

Согласно современным оценкам постоянной Хаббла и средней плотности вещества в Метагалактике, можно принять

$$H = 75 \text{ км сек}^{-1}/\text{мпс} \simeq 2 \cdot 10^{-18} \text{ смсек}^{-1}/\text{см}; \quad \rho \simeq 10^{-31} \text{ гсм}^{-3}.$$

В системе CGS написанные выше формулы имеют следующий вид:

$$\left(\frac{H}{c}\right)^2 = \frac{8\pi\gamma}{3c^2}\rho + \frac{1}{3}\Lambda - R^{-2}; \quad \frac{4\pi\gamma}{c^2}\rho = \Lambda^{-\frac{1}{2}}R^{-3}; \quad R_0 = \Lambda^{-\frac{1}{2}}.$$

Выполнив с их помощью необходимые вычисления, найдем

$$\Lambda \simeq 2 \cdot 10^{-56} \text{ см}^{-2}; \quad R \simeq 4 \cdot 10^{28} \text{ см}; \quad R_0 \simeq 0,8 \cdot 10^{28} \text{ см}.$$

Согласно (8,6,3), время, за которое радиус модели удвоился и достиг современного, составляет около 10^{10} лет.

Отметим, что в первой работе Леметр, пользуясь принятыми в то время данными наблюдений, получил для начального радиуса модели $8,5 \cdot 10^{26}$ см.

7. Нестатическая модель Эйнштейна. Концепцию однородной статической вселенной, наполненной веществом с отличной от нуля плотностью, можно совместить с ОТО, дополнив уравнения поля космологическим членом. В работе, опубликованной в 1931 г., Эйнштейн указал, что необходимость такого расширения уравнений поля существенно связана с гипотезой статичности. При отказе от условия статичности имеется возможность согласовать концепцию однородной вселенной с ОТО, «не вводя Λ -член, явно неудовлетворительный с теоретической точки зрения» [9].

В качестве исходной формы линейного элемента примем (8,5,1), где R представляет собой функцию временной координаты. Уравнения поля принимают в этом случае вид (8,5,3). Естественно спросить, можно ли построить непротиворечивую и согласную с наблюдениями космологию, опустив космологический член, введение которого было необходимо для устранения гравитационного парадокса в статической вселенной. Положив $\Lambda = 0$, перепишем уравнения (8,5,3) в виде

$$\dot{R}^2 + 2R\ddot{R} + 1 = 0; \quad 3\dot{R}^2 + 3 - 8\pi\rho R^2 = 0. \quad (8,7,1)$$

Эта система позволяет определить функцию R , от которой зависит метрика пространства, и найти закон изменения плотности в процессе развития космологической модели во времени.

Первое уравнение (8,7,1) допускает непосредственное интегрирование и дает

$$\dot{R}^2 = \frac{R_0 - R}{R}, \quad (8,7,2)$$

где R_0 — постоянная интегрирования.

В расширяющейся модели величина R в области малых значений этой функции возрастает со временем весьма быстро. В дальнейшем скорость возрастания уменьшается и в точке R_0 исчезает. Однако величина R_0 не может служить стационарным решением уравнения (8,7,1), поскольку при этом $\ddot{R} = -\frac{1}{2} R_0^{-1} < 0$, вследствие чего расширение сменяется медленным, но постоянно ускоряющимся сжатием.

Учитывая наблюдаемое красное смещение в спектрах внегалактических туманностей, следует принять, что современному состоянию Вселенной соответствует стадия расширения. Поскольку величина смещения, как и в теории Леметра, должна удовлетворять соотношению (8,6,6), можно написать $H = \frac{\dot{R}}{R}$, где H — коэффициент пропорциональности в формуле Хаббла.

Постоянная Хаббла и средняя плотность вещества в Метагалактике являются основными данными наблюдений, с помощью которых можно вывести характеристики данной космологической модели.

Представив (8,7,1) в виде

$$\frac{3}{R^3} = 8\pi\rho - 3H^2,$$

нетрудно вычислить современное значение функции R , затем определить ее производную $\dot{R} = RH$ и параметр R_0 , согласно (8,7,2). Время расширения модели до современного состояния можно найти по формуле

$$\tau = \int_0^R (R_0 R^{-1} - 1)^{-\frac{1}{2}} dR,$$

которая непосредственно следует из уравнения (8,7,2).

Как уже сказано, наиболее важным выводом работы Эйнштейна является возможность согласовать гипотезу об однородности Вселенной с ОТО, не вводя космологический член в уравнения поля. Однако в данной форме нестатическая модель противоречит астрономическим наблюдениям. Действительно, написанное выше уравнение, имеющее в системе CGS вид $3c^2 R^{-2} = 8\pi\rho r - 3H^2$, показывает, что функция R вещественна лишь при условии $8\pi\rho r > 3H^2$. Внося сюда постоянную Хаббла, получим $\rho > 10^{27} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, тогда как, по современным данным, средняя плотность вещества в Метагалактике — около $10^{-31} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ *.

* В указанной работе Эйнштейн, принимая $R_0 - R \simeq R$, находит, что плотность вещества во Вселенной составляет $10^{-26} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, что в настоящее время совершенно неприемлемо.