

Формула теории Биркгофа в этом случае такова:

$$\Delta\omega = \frac{2\pi (3m_1^2 + 7m_1m_2 + 3m_2^2)}{(m_1 + m_2)\rho},$$

тогда как ОТО приводит к величине

$$\Delta\omega = \frac{6\pi (m_1 + m_2)}{\rho}.$$

В случае одинаковых масс эти величины относятся как 13 : 12.

К сожалению, в настоящее время невозможно установить, какое из этих определений лучше отвечает действительности, поскольку наблюдения не позволяют обнаружить столь тонких эффектов в движении двойных звезд.

13. Оптические эффекты в теории Биркгофа. Распространение света в поле тяготения определяется в рассматриваемой теории законом движения (9,12,2) и условием $ds = 0$, отвечающим требованию СТО. Имея в виду случай центральносимметричного поля, воспользуемся уравнениями движения в форме (9,12,4), поскольку световой луч в таком поле является плоской кривой. Преобразуем эти уравнения, рассматривая пространственные координаты как функции временной переменной t .

С помощью соотношений

$$\dot{x} = Ce^{\frac{m}{r}} \frac{dx}{dt}; \quad \ddot{x} = C^2 e^{\frac{2m}{r}} \left(\frac{d^2x}{dt^2} - \frac{m}{r^2} \frac{dr}{dt} \frac{dx}{dt} \right),$$

которые непосредственно вытекают из (9,12,3), приведем первое из уравнений движения к следующему виду:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{mx}{r^3} C^{-2} e^{-\frac{2m}{r}} - \frac{2mx}{r^3} \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right] + \frac{2m}{r^2} \frac{dr}{dt} \frac{dx}{dt}.$$

Для перехода к пределу при $ds \rightarrow 0$ достаточно положить $C \rightarrow \infty$ и $\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \rightarrow 1$. Следовательно, распространение света в центральном поле определяется уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -\frac{2mx}{r^3} + \frac{2m}{r^3} \frac{dr}{dt} \frac{dx}{dt}; \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\frac{2my}{r^3} + \frac{2m}{r^3} \frac{dr}{dt} \frac{dy}{dt}. \end{aligned} \tag{9,13,1}$$

Первыми интегралами этой системы служат равенства

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 = 1; \quad xy - y\dot{x} = Ae^{-\frac{2m}{r}},$$

позволяющие составить дифференциальное уравнение луча. В полярных координатах это уравнение имеет вид

$$\left(\frac{du}{d\varphi}\right)^2 + u^2 = A^{-2}e^{4mu}, \quad (9,13,2)$$

представляя в первом приближении коническое сечение.

Обозначив через p и e фокальный параметр и эксцентриситет конического сечения, легко найдем

$$A^2 = 2mp; \quad e^2 = \frac{p}{2m}, \quad (9,13,3)$$

убедившись в том, что луч имеет форму гиперболы с весьма большой эксцентрисичностью. Расстояние от центра поля до ближайшей точки луча составляет $\frac{p}{e} = A$.

Искривление луча определяется углом между асимптотами гиперболы, равным $\frac{2}{e}$. С помощью (9,13,3) находим $\Theta = \frac{4m}{A}$, что совпадает с известной формулой ОТО.

Остается составить формулу, определяющую гравитационное смещение спектральных линий.

Пусть источник излучения находится в точке с потенциалом φ , а наблюдатель расположен вне поля. Согласно общему уравнению (9,12,3), частоты излучения в соответствующих точках поля удовлетворяют соотношениям: $\frac{1}{\nu} \sim Ce^{\varphi}$; $\frac{1}{\nu_0} \sim C$. Следовательно, $\frac{\nu}{\nu_0} = e^{-\varphi}$. Переходя к единицам CGS, в первом приближении получим

$$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{\varphi}{c^2}\right), \quad (9,13,4)$$

что также совпадает с соответствующим эффектом ОТО.

Итак, все три доступные непосредственному наблюдению релятивистских эффекта, составляющие до сих пор единственное средство прямой проверки ОТО, получают простое объяснение и в линейной теории гравитации Биркгофа. В этом отношении обе теории равноценны, хотя по физическому содержанию они глубоко различны.

14. Заключение. Современное состояние проблемы гравитации отличается большим своеобразием. Как и другие разделы теоретической физики, теория гравитационного поля в принципиальном отношении подвергалась в последние десятилетия коренной перестройке. Вместе с тем для подавляющего большинства ее приложений полностью сохранил значение классический закон тяготения Ньютона, открытый около трех столетий тому назад. Наряду с общими законами динамики он составляет основу небесной механики, которая позволяет с большой точностью объяснить и предвычислить