad (12a)$$

где k — некоторый фиксированный коэффициент пропорциональности. Величина $dF/x^2 = d\Omega$ равна телесному углу, под которым малая поверхность dF видна из начала координат. Поэтому

$$dP = k |C|^2 |f(\theta)|^2 d\Omega; \quad (12b)$$

dP — вероятность рассеяния частицы в конус с малым пространственным углом $d\Omega$.

Рассмотрим теперь падающую волну (11a). Представим себе диск *единичной* поверхности, перпендикулярный к импульсу \mathbf{p}_i падающих частиц, центр которого находится в начале координат. Вероятность того, что первичная частица пройдет через этот диск, равна

$$P_i = k |\psi_i|^2 = k |C|^2, \quad (12c)$$

где k — *та же* постоянная, что и в (12a) и (12b)

Рассмотрим теперь последовательность повторяющихся опытов по рассеянию (где импульс частицы A в каждом опыте равен p_i). Отношение числа частиц, рассеянных в конус, обнимающий телесный угол $d\Omega$, к числу частиц, падающих на единичный диск, равно отношению вероятностей (12a) и (12c):

$$dP/P_i = |f(\theta)|^2 d\Omega. \quad (12d)$$

Вспоминая то, что было сказано в п. 7 о дифференциальном эффективном сечении, мы видим, что отношение dP/P_i равно произведению дифференциального эффективного сечения на телесный угол $d\Omega$, и получаем, что дифференциальное эффективное сечение просто равно квадрату модуля амплитуды рассеяния:

$$\sigma_e(\theta) = |f(\theta)|^2. \quad (12e)$$

13. Чтобы найти теоретическое выражение для амплитуды рассеяния $f(\theta)$, нам следует, разумеется, иметь явное решение нашей дифракционной задачи. Это означает необходимость найти решение уравнения Шредингера или, возможно, другого уравнения, более подходящего к рассматриваемой задаче. В нашей модели мы должны найти решение уравнения Шредингера с потенциалом, действующим на частицу A вследствие присутствия частицы B . Волновые уравнения квантовой механики имеют бесконечное число решений, и мы должны выбрать из них *одно*, описывающее опыт по рассеянию. Условия, налагаемые на искомое решение, заключаются в том, что на *больших* расстояниях от начала оно должно иметь вид

$$\psi(\mathbf{x}, t) \approx C \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{p}_i - i\omega t) + Cf(\theta) x^{-1} \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{p} - i\omega t). \quad (13a)$$

Такая форма решения означает, что далеко от рассеивающего центра существуют плоская «падающая волна» и расходящаяся рассеянная волна. Мы не будем пытаться решать здесь эту задачу. Можно доказать для весьма общих условий, что при любом заданном импульсе существует *единственное* решение волнового уравнения, имеющее асимптотическую форму (13a). Таким образом, для данного импульса и заданного взаимодействия (потенциала) амплитуда рассеяния однозначно определена. Она зависит от импульса p , и можно, следовательно, записать ее в виде $f(p; \theta)$. Если амплитуда рассеяния найдена, то известно и дифференциальное сечение рассеяния (12e).

14. Рассмотрим частный случай, имеющий большое значение. Пусть амплитуда рассеяния *не зависит* от угла рассеяния θ , т. е. $f(\theta) = f = \text{const}$. В этом случае дифференциальное сечение рассеяния постоянно, $\sigma_e(\theta) = |f|^2 = \text{const}$, и угловое распределение рассеянных частиц сферически симметрично. Такая ситуация характерна для рассеяния при малых энергиях. Нетрудно дать качественное объяснение этому явлению. Угловое распределение может быть быстро меняющейся функцией угла θ в том случае, когда длина волны первичной частицы меньше размеров «объекта», на котором происходит дифракция. В дифракции принимают участие все «части» объекта, каждая из которых посылает свою дифрагировавшую

волну. В зависимости от относительной фазы этих волн в определенных направлениях будет происходить конструктивная или деструктивная интерференция. Если длина волны меньше размеров объекта, то небольшое изменение направления рассеяния может оказать значительное влияние на относительные фазы, что приведет к быстрому изменению дифференциального эффективного сечения с углом θ . Если же длина волны велика по сравнению с размерами объекта, «геометрические» интерференционные эффекты отсутствуют и амплитуда рассеяния лишь медленно меняется с углом. В предельном случае малых энергий, когда длина волны много больше размеров рассеивающего объекта, амплитуда рассеяния от угла не зависит и рассеяние сферически симметрично.

15. В случае $f(\theta) = f = \text{const}$ рассеянная волна

$$\psi_s(\mathbf{x}, t) = (Cf/x) \exp(ixp - i\omega t) \quad (15a)$$

связана с первичной волной *только* через параметр C , равный амплитуде падающей волны. В частности, амплитуда рассеянной волны не зависит от направления импульса \mathbf{p}_i . Этого и следует ожидать, если рассеивающий объект много меньше длины волны.

Заменим теперь плоскую волну (11a) ее средним, взятым по всем возможным направлениям \mathbf{p}_i . Мы рассматриваем, таким образом, новую задачу о рассеянии, в которой падающая волна имеет вид

$$\psi_{i0}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} d\Omega_p C \exp(i\mathbf{x} \cdot \mathbf{f}_i - i\omega t). \quad (15b)$$

Этот интеграл легко вычислить, если за угол θ между векторами \mathbf{x} и \mathbf{p}_i взять полярный угол вектора \mathbf{p}_i . Получаем

$$\begin{aligned} \psi_{i0}(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta \sin\theta C \exp(ixp \cos\theta - i\omega t) = \\ &= \frac{C}{2ixp} [\exp(ixp) - \exp(-ixp)] \exp(-i\omega t). \end{aligned} \quad (15c)$$

Если рассеянная волна не зависит от направления первичного импульса, то первичная волна ψ_{i0} образует *ту же самую* рассеянную волну, что и плоская волна (11a). Мы можем считать волну ψ_{i0} *сферически симметричной частью* падающей плоской волны. Лишь эта часть падающей волны создает сферически симметричную рассеянную волну ψ_s , определяемую формулой (15a).

16. Сферически симметричная часть приходящей волны имеет интересную форму. Рассматривая выражение (15c), замечаем, что оно является суммой *расходящейся* и *сходящейся* волн. Плоская волна «содержит» две такие волны, потому что она описывает как движение частиц к началу координат, так и движение, направленное от начала. Амплитуды обеих волн равны. Так и *должно быть*, ибо в противном случае выходящий поток отличался бы от входящего. Мы рассматриваем упругое рассеяние (в котором число частиц A сохраняется), и оба эти потока частиц A должны быть равны.

Рассмотрим теперь среднее значение (по сфере) выражения (13а) для случая $f(\theta) = \bar{f} = \text{const}$:

$$\begin{aligned} \Psi_0(\mathbf{x}, t) &= \Psi_{i_0}(\mathbf{x}, t) + \Psi_s(\mathbf{x}, t) = \\ &= \frac{C}{2ixp} [(1 + 2ifp) \exp(ixp) - \exp(-ixp)] \exp(-i\omega t). \end{aligned} \quad (16a)$$

Это выражение можно интерпретировать как асимптотическую форму волновой функции, описывающей рассеяние в условиях, когда сферическая волна Ψ_{i_0} играет роль падающей волны. Из (16а) следует, что волна $\Psi_0(\mathbf{x}, t)$ также состоит из сходящейся и расходящейся волн. Если происходит упругое рассеяние, то модули амплитуд обеих волн *должны* быть равны, что приводит к важному условию

$$|1 + 2ipf| = 1 \quad (16b)$$

для амплитуды рассеяния f .

Общее решение уравнения (16b) удобно записать в форме

$$f = \frac{1}{2ip} (e^{2i\delta} - 1), \quad (16c)$$

где δ — некоторое *вещественное* число. Величина δ носит название *фазового сдвига* (*s-волны*). В общем случае δ зависит от импульса p .

17. Выясним, как велико может быть эффективное сечение для сферически симметричного упругого рассеяния. Дифференциальное эффективное сечение равно $|f|^2$, а полное эффективное сечение σ_e получается интегрированием дифференциального эффективного сечения по всем направлениям. Таким образом [имея в виду (16c)], получаем

$$\sigma_e = (\pi/p^2) |e^{2i\delta} - 1|^2. \quad (17a)$$

При заданном p это выражение максимально, если $\delta = (n + 1/2)\pi$, где n — любое целое число:

$$(\sigma_e)_{\max} = 4\pi/p^2. \quad (17b)$$

Эта формула написана в системе единиц, где $\hbar = 1$.

«Восстановить» постоянную Планка очень просто. Она должна быть возведена во вторую степень и стоять в числителе, так как эффективное сечение имеет размерность площади. В системе СГС или СИ

$$(\sigma_e)_{\max} = 4\pi (\hbar/p)^2. \quad (17c)$$

Таким образом, максимальное значение эффективного сечения для упругого и сферически симметричного рассеяния равно произведению $1/\pi$ на квадрат длины волны де Бройля первичной частицы. При малых импульсах это эффективное сечение может быть весьма велико. На этой основе легко понять с точки зрения волновой картины рассеяния большие эффективные сечения, о которых мы упоминали в п. 6 и которые, возможно, поставили читателя перед рядом трудностей.

18. Как мы сказали, фазовый сдвиг δ зависит от первичного импульса p . Так как энергия ω падающей волны является монотонной функцией p , то фазовый сдвиг δ зависит от энергии. Мы отметим эту зависимость символом $\delta(\omega)$.

В тех случаях, когда фазовый сдвиг, рассматриваемый как функция энергии, проходит через одно из значений $(n+1/2)\pi$, максимальное значение эффективного сечения становится равным (17b). Мы говорим, что рассеяние при этой энергии имеет *резонансный* характер. Рассмотрим поведение амплитуды рассеяния и эффективного сечения в непосредственной близости от резонанса. Обозначим энергию резонанса через ω_0 . Итак, имеем $\delta(\omega_0) = (n_0 + 1/2)\pi$, где n_0 — целое число.

Формулу (16с) можно переписать, имея в виду тождество для котангенса

$$\operatorname{ctg}(\delta) = \cos \delta / \sin \delta = i(e^{i\delta} + e^{-i\delta}) / (e^{i\delta} - e^{-i\delta}). \quad (18a)$$

Мы получим (в чем читателю нетрудно убедиться самому)

$$f(\omega) = \frac{1}{2ip} (e^{2i\delta(\omega)} - 1) = \frac{1/p}{\operatorname{ctg}[\delta(\omega)] - i}. \quad (18b)$$

Вблизи точки $\omega = \omega_0$, в которой $\operatorname{ctg}[\delta(\omega_0)] = 0$, можно разложить выражение для котангенса по степеням $(\omega - \omega_0)$. Оставляя лишь первый, линейный, член, имеем

$$\operatorname{ctg}[\delta(\omega)] \approx - (2/\Gamma)(\omega - \omega_0), \quad (18c)$$

где, следуя установившемуся обычаю, обозначаем производную от $\operatorname{ctg}[\delta(\omega)]$ в точке ω_0 через $-2/\Gamma$.

Предположим, что вблизи резонанса фазовый сдвиг растет с энергией. Это означает, что $\operatorname{ctg}[\delta(\omega)]$ уменьшается с ростом ω и введенный в формулу (18с) параметр Γ положителен. Подставляя приближенное выражение (18с) (оно справедливо лишь вблизи резонанса) в (18b), получаем

$$f(\omega) \approx -\frac{1}{p} \frac{\Gamma/2}{(\omega - \omega_0) + i\Gamma/2}, \quad (18d)$$

$$\sigma_e(\omega) \approx \frac{4\pi}{p^2} \frac{(\Gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\Gamma/2)^2}. \quad (18e)$$

Читатель узнает в формуле (18e) резонансную формулу Брейта — Вигнера (21d) из гл. 3. Мы получили ее из совершенно других соображений. Величина Γ представляет собой ширину резонанса. В гл. 3 мы связываем возбужденные уровни с резонансами, и здесь вернулись к этой идее. Величина $1/\Gamma = \tau$ есть в таком случае среднее время жизни возбужденного уровня, который проявляется как резонанс.

Что понимается под частицей?

19. Прежде чем продолжить изучение проблемы взаимодействия частиц, имеет смысл рассмотреть наши представления о частице. Допустим, что мы хотим составить таблицу частиц и находимся перед необходимостью сформулировать определение частицы.