Таким образом, вековые релятивистские эффекты в элементах орбиты, отнесенные к одному обращению спутника, находятся по следующим формулам:

$$\Delta a = \Delta e = \Delta i = 0;$$

$$\Delta\omega = \frac{6\pi\gamma M}{c^2 a(1-e^2)} - \frac{24\pi(\gamma M)^{\frac{1}{2}}\omega_0 R_0^2 \cos i}{5c^2 a^{\frac{3}{2}}(1-e^2)^{\frac{3}{2}}}; \qquad (6,4,5)$$

$$\Delta\Omega = \frac{8\pi(\gamma M)^{\frac{1}{2}}\omega_0 R_0^2}{5c^2 a^{\frac{3}{2}}(1-e^2)^{\frac{3}{2}}}; \qquad \Delta\tau = \frac{6\pi(a\gamma M)^{\frac{1}{2}}}{c^2(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}(5-2\sqrt{1-e^2}).$$

Все величины в (6,4,5) выражены в единицах системы CGS, $\Delta\omega$ и $\Delta\Omega$ — в радианах.

Иллюстрируем полученные формулы числовыми примерами. Положив $a = R_0 = 6{,}4 \cdot 10^{10}$ *см*, $e = 0$, $\omega_0 = 7{,}3 \cdot 10^{-5}$ *сек*$^{-1}$, найдем предельные значения релятивистских вариаций элементов орбиты спутника Земли. За столетие они составят

$$\Delta\omega = 1660'' - 74''\cos i; \quad \Delta\Omega = 25''; \quad \Delta\tau = 33 \text{ сек}.$$

Обычный релятивистский эффект в движении линии апсид достаточно велик (для искусственного спутника Земли, движущегося со значительным периодом обращения, он может составить около 1000″ в столетие), тогда как эффекты вращения, обнаружение которых представило бы особенно большой интерес для ОТО, оказываются малыми из-за относительно медленного вращения Земли. Эти эффекты значительно больше в поле тяготения Юпитера. Для V спутника этой планеты ($a = 1{,}81 \cdot 10^{10}$ *см*, $e = 0{,}003$, $i = 3°{,}1$) второй член в выражении $\Delta\omega$ составляет около 1200″ в столетие, что почти в 30 раз превосходит обычное релятивистское перемещение перигелия Меркурия за то же время. К сожалению, имеющиеся в настоящее время данные наблюдений недостаточны для проверки этого эффекта ОТО.

5. Задача двух тел в общей теории относительности. Рассмотренная в начале этой главы задача о движении частицы в поле гравитации одного центра представляет собой релятивистское обобщение ограниченной задачи двух тел механики Ньютона, в которой предполагается, что относительная масса одного из тел пренебрежимо мала. Полученное решение с достаточной точностью можно отнести к гелиоцентрическому обращению планет, к движению естественного или искусственного спутника относительно планеты и к другим системам, состоящим из двух тел с сильно различающимися массами. Для системы двух тел со сравнимыми массами, например для двойной звезды, необходимо изучить общую задачу двух тел, которая оказывается в ОТО весьма сложной и до сих пор не имеет полного решения.

В предыдущей главе мы видели, что система точечных масс с произвольным законом движения не удовлетворяет уравнениям поля ОТО. Уравнения поля допускают интегрирование с точностью до членов второго порядка включительно лишь в том случае, если движение масс отвечает закону Ньютона. Таким образом, закон движения Ньютона можно рассматривать как условие интегрируемости уравнений поля Эйнштейна во втором приближении. В свою очередь, закон движения во втором приближении (т. е. с релятивистскими поправками к закону Ньютона) является условием интегрируемости уравнений поля ОТО с точностью до членов третьего порядка. Как указывалось, такой метод вывода закона движения взаимодействующих точечных масс впервые был развит в известной работе Эйнштейна, Гофмана и Инфельда.

Ограниченная задача двух тел, названная нами задачей Кеплера, имеет в ОТО исчерпывающее решение, позволяющее изучить все типы возможных орбит. Что же касается общей задачи двух тел, то в указанной ее постановке имеется возможность выполнить только приближенный анализ различных особенностей движения в предположении, что расстояние между телами остается достаточно большим и поэтому релятивистские эффекты в их движении малы. Главным из этих эффектов, который может представить практический интерес, является движение линии апсид периодической орбиты. Отсылая читателей к монографии В. А. Фока [5], в которой подробно изучается задача о движении двух массивных тел, мы приведем здесь только конечную формулу, определяющую величину этого эффекта. В течение одного обращения линия апсид орбиты поворачивается в прямом направлении на угол

$$\Delta\omega = \frac{6\pi\gamma (M_1 + M_2)}{c^2 a (1 - e^2)}, \tag{6,5,1}$$

где M_1, M_2 — массы тел системы, a и e — большая полуось и эксцентриситет относительной орбиты.

В принципиальном отношении это обобщение формулы Эйнштейна представляет значительный интерес. Практически же формула (6,5,1) не может быть проверена наблюдениями, поскольку в движении двойных звезд обнаружить столь тонкий эффект в настоящее время невозможно.

6. Распространение света в центральном поле гравитации. Распространение света в гравитационном поле определяется принципом геодезической линии и условием $ds = 0$, которое переносится в ОТО из СТО на основе принципа эквивалентности. Особого внимания заслуживает задача о распространении светового луча в статическом