Сводка определений

Статистический ансамбль. Собрание большого числа невзаимодействующих между собой систем, каждая из которых удовлетворяет тем же условиям, что и рассматриваемая нами система.

Ансамбль, не зависящий от времени. Ансамбль, в котором число систем с данными свойствами одно и то же в любое время.

Случай. Исход опыта или результат наблюдений.

Вероятность. Вероятность P_r осуществления данного случая в рассматриваемой системе определяется с помощью статистического ансамбля из $\mathcal{N}$ таких систем. Если случай r осуществился в $\mathcal{N}_r$ системах ансамбля, то

$$P_r = \mathcal{N}_r/\mathcal{N} \qquad (\text{при } \mathcal{N} \to \infty).$$

Статистическая независимость. Два случая статистически независимы, если осуществление одного из них не зависит от осуществления или неосуществления другого.

Среднее значение (или среднее по ансамблю). Среднее значение u обозначают $\bar{u}$. Это среднее вычисляется по формуле

$$\bar{u} = \sum_r P_r u_r,$$

где суммирование производится по всем возможным значениям переменной r, а P_r обозначает вероятность осуществления данного значения u_r.

Дисперсия (или вариация). Дисперсия переменной u определяется так:

$$\overline{(\Delta u)^2} = \sum_r P_r (u_r - \bar{u})^2.$$

Стандартное отклонение. Стандартное отклонение переменной представляет собой квадратный корень из дисперсии:

$$\underset{\sim}{\Delta} u = \left[\overline{(\Delta u)^2}\right]^{1/2}.$$

Плотность вероятности. Определение плотности вероятности $\mathcal{P}(u)$ заключается в том, что после умножения этой величины на величину интервала du мы получаем $\mathcal{P}(u)du$ — вероятность того, что непрерывная переменная u находится в интервале значений между u и $u+du$.

Основные формулы

Имеем N статистически независимых опытов, вероятность появления данного исхода опыта равна p ($q=(1-p)$ — вероятность непоявления исхода).

Вероятность появления n исходов при N испытаниях (биномиальное распределение):

$$P(n) = \frac{N!}{n!\,(N-n)!}\, p^n q^{N-n}.$$

Среднее число осуществившихся исходов опыта

$$\bar{n} = Np.$$

Стандартное отклонение

$$\underset{\sim}{\Delta} n = \sqrt{Npq}.$$

Задачи

2.1. *Простая задача об игральной кости.* Какова вероятность выпадания шестерки или меньшего числа при трех бросаниях?

2.2. Рассмотрим случайные числа между 0 и 1. Какова вероятность того, что ровно пять из десяти мест после запятой заняты числами, меньшими 5?

2.3. *Бросание игральной кости.* Предположим, что все стороны кости выпадают с одинаковой вероятностью. Рассмотрим игру, которая заключается в бросании пяти таких костей. Найдите вероятность выпадания шестерки:

а) в одной кости,