лиха во время солнечного затмения 9 мая 1929 г., привело к получению величины $2'',24 \pm 0'',10$, которая почти в полтора раза превосходит теоретическую. Чрезмерно большой угол отклонения получил также А. А. Михайлов, наблюдавший затмение 19 июня 1936 г. ($2'',74 \pm 0'',26$).

Как полагают, значительные ошибки в определении смещения звезд могут быть вызваны разностью атмосферной рефракции в момент затмения и в день, когда для сравнения производилось контрольное фотографирование того же участка неба. Во всяком случае, учитывая результаты других измерений (например, Ван-Бисбрука, который по наблюдению затмения 25 февраля 1952 г. в Хартуме получил $1'',70 \pm 0'',10$), в настоящее время нельзя высказать обоснованные сомнения в правильности формулы (6,6,8). Только новые наблюдения и их тщательная обработка могут привести к окончательному решению вопроса.

7. Принцип Допплера. В формулировке СТО принцип Допплера связывает частоты или длины волн излучения, измеренные движущимися друг относительно друга наблюдателями. Если один из наблюдателей неподвижен по отношению к источнику излучения, то этот принцип представляет собой соотношение между собственной длиной волны (т. е. длиной волны, измеренной в системе отсчета источника) и длиной волны, которая измерена наблюдателем, движущимся с заданной относительной скоростью.

В ОТО длина волны излучения зависит не только от скоростей источника и наблюдателя в моменты излучения и наблюдения светового импульса соответственно, но также от геометрии пространственно-временного континуума, т. е. от поля гравитации.

Пусть геометрия пространственно-временного континуума задана метрическим тензором g_{ij}. В точке x_1^σ континуума источник радиации, движущийся со скоростью $\left(\frac{dx^\sigma}{dx^4}\right)_1$, излучает световой импульс с периодом τ_1. В точке x_2^σ излученный импульс принимается наблюдателем, который движется со скоростью $\left(\frac{dx^\sigma}{dx^4}\right)_2$ и характеризует этот импульс периодом τ_2. Как и в дорелятивистской теории, отношение периодов можно заменить отношением соответствующих длин волн. Действительно, если бы излученный и наблюденный периоды совпали, то наблюдатель приписал бы световому импульсу длину волны $\lambda = \tau_1 V$, где V — скорость света в точке наблюдения. Измеренному периоду τ_2 соответствует длина волны $\lambda + \delta\lambda = \tau_2 V$. Следовательно,

$$\frac{(\lambda + \delta\lambda)}{\lambda} = \frac{\tau_2}{\tau_1}.$$

Периоды τ_1, τ_2, измеренные в системах отсчета источника излучения и наблюдателя, можно отождествить с соответствующими значениями пространственно-временного интервала:

$$\tau_1 = ds_1; \qquad \tau_2 = ds_2.$$

Согласно основной квадратической форме, имеем

$$ds_\sigma = \left(g_{ij}\frac{dx^i}{dx^4}\frac{dx^j}{dx^4}\right)_\sigma^{\frac{1}{2}} dx_\sigma^4,$$

где индекс σ для источника и наблюдателя имеет значение 1, 2 соответственно.

Следовательно,

$$\frac{\lambda+\delta\lambda}{\lambda} = \frac{dx_2^4}{dx_1^4}\,\frac{\left[g_{ij}\frac{dx^i}{dx^4}\frac{dx^j}{dx^4}\right]_2^{\frac{1}{2}}}{\left[g_{ij}\frac{dx^i}{dx^4}\frac{dx^j}{dx^4}\right]_1^{\frac{1}{2}}}. \qquad (6,7,1)$$

Эта формула является общим выражением принципа Допплера в ОТО [8]. Входящая в нее производная $\frac{dx_2^4}{dx_1^4}$ должна быть вычислена в зависимости от скоростей источника и наблюдателя, а также формы светового луча.

Приложим уравнение (6,7,1) к случаю, когда поле гравитации является статическим и пространственно-временные координаты образуют ортогональную систему. В этом случае метрический тензор не зависит от временнóй координаты x^4; отличаются от нуля лишь диагональные компоненты этого тензора. Основная квадратическая форма такова:

$$ds^2 = g_{\alpha\alpha}dx^{\alpha^2} + g_{44}dx^{4^2}, \qquad (6,7,2)$$

где α — индекс суммирования, принимающий значения 1, 2, 3.

Пространственный элемент определяется формулой $d\sigma^2 = -g_{\alpha\alpha}dx^\alpha$. Поэтому трехмерная скорость находится при помощи соотношения $v^2 = -g_{\alpha\alpha}\left(\frac{dx^\alpha}{dx^4}\right)^{\frac{1}{2}}$, которое позволяет переписать квадратическую форму следующим образом:

$$g_{ij}dx^i dx^j = (V^2 - v^2)\,dx^{4^2},$$

где V — скорость света, отвечающая условию $ds = 0$.

Входящая в уравнение (6,7,1) сумма $g_{ij}\frac{dx^i}{dx^4}\frac{dx^j}{dx^4}$ оказывается при этом равной $V^2 - v^2$, вследствие чего принцип Допплера

принимает вид

$$\frac{\lambda+\delta\lambda}{\lambda}=\frac{dx_2^4}{dx_1^4}\left(\frac{V_2^2-v_2^2}{V_1^2-v_1^2}\right)^{\frac{1}{2}}. \qquad (6,7,3)$$

Здесь v_1, v_2 — скорости источника излучения и наблюдателя, V_1, V_2 — скорость света в точках излучения и наблюдения соответственно.

Переходим к вычислению производной $\frac{dx_2^4}{dx_1^4}$.

Квадратическая форма (6,7,2) при $ds=0$ дает

$$x_2^4-x_1^4=\int\limits_1^2-\frac{g_{\alpha\alpha}}{g_{44}}\frac{\delta x^\alpha}{\delta x^4}dx^\alpha,$$

где пределы интегрирования, обозначенные индексами 1, 2, отвечают точкам излучения и наблюдения светового импульса. Во избежание недоразумений компоненты скорости света обозначены через $\frac{\delta x^\sigma}{\delta x^4}$.

Если источник излучения и наблюдатель неподвижны, то соединяющий их световой луч имеет неизменную форму, поскольку поле гравитации, по предположению, статично. В этом случае $\frac{dx_2^4}{dx_1^4}=1$. Если же источник и наблюдатель движутся, то

$$\frac{dx_2^4}{dx_1^4}-1=-\left(\frac{g_{\alpha\alpha}}{g_{44}}\frac{\delta x^\alpha}{\delta x^4}\frac{dx^\alpha}{dx^4}\right)_2\cdot\frac{dx_2^4}{dx_1^4}+\left(\frac{g_{\alpha\alpha}}{g_{44}}\frac{\delta x^\alpha}{\delta x^4}\frac{dx^\alpha}{dx^4}\right)_1.$$

Следовательно,

$$\frac{dx_2^4}{dx_1^4}=\frac{1-\left[-\frac{g_{\alpha\alpha}}{g_{44}}\frac{\delta x^\alpha}{\delta x^4}\frac{dx^\alpha}{dx^4}\right]_1}{1-\left[-\frac{g_{\alpha\alpha}}{g_{44}}\frac{\delta x^\alpha}{\delta x^4}\frac{dx^\alpha}{dx^4}\right]_2}.$$

Пусть $d\sigma$, $\delta\sigma$ — пространственные элементы с контравариантными компонентами dx^α, δx^α соответственно. В нашем случае их находят по формулам

$$d\sigma^2=-g_{\alpha\alpha}dx^{\alpha^2};\quad \delta\sigma^2=-g_{\alpha\alpha}\delta x^{\alpha^2},$$

а угол между ними определяется соотношением

$$\cos(d\sigma,\delta\sigma)=-\frac{g_{\alpha\alpha}dx^\alpha\delta x^\alpha}{d\sigma\delta\sigma}.$$

Отождествим $d\sigma$, $\delta\sigma$ с элементом светового луча и перемещением механической частицы, положив $d\sigma = vdx^4$; $\delta\sigma = Vdx^4$. Получим

$$\cos(v, V) = -\frac{g_{\alpha\alpha}}{vV}\frac{\delta x^\alpha}{\delta x^4}\frac{dx^\alpha}{dx^4}.$$

Принимая во внимание соотношение $V^2 = g_{44}$, находим

$$-\frac{g_{\alpha\alpha}}{g_{44}}\frac{\delta x^\alpha}{\delta x^4}\frac{dx^\alpha}{dx^4} = \frac{v}{V}\cos(v, V).$$

Таким образом, искомая производная равна

$$\frac{dx_2^4}{dx_1^4} = \frac{1 - \frac{v_1}{V_1}\cos(v_1, V_1)}{1 - \frac{v_2}{V_2}\cos(v_2, V_2)}.$$

Общее выражение принципа Допплера принимает в статическом поле следующий вид:

$$\frac{\lambda + \delta\lambda}{\lambda} = \frac{1 - \frac{v_1}{V_1}\cos(v_1, V_1)}{1 - \frac{v_2}{V_2}\cos(v_2, V_2)}\sqrt{\frac{V_2^2 - v_2^2}{V_1^2 - v_1^2}}. \qquad (6,7,4)$$

Первый множитель правой части является обобщением дорелятивистского принципа Допплера. Этот множитель показывает, что в допплеровском смещении спектральных линий основную роль играют проекции полных скоростей источника и наблюдателя на направление соединяющего их светового луча в соответствующих точках. При этом должно учитываться влияние поля гравитации как на форму луча, так и на скорость его распространения. Второй множитель в (6,7,4) определяет эффекты полных скоростей, найденные, как известно, еще в СТО.

Если источник излучения и наблюдатель неподвижны, то формула (6,7,4) принимает вид

$$\frac{\lambda + \delta\lambda}{\lambda} = \left(\frac{g_{44,2}}{g_{44,1}}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (6,7,5)$$

и определяет чисто гравитационное смещение спектральных линий, зависящее лишь от различия временных масштабов в точках излучения и наблюдения. В первом приближении, когда принимаются во внимание только линейные члены относительно ньютонового потенциала, гравитационное смещение линий находится по формуле

$$\frac{\lambda + \delta\lambda}{\lambda} = 1 + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{c^2}, \qquad (6,7,6)$$

где φ_1, φ_2 — потенциалы в точках излучения и наблюдения.

Если источник излучения расположен в поле тяготения ($\varphi_1 = \varphi$), а наблюдатель — вне поля ($\varphi_2 = 0$), то происходит «красное» смещение: $\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{\varphi}{c^2}$. Если же источник находится вне поля ($\varphi_1 = 0$), а наблюдатель — в поле ($\varphi_2 = \varphi$), то смещение будет «фиолетовым»: $\frac{\delta\lambda}{\lambda} = -\frac{\varphi}{c^2}$.

В астрономических наблюдениях гравитационное смещение может быть измерено в спектрах небесных тел, на поверхности которых потенциал поля тяготения имеет достаточно большую величину. Предположим, что наблюдаемое излучение возникает на поверхности звезды с массой M и радиусом R. Пренебрегая силой тяжести на Земле, можно написать

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{\gamma M}{c^2 R} = 7{,}42 \cdot 10^{-29} \frac{M}{R}. \qquad (6,7,7)$$

Для большинства звезд величина «красного» смещения весьма мала. Так, для Солнца относительное смещение составляет $2{,}1 \cdot 10^{-6}$ что при $\lambda = 4000$ Å дает всего $\delta\lambda = 0{,}008$ Å. Столь малый эффект делает его количественную проверку очень трудной и требует весьма точного учета условий в солнечной атмосфере. Впервые попытка такой проверки произведена в 1924— 1926 гг. Ст. Джоном и несколько позднее Эвершедом.

Значительно большее гравитационное смещение должно наблюдаться в спектрах белых карликов. Первое определение выполнил в 1925 г. Адамс, измеривший красное смещение линий в спектре спутника Сириуса. Если для этой звезды принять $M = 2 \cdot 10^{33}$ *г*, $R = 1{,}7 \cdot 10^9$ *см*, то получится $\frac{\delta\lambda}{\lambda} = 8{,}5 \cdot 10^{-5}$. Абсолютное смещение при $\lambda = 4000$ Å составляет приблизительно 0,34 Å. Допплеровское смещение такой величины соответствует скорости около 25 *км/сек*, что хорошо согласуется с результатом Адамса, который получил 23 *км/сек*.

Новые возможности для измерения гравитационного смещения спектральных линий возникли после открытия эффекта Мессбауэра, который позволяет проверить это смещение в лабораторных условиях.

Рассмотрение физической сущности и свойств явления Мессбауэра не входит в нашу задачу. Мы приведем здесь только результаты использования этого эффекта для измерения гравитационного смещения, обусловленного разностью потенциалов поля тяготения Земли в точках, расположенных на различных высотах.

В формуле (6,7,6) положим

$$\varphi_1 = \frac{\gamma M}{R}; \quad \varphi_2 = \frac{\gamma M}{R + H},$$

где M и R — масса и радиус Земли, H — высота над земной поверхностью. Считая $H \ll R$ и принимая во внимание, что ускорение свободного падения в поле тяжести определяется формулой $g = \frac{\gamma M}{R^2}$, легко получим

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{gH}{c^2}. \qquad (6,7,7)$$

В опытах Крэншоу, Шиффера и Уайтхеда при высоте 12,5 *м* относительное смещение, вычисленное по формуле (6,7,7), составило $1,36 \cdot 10^{-15}$. Измеренное смещение оказалось равным приблизительно $1,30 \cdot 10^{-15}$, что отлично согласуется с указанным теоретическим значением.

8. Общая теория относительности и система Коперника. После разработки Ньютоном основ небесной механики динамический смысл учения Коперника представлялся совершенно ясным, и истинность этого учения не вызывала сомнений. С точки зрения механики Ньютона, гелиоцентризм Солнечной системы состоит в том, что центр массы ее, практически совпадающий с центром Солнца, движется прямолинейно и равномерно. Согласно принципу относительности Галилея, прямолинейное и равномерное перемещение Солнечной системы в целом не влияет на наблюдаемые внутренние движения, тогда как ускоренное движение возбуждало бы силы инерции, которые могут нарушить законы динамики в обычной форме и изменить движение планет и других членов Солнечной системы. Иными словами, при относительности скоростей ускорения имеют в механике Ньютона абсолютный характер.

Таким образом, с ньютоновой точки зрения, основное положение учения Коперника состоит в утверждении, что центр массы Солнечной системы (практически центр Солнца) обладает нулевым ускорением, хотя его постоянная скорость может быть сколь угодно большой. С появлением ОТО эта простая концепция оказалась неудовлетворительной. Многие авторы, основываясь на условии общей ковариантности, высказывали тезис о равноправности систем Коперника и Птолемея. Различие между этими системами объявлялось условным, не имеющим объективного значения и зависящим лишь от субъективных склонностей исследователя.

Следует отметить, что сторонники указанного тезиса отождествляют различие между учениями Коперника и Птолемея с различием между гелио- и геоцентрическими координатами. Такое отождествление и приводит к выводу об эквивалентности этих учений с точки зрения ОТО. Поскольку уравнения ОТО отвечают условию ковариантности, исследователь может пользоваться гелио- и геоцентрическими координатами, выбирая их по своему усмотрению.