

медленно, поскольку их светимости долгое время почти точно компенсируются выделением энергии при термоядерных реакциях. Для иллюстрации мы приведем изменение светимости, радиуса и эффективной температуры Солнца согласно расчетам М. Шварцшильда, выполненным в предположении, что со времени вступления Солнца на главную последовательность прошло  $5 \cdot 10^9$  лет.

$$\frac{L_{\text{совр}}}{L_{\text{нач}}} = 1,6; \quad \frac{r_{1 \text{ совр}}}{r_{1 \text{ нач}}} = 1,04; \quad \frac{T_{\text{э совр}}}{T_{\text{э нач}}} = 1,1.$$

**6. Белые карлики.** Белые карлики составляют особый класс небесных тел, которые по своим свойствам сильно отличаются от звезд главной последовательности. При массах, близких к солнечной, эти звезды имеют радиусы, измеряемые сотыми долями радиуса Солнца, вследствие чего средние плотности их вещества достигают  $10^5 - 10^6 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ . Светимости белых карликов обыкновенно составляют  $10^{-2}$ ,  $10^{-4}$  светимости Солнца, а эффективные температуры обычно соответствуют спектральному классу А. На диаграмме Герцшпрунга — Рассела звезды этого класса расположены приблизительно параллельно главной последовательности, но на 8—9 звездных величин ниже последней. Первый из белых карликов — спутник Сириуса — был открыт Альваном Кларком в 1862 г. Это звезда с массой  $0,98 M_{\odot}$  и светимостью около  $0,002 L_{\odot}$ , принадлежащая спектральному классу А5. Радиус Сириуса В составляет 15—20 тыс. км.

Особенности внутреннего строения белых карликов обусловлены тем, что в присущих этим звездам условиях плотности и температуры вещество не следует обычным законам идеальных газов. Как известно, система частиц, находящаяся в термодинамическом равновесии, удовлетворяет классической статистике Больцмана в том случае, если параметр

$$\lambda = \frac{2(2\pi mkT)^{\frac{3}{2}}}{h^3 n} \quad (7,6,1)$$

значительно превосходит единицу. Если же при данных температуре  $T$  и концентрации частиц  $n$  этот параметр меньше единицы, в системе проявляются квантово-механические эффекты — наступает, как принято говорить, вырождение газа, свойства которого описываются квантовой статистикой.

Будем для простоты считать, что звездное вещество состоит из полностью ионизированных атомов химического элемента с атомным весом  $A$  и зарядом ядра  $Z$ . При заданной плотности  $\rho$  в этом случае электронная концентрация  $n_e = \frac{\rho Z}{m_p A}$ , что при  $\rho \approx 10^6 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$  дает  $n_e \approx 10^{30} Z A^{-1}$ . Для концентрации ядер находим  $n_a \approx 10^{30} A^{-1}$ .

Применяя формулу (7,6,1) к электронному газу ( $m = m_e$ ) и к газу, состоящему из тяжелых частиц звездного вещества ( $m = m_p A$ ), можно убедиться в том, что при температурах  $10^6, 10^{70}$  К и при  $A \geq 4$  в первом случае  $\lambda \ll 1$ , а во втором  $\lambda > 1$ . Это показывает, что в веществе белых карликов ядра атомов образуют обычный идеальный газ, удовлетворяющий классической статистике Больцмана, тогда как электронный газ находится в состоянии сильного вырождения, отвечающего квантовой статистике Ферми — Дирака.

При всех значениях  $T$ , обеспечивающих выполнение условия  $\lambda \ll 1$ , уравнение состояния вырожденного газа не зависит от температуры и будет таким же, как при  $T = 0$ . Вещество принято в этом случае называть холодным.

Статистика Ферми — Дирака приводит в общем случае к следующему уравнению состояния, связывающему электронное давление с плотностью звездного вещества:

$$p_e = Af(x); \quad \rho = Bx^3, \quad (7,6,2)$$

где

$$f(x) = x(2x^2 - 3)(1 + x^2)^{-\frac{1}{2}} + 3 \operatorname{arcsch} x, \quad (7,6,3)$$

а через  $A$  и  $B$  обозначены постоянные

$$A = \frac{\pi m^4 c^5}{3h^3}; \quad B = \frac{8\pi c^3 m^3 m_p \mu_e}{3h^3}. \quad (7,6,4)$$

Входящий сюда параметр  $\mu_e$  представляет собой среднюю относительную массу звездного вещества, приходящуюся на один электрон. По определению,  $\mu_e = \frac{\rho}{m_p} : n_e$ . При полной ионизации электронная концентрация определяется очевидной формулой  $n_e = \frac{\rho}{m_p} \sum x_i Z_i : A_i$ , где  $x_i$  — относительное содержание элемента с атомным весом  $A_i$  и зарядом ядра  $Z_i$ . Выделив член, соответствующий водороду, и принимая во внимание, что для других элементов отношение  $\frac{Z_i}{A_i}$  в среднем составляет около  $\frac{1}{2}$ , получим  $n_e = \frac{\rho}{2m_p} (1 + x_H)$ .

Следовательно,

$$\mu_e = \frac{2}{1 + x_H}. \quad (7,6,5)$$

Параметр  $x$  в (7,6,2), связывающий электронное давление с плотностью вещества, равен отношению  $\frac{p_{\max}}{mc}$ , где  $p_{\max}$  — наибольшее значение импульса электрона в данной системе. При  $x \ll 1$  вырождение газа называется нерелятивистским, а в слу-

чае  $x \gg 1$ , когда в газе имеются очень быстрые частицы, обнаруживающие сильные эффекты специальной теории относительности, вырождение является релятивистским. При достаточно больших значениях  $x$  первое уравнение (7,6,2) принимает вид  $p_e = 2Ax^4$ . Сравнивая его с формулой для плотности и принимая во внимание значения постоянных (7,6,4), найдем

$$p_e = C\rho^{\frac{4}{3}}; \quad C = \frac{ch}{8} \left( \frac{3}{\pi m_e^4 \mu_e^4} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (7,6,6)$$

Уравнение состояния при сильном релятивистском вырождении формально совпадает с законом политропы при  $n = 3$ .

Стационарная звезда представляет собой конфигурацию, равновесие которой определяется взаимодействием между гравитацией и давлением. Полное давление внутри звезды находится по формуле  $p = p_e + p_a + p_r$ , где  $p_e$  и  $p_a$  — парциальные давления электронов и тяжелых частиц,  $p_r$  — давление излучения. Для сравнения отдельных слагаемых можно воспользоваться формулой (7,6,6) и очевидными соотношениями  $p_a = n_a kT$ ,  $p_r = \frac{1}{3} aT^4$ . Простое вычисление дает  $\frac{p_e}{p_a} \gg 1$  и  $\frac{p_e}{p_r} \gg 1$ . Поэтому с достаточной точностью следует положить  $p = p_e$ .

Вывод о сильном вырождении электронного газа в белых карликах основан на оценках средних плотностей звезд этого класса. Поскольку у внешней границы звезды плотность вещества должна быть малой, следует считать, что наружные слои белых карликов состоят из обычного идеального газа и что вырождение начинается лишь с некоторой глубины. Количественные расчеты показывают, что вследствие большой напряженности силы тяжести плотность вещества белых карликов быстро возрастает с глубиной, и потому переход к вырожденному состоянию происходит на сравнительно небольшом расстоянии от внешней границы звезды. Поэтому наружная невырожденная оболочка, обладающая лишь небольшой долей общей массы звезды, практически не влияет на строение массивного вырожденного ядра.

**7. Строение белых карликов.** Теория внутреннего строения белых карликов, отвечающая перечисленным особенностям, разработана в 1935 г. Чандрасекаром [6]. Математический аппарат ее составляют уравнение механического равновесия и параметрические уравнения состояния электронного газа Ферми (7,6,2).

Непосредственное вычисление дает

$$\frac{dp}{dr} = Af'(x) \frac{dx}{dr} = \frac{8Ax^4}{(1+x^2)^2} \frac{dx}{dr},$$