

Аналогичное различие существует между римановой метрикой и метрикой пространства-времени ОТО.

Если в пространстве Римана ввести систему ортогональных координат, то общая форма (4,4,1) примет вид

$$ds^2 = g_{\alpha\alpha} dx^{\alpha 2}$$

с положительными коэффициентами $g_{\alpha\alpha}$. В частном случае, когда $g_{\alpha\alpha}$ приводятся к постоянным, пространство является евклидовым.

Пространственно-временной континуум ОТО в ортогональных координатах характеризуется квадратической формой с тремя отрицательными и одним положительным коэффициентом (или наоборот), т. е. с сигнатурой -2 (или $+2$); геометрию этого континуума в общем случае можно назвать псевдоримановой.

Рассмотренные в этой главе теоремы и формулы геометрии Римана не зависят от сигнатуры квадратической формы; в частности, они выполняются и в псевдоримановой геометрии ОТО.

Необходимо только помнить, что определитель $g = |g_{ij}|$, имеющий в обычной римановой геометрии положительное значение, при сигнатуре $(-, -, -, +)$ становится отрицательным, вследствие чего отдельные формулы нуждаются в соответствующей перелалке. Например, в уравнении (4,9,3) определитель g необходимо заменить величиной $-g$.

ЛИТЕРАТУРА

1. B. Riemann. Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen, 1854, Gött. Abhandlungen, v. 13, 133. Русск. пер.: Б. Риман. Сочинения. ОГИЗ, М.—Л., 1948.
2. G. Ricci, T. Levi-Civita.— Annal. Mathem., 54, 1901.
3. L. P. Eisenhart. Riemannian Geometry. Princeton, 1927. Русск. пер.: Л. П. Эйзенхарт. Риманова геометрия. ИЛ, М., 1948.
4. E. Cartan. Leçons sur la geometrie des espaces de Riemann. Paris, 1928. Русск. пер.: Э. Картан. Геометрия римановых пространств. ОНТИ, М., 1936.
5. П. К. Рашевский. Риманова геометрия и тензорный анализ. «Наука», М., 1967.