$$\cos\beta_1 = -\sin(\omega+\varphi),\quad \cos\beta_2 = \cos(\omega+\varphi)\cos i,$$
$$\cos\beta_3 = \cos(\omega+\varphi)\sin i; \tag{1,6,5}$$
$$\cos\gamma_1 = 0;\quad \cos\gamma_2 = -\sin i;\quad \cos\gamma_3 = \cos i.$$

В некоторых случаях возмущающее ускорение удобнее задавать другим способом, чем это принято в уравнениях (1,6,1) и (1,6,3). В плоскости орбиты ускорение проектируют на радиальное направление и на направление скорости планеты. Возмущающее ускорение задают при этом проекциями R, T, W, преобразуя соответствующим образом уравнения для оскулирующих элементов.

Далее мы будем во всех случаях пользоваться уравнениями Лагранжа в форме (1,6,1) или (1,6,3), так как возмущающее ускорение T нетрудно заменить проекциями на радиус-вектор и на перпендикуляр к нему. Эти проекции определяются формулами

$$R = T\cos\alpha,\quad S = T\sin\alpha, \tag{1,6,6}$$

где через α обозначен угол между направлением радиуса-вектора и скоростью движения планеты. Его находят с помощью соотношений

$$\cos\alpha = \frac{e\sin\varphi}{\sqrt{1+e^2+2e\cos\varphi}},\quad \sin\alpha = \frac{1+e\cos\varphi}{\sqrt{1+e^2+2e\cos\varphi}}. \tag{1,6,7}$$

7. Принципиальные недостатки теории Ньютона. Как известно, небесная механика Ньютона широко разрабатывалась и долгое время служила образцом для других разделов классической физики. Она позволила с большой точностью объяснить особенности движений тел Солнечной системы и привела к открытию новой планеты, предсказанной Леверье и Адамсом путем анализа наблюдаемых неравенств в движении Урана. Однако, отмечая быстрое и успешное развитие небесной механики Ньютона, необходимо также указать на серьезные принципиальные недостатки в ее физических основах.

Одним из них является необъяснимость пропорциональности инертной и тяжелой масс. Эта пропорциональность свидетельствует о глубокой связи между двумя совершенно различными физическими свойствами материальных тел: пассивным стремлением сохранить состояние движения и способностью к активному гравитационному взаимодействию с другими телами. В механике Ньютона равенство $m' = m$ никак не объясняется; оно как бы случайно, а выраженная им связь между тяготением и инерцией не находит истолкования. Мы можем только сказать, что, при соблюдении равенства $m' = m$ в заданном поле тяготения, ускорение материальной точки не зависит от ее массы и является характеристикой поля, совпадая с вектором напряженности в данной точке. Эта закономерность представляет собой наиболее общую и характерную особенность гравитационного поля, отличающую его от силовых полей другой природы, и потому отсутствие ее объяснения приходится признать важным недостатком теории.

Второй закон динамики Ньютона, связывающий величину приложенной к телу силы с вызванным ею ускорением, выполняется в обычной форме лишь в инерциальной системе отсчета. При переходе к неинерциальным координатам эта форма нарушается, поскольку в уравнение движения приходится вводить так называемые силы инерции, обусловленные не взаимодействием данного тела с другими материальными телами, а законом движения избранной системы координат.

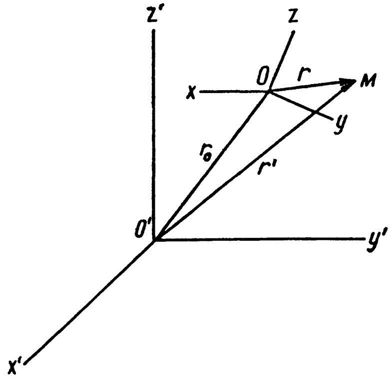

Рис. 5.

Пусть система координат x', y', z' является инерциальной. Положение движущейся точки M, заданное в этой системе радиусом-вектором $\mathbf{r}'$, в движущейся системе отсчета x, y, z определяется радиусом-вектором $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, где $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ — единичные векторы координатных направлений x, y, z соответственно.

Если в уравнение абсолютного движения $m\dfrac{d^2\mathbf{r}'}{dt^2} = \mathbf{F}$ внести очевидное соотношение $\mathbf{r}' = \mathbf{r}_0 + x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, то после необходимых преобразований получится

$$m\mathbf{w}_r = \mathbf{F} + (-m\mathbf{w}_e) + (-m\mathbf{w}_c), \tag{1,7,1}$$

где через $\mathbf{w}_r$, $\mathbf{w}_e$, $\mathbf{w}_c$ обозначены о т н о с и т е л ь н о е, п е р е н о с н о е и к о р и о л и с о в о ускорения, которые определяются формулами

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_r &= \frac{d^2x}{dt^2}\,\mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\,\mathbf{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\,\mathbf{k}; \\ \mathbf{w}_e &= \frac{d^2\mathbf{r}_0}{dt^2} + x\frac{d^2\mathbf{i}}{dt^2} + y\frac{d^2\mathbf{j}}{dt^2} + z\frac{d^2\mathbf{k}}{dt^2}; \\ \mathbf{w}_c &= 2\left(\frac{dx}{dt}\frac{d\mathbf{i}}{dt} + \frac{dy}{dt}\frac{d\mathbf{j}}{dt} + \frac{dz}{dt}\frac{d\mathbf{k}}{dt}\right). \end{aligned} \tag{1,7,2}$$

Уравнение (1,7,1) представляет собой закон движения материальной точки в движущейся системе координат. От обычной формы второго закона динамики он отличается тем, что в правой части, кроме действующей силы, находятся сила инерции переноса ($-m\mathbf{w}_e$) и сила инерции Кориолиса ($-m\mathbf{w}_c$). Силы инерции исчезают, если система x, y, z движется поступательно и без ускорений, т. е. если она также является инерциальной.

Понятие инерциальной системы отсчета имеет в механике фундаментальное значение, поскольку с ним связана формулировка основных законов движения. Между тем в теории Ньютона это понятие является физически бессодержательным, так как остается неизвестным, чем именно обусловлена привилегированность инерциальной системы координат. Существование инерциальных координат приходится постулировать, а вопрос об инерциальных свойствах конкретной системы отсчета можно решить лишь экспериментально.

Самым крупным недостатком небесной механики Ньютона является принцип дальнодействия (actio in distans), допускающий возможность непосредственного действия данного тела на сколь угодно большом расстоянии без посредства промежуточной среды.

Идея дальнодействия, почти безраздельно господствовавшая до середины XIX столетия, была изгнана из учения об электромагнитных явлениях после работ Фарадея, исследований Максвелла и опытов Герца, но в небесной механике она сохраняет свое значение до наших дней.

Определяя напряженность поля гравитации соотношением $\mathbf{f} = \operatorname{grad} \varphi$, мы вычисляем потенциал по формуле

$$\varphi = \gamma \iiint \frac{\rho d\tau}{r},$$

учитывая распределение масс в пространстве в данный момент времени. Изменение этого распределения вызывает мгновенное изменение потенциала и напряженности поля во всех точках пространства. Таким образом, гравитации приписывается бесконечно большая скорость распространения. Это значит, в частности, что небесная механика допускает принципиальную возможность мгновенной передачи сигналов, вступая тем самым в конфликт с современной физикой. В следующей главе будут рассмотрены некоторые попытки отказа от принципа дальнодействия и замены его гипотезой конечной скорости гравитации. Здесь же мы только заметим, что буквальное понимание закона тяготения Ньютона с современной точки зрения недопустимо, поскольку оно с неизбежностью приводит к признанию гравитационного дальнодействия и, таким образом, сообщает небесной механике мистический характер.

8. Попытки механического объяснения тяготения. Развитие теории тяготения сопровождалось многочисленными попытками механического объяснения гравитационных взаимодействий. Перечисляя здесь некоторые из этих попыток, мы не будем входить в их количественное обсуждение, поскольку в настоящее время они