

4. Отказ от принципа дальнего действия. Многочисленные попытки уточнить закон тяготения связаны с отказом от принципа гравитационного дальнего действия — наиболее слабого момента механики Ньютона. Первая из таких попыток была предпринята,

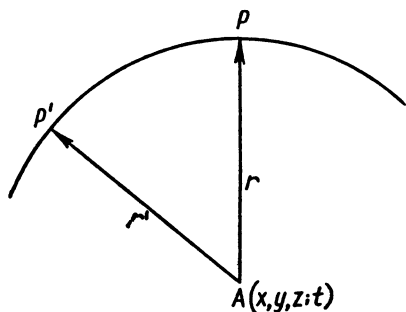


Рис. 8.

по-видимому, Лапласом [15], который пришел к заключению о том, что дополнение теории Ньютона постулатом конечной скорости передачи гравитации приводит к значительным трудностям в небесной механике. В дальнейшем обобщения закона Ньютона предлагались в различных вариантах, основанных на тех или иных предположениях о распространении гравитационных взаимодействий. Рассмотрим простейший из них.

Допустим, что в данной точке пространства напряженность поля тяготения отвечает обычной форме закона Ньютона, но в определенный момент времени она обусловлена некоторым предшествующим положением движущегося тела, создающего рассматриваемое поле.

Пусть точечная масса M движется по закону $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$. В данный момент t напряженность поля в точке $A(x, y, z)$ определяется формулой (рис. 8)

$$\mathbf{f} = \frac{\gamma M}{r'^3} \mathbf{r}'. \quad (2,4,1)$$

Здесь \mathbf{r}' — радиус-вектор, отнесенный к предшествующему моменту t' , удовлетворяющему условию $t - t' = \frac{r'}{V}$, где V — конечная скорость передачи гравитационного действия. Масса M движется со скоростью \mathbf{v} , предположительно весьма малой по сравнению с V . С точностью до членов 1-го порядка относительно $\frac{v}{V}$ можно написать

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \frac{\mathbf{v}}{V} r.$$

Следовательно,

$$\frac{1}{r'^3} = \frac{1}{r^3} \left\{ 1 + 3 \left(\frac{\mathbf{r}}{r}, \frac{\mathbf{v}}{V} \right) \right\}.$$

Внеся эти соотношения в (2,4,1), получим

$$\mathbf{f} = \frac{\gamma M}{r^3} \mathbf{r} + \frac{3\gamma M}{r^3} \left(\frac{\mathbf{r}}{r}, \frac{\mathbf{v}}{V} \right) \mathbf{r} - \frac{\gamma M}{r^2} \frac{\mathbf{v}}{V}. \quad (2,4,2)$$

Возможен и другой способ обобщения закона Ньютона, основанный на понятии потенциала. С учетом запаздывания потенциал поля в точке A в данный момент времени равен

$$\Phi = \frac{\gamma M}{r'},$$

где r' имеет прежнее значение.

Несложные вычисления показывают, что в этом случае напряженность поля определяется в том же приближении формулой

$$\mathbf{f} = \frac{\gamma M}{r^3} \mathbf{r} + \frac{2\gamma M}{r^3} \left(\frac{\mathbf{r}}{r} \cdot \frac{\mathbf{v}}{V} \right) \mathbf{r} - \frac{\gamma M}{r^2} \frac{\mathbf{v}}{V}, \quad (2,4,3)$$

отличающейся от (2,4,2) лишь коэффициентом среднего члена.

Рассмотрим один из этих законов подробнее. Пусть масса, создающая поле гравитации, движется в радиальном направлении, приближаясь к точке A или удаляясь от нее.

Внося в (2,4,3) соотношение $\mathbf{v} = \pm \frac{v}{r} \mathbf{r}$, отвечающее указанным случаям движения, получим

$$\mathbf{f} = \frac{\gamma M}{r^3} \left(1 \mp \frac{v}{V} \right) \mathbf{r}.$$

Приближающаяся масса притягивает слабее, а удаляющаяся — сильнее, чем это следует из закона Ньютона.

Если масса движется в тангенциальном направлении, то второй член в (2,4,3) исчезает и напряженность поля оказывается равной

$$\mathbf{f} = \frac{\gamma M}{r^2} \mathbf{r} - \frac{\gamma M}{r^2} \frac{\mathbf{v}}{V}.$$

Дополнительная компонента напряженности антипараллельна скорости.

Приложим закон (2,4,3) к задаче двух тел.

Обозначим радиусы-векторы точечных масс M и m через \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 соответственно. Пусть абсолютные скорости точек будут \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 . Относительная скорость второй массы $\mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$, а ее относительный радиус-вектор $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$. Согласно закону (2,4,3), уравнения движения имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \mathbf{r}_1}{dt^2} &= \frac{\gamma m}{r^3} \mathbf{r} + \frac{2\gamma m}{r^3} \left(\frac{\mathbf{r}}{r} \cdot \frac{\mathbf{v}_2}{V} \right) \mathbf{r} - \frac{\gamma m}{r^2} \frac{\mathbf{v}_2}{V}; \\ \frac{d^2 \mathbf{r}_2}{dt^2} &= -\frac{\gamma M}{r^3} \mathbf{r} + \frac{2\gamma M}{r^3} \left(\frac{\mathbf{r}}{r} \cdot \frac{\mathbf{v}_1}{V} \right) \mathbf{r} - \frac{\gamma M}{r^2} \frac{\mathbf{v}_1}{V}. \end{aligned}$$

Вычитая из второго равенства первое, найдем уравнение движения материальной точки m относительно массы M . Воспользовавшись соотношениями $\mathbf{v}_1 = -\frac{m}{M+m} \mathbf{v}$, $\mathbf{v}_2 = \frac{M}{M+m} \mathbf{v}$, которые

непосредственно вытекают из определения $\mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ и закона центра масс $M\mathbf{v}_1 + m\mathbf{v}_2 = 0$, представим это уравнение в виде

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + \frac{\gamma(M+m)}{r^3}\mathbf{r} = -\frac{4\gamma Mm}{(M+m)r^3}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}, \frac{\mathbf{v}}{V}\right)\mathbf{r} + \frac{2\gamma Mm}{(M+m)r^2}\frac{\mathbf{v}}{V}. \quad (2,4,4)$$

Кроме ньютонового притяжения, к материальной точке приложены две возмущающие силы, одна из которых действует вдоль радиуса-вектора, а другая направлена по касательной к орбите. Первая из них имеет следующие проекции на положительное направление радиуса-вектора, на перпендикуляр к нему и на нормаль к плоскости орбиты:

$$R = -\frac{4\gamma Mm}{(M+m)r^2}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}, \frac{\mathbf{v}}{V}\right); \quad S = W = 0.$$

Проекции второй силы на те же направления таковы:

$$R = \frac{e \sin \varphi}{(1 + e^2 + 2e \cos \varphi)^{\frac{1}{2}}} T; \quad S = \frac{1 + e \cos \varphi}{(1 + e^2 + 2e \cos \varphi)^{\frac{1}{2}}} T; \quad W = 0.$$

Здесь через T обозначена абсолютная величина этой силы. Результирующая обеих сил имеет проекции

$$R = -\frac{2\gamma Mm}{(M+m)r^2}\frac{v}{V}\frac{e \sin \varphi}{(1 + e^2 + 2e \cos \varphi)^{\frac{1}{2}}};$$

$$S = \frac{2\gamma Mm}{(M+m)r^2}\frac{v}{V}\frac{1 + e \cos \varphi}{(1 + e^2 + 2e \cos \varphi)^{\frac{1}{2}}}; \quad (2,4,5)$$

$$W = 0.$$

Допустим, что в ньютоновом приближении, которому отвечает $V = \infty$, орбита является эллиптической. Найдем вековые вариации, вызываемые в элементах орбиты возмущающим ускорением (2,4,5). С этой целью воспользуемся общими уравнениями (1,6,3), определяющими оскулирующие элементы в функции истинной аномалии. Основной интерес представляют элементы ω , a , e .

Внесем (2,4,5) в уравнения (1,6,3). Для орбитальной скорости можно при этом принять формулу

$$v^2 = \frac{\gamma(M+m)}{a(1-e^2)}(1 + e^2 + 2e \cos \varphi),$$

которая непосредственно следует из интеграла живых сил ньютоновой задачи двух тел.

Выполнив необходимые вычисления, получим

$$\frac{d\omega}{d\varphi} = \frac{4\gamma M m (1 + e \cos \varphi) \sin \varphi}{(M + m) [\gamma (M + m)]^{\frac{1}{2}} a^{\frac{1}{2}} (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} e V};$$

$$\frac{da}{d\varphi} = \frac{4\gamma M m a^{\frac{1}{2}}}{(M + m) [\gamma (M + m)]^{\frac{1}{2}} (1 - e^2)^{\frac{3}{2}} V} [1 - e^2 + 2e \cos \varphi (1 + e \cos \varphi)];$$

$$\frac{de}{d\varphi} = \frac{4\gamma M m (1 + e \cos \varphi) \cos \varphi}{(M + m) [\gamma (M + m)]^{\frac{1}{2}} a^{\frac{1}{2}} (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} V}.$$

Изменения элементов за время одного обращения находятся путем интегрирования по полярному углу, после чего легко убедиться в том, что эти изменения равны

$$\Delta\omega = 0;$$

$$\Delta a = \frac{8\pi\gamma M m a^{\frac{1}{2}}}{(M + m) [\gamma (M + m)]^{\frac{1}{2}} (1 - e^2)^{\frac{3}{2}} V};$$

$$\Delta e = \frac{4\pi\gamma M m e}{(M + m) [\gamma (M + m)]^{\frac{1}{2}} a^{\frac{1}{2}} (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} V}.$$
(2,4,6)

Для количественной оценки эффектов достаточно рассмотреть ограниченную задачу двух тел, т. е. случай $m \ll M$, когда формулы упрощаются.

$$\Delta\omega = 0;$$

$$\Delta a = \frac{8\pi\gamma m a^{\frac{1}{2}}}{(\gamma M)^{\frac{1}{2}} (1 - e^2)^{\frac{3}{2}} V};$$

$$\Delta e = \frac{4\pi\gamma m e}{(\gamma M)^{\frac{1}{2}} a^{\frac{1}{2}} (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} V}.$$
(2,4,7)

При взаимодействии по закону (2,4,3) размеры и форма орбиты в задаче двух тел испытывают вековые изменения, зависящие от скорости распространения гравитации. Наиболее существенным эффектом является изменение большой полуоси орбиты, указанное еще Лапласом.

Применяя формулы (2,4,7) к гелиоцентрическому обращению Земли и положив, что передача гравитации происходит со скоростью

света, находим $\Delta a = 1,1 \cdot 10^5$ см, $\Delta e = 6 \cdot 10^{-11}$. Вторая из этих величин пренебрежима, тогда как первая — недопустима велика.

Для Луны этот эффект оказывается еще более значительным: при $V = c$ формула (2,4,7) дает $\Delta a \approx 5$ км/год. Как известно, наблюдения показывают, что в действительности большая полуось орбиты в задаче двух тел не испытывает вековых изменений. В связи с этим Лаплас указал, что при отказе от принципа дальнего действия необходимо постулировать чрезвычайно большую скорость передачи гравитации, во много раз превосходящую скорость света. К аналогичным заключениям приходили и более поздние исследователи, напр. Оппольцер, Леман и др.

Следует заметить, что многие авторы, принимая принцип конечной скорости распространения гравитации, изменяли также форму закона тяготения. При этом вековое возрастание большой полуоси орбиты в задаче двух тел не является необходимым следствием отказа от гравитационного дальнего действия. В качестве примера рассмотрим закон

$$F = \frac{\gamma Mm}{r^2} \left[1 - \frac{1}{V^2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{2r}{V^2} \frac{d^2 r}{dt^2} \right], \quad (2,4,8)$$

предложенный в 1876 г. Цельнером [16].

В этом случае в задаче двух тел сила остается центральной, но, кроме ньютоновой компоненты, отвечающей обычному закону обратных квадратов, появляется возмущающее ускорение

$$R = \frac{\gamma (M + m)}{r^2 V^2} \left[\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 - 2r \frac{d^2 r}{dt^2} \right],$$

направленное по радиусу-вектору.

Если невозмущенное движение является эллиптическим, то с достаточной точностью можно написать

$$r^2 R = \frac{e \gamma (M + m)^2}{a (1 - e^2) V^2} (3e \sin^2 \varphi - 2 \cos \varphi - 2e). \quad (2,4,9)$$

Пользуясь методом оскулирующих орбит, нетрудно определить вековые эффекты, обусловленные законом Цельнера. Внося (2,4,9) в уравнения (1,6,3) для оскулирующих элементов и выполняя затем интегрирование по полярному углу, находим приращения элементов за время одного обращения

$$\Delta \omega = \frac{2\pi \gamma (M + m)}{a (1 - e^2) V^2}; \quad \Delta a = \Delta e = 0. \quad (2,4,10)$$

Мы видим, что в данном случае большая полуось и эксцентриситет орбиты не испытывают вековых изменений; орбита только медленно прецессирует в прямом направлении.

Формула (2,4,10) хорошо согласуется с наблюдаемыми невязками в движении перигелиев планетных орбит. Действительно,

при $V = 1,73 \cdot 10^{10} \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$ эта формула дает значения, близкие к (2,1,6). Однако такое объяснение нельзя признать удовлетворительным, поскольку закон Цельнера (2,4,8) является лишь формальной гипотезой, не получившей обоснования с физической точки зрения.

Другим примером может служить закон тяготения Гаусса

$$F = \frac{\gamma M m}{r^2} \left\{ 1 + \frac{1}{V^2} \left[2v^2 - 3 \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right] \right\}, \quad (2,4,11)$$

где — V относительная скорость взаимодействующих тел.

Радиальное возмущающее ускорение в задаче двух тел определяется в этом случае соотношением

$$r^2 R = - \frac{[\gamma (M + m)]^2}{a (1 - e^2) V^2} (3e^2 \cos^2 \varphi + 4e \cos \varphi + 2 - e^2),$$

а изменения элементов орбиты в течение одного обращения равны

$$\Delta a = \Delta e = 0, \quad \Delta \omega = \frac{4\pi\gamma (M + m)}{a (1 - e^2) V^2}. \quad (2,4,12)$$

И здесь единственным вековым эффектом в задаче двух тел является прямое движение линии апсид. Количественное совпадение этого эффекта с наблюдаемой невязкой (2,1,6) получается при $V = 2,7 \cdot 10^{10} \text{ см/сек}$.

В заключение рассмотрим обобщение закона тяготения, построенное по аналогии с понятием запаздывающего потенциала классической электродинамики. Как известно, в электродинамике потенциал электрического поля, обусловленного движущимися зарядами, определяется общей формулой

$$\varphi(x, y, z, t) = \iiint \frac{1}{r'} \rho(x', y', z', t - \frac{r'}{c}) dt',$$

где ρ — объемная плотность электрического заряда. При интегрировании величина ρ в точке x', y', z' должна быть взята для момента $t' = t - \frac{r'}{c}$, где r' — расстояние до заданной точки x, y, z . Применение этой общей формулы к полю одного движущегося заряда приводит к потенциалу Лиенара — Вихерта (см., например, [17])

$$\varphi = \frac{e}{r' + \frac{1}{c} (r', v')}.$$

Через r' и v' здесь обозначены относительный радиус-вектор и скорость заряда, взятые в момент времени t' .

По аналогии с потенциалом Лиенара — Вихерта примем, что запаздывающий гравитационный потенциал определяется формулой

$$\varphi = \frac{\gamma M}{r' + \frac{1}{c} (r', v')} . \quad (2,4,13)$$

С точностью до членов 1-го порядка относительно $\frac{v}{c}$ векторы \mathbf{r} и \mathbf{r}' связаны соотношением

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}' + \frac{r'}{c} \mathbf{v}' ,$$

из которого непосредственно следует

$$r = r' + \frac{1}{c} (r', v') .$$

Поэтому запаздывающий потенциал (2,4,13) с указанной точностью совпадает с обычным ньютоновым потенциалом, вследствие чего эффектов порядка $\frac{v}{c}$ (например, векового изменения большой полуоси) при таком обобщении закона тяготения не будет.

Как и в случае рассмотренных выше законов Цельнера и Гаусса, отличие от закона Ньютона определяется эффектами второго порядка. Выполнив необходимые вычисления, формулу (2,4,13) нетрудно привести к виду

$$\varphi = \frac{\gamma M}{r} + \frac{\gamma M}{2r} \left\{ \frac{v^2}{c^2} - \frac{(\mathbf{r}, \mathbf{v})^2}{c^2 r^2} + \frac{\mathbf{r}, \mathbf{w}}{c^2} \right\} , \quad (2,4,14)$$

где через \mathbf{w} обозначен вектор ускорения движущейся точечной массы.

5. Поглощение гравитации. Начиная с конца XIX ст. неоднократно обсуждался вопрос о возможном поглощении гравитации средой, расположенной между взаимодействующими телами. Закон тяготения при наличии поглощения принимался обыкновенно в форме $f = \frac{\gamma M}{r^2} e^{-h\rho x}$, где ρ — плотность среды, которая для простоты предполагается однородной, x — линейная протяженность среды между данной точкой и массой M , создающей рассматриваемое поле, h — постоянная поглощения.

Первые опыты, предпринятые с целью экспериментального обнаружения поглощения гравитации, были выполнены в 1897 г. Аустинном и Твингом [18]. Эти опыты, производившиеся с применением специальных экранов, не дали определенных результатов. Позднее такие опыты в различных вариантах выполняли другие исследователи, например Лаагер (1904), Клайнер (1905), Эризман (1908). В 1919—1930 гг. в Турине, а затем в Болонье производились