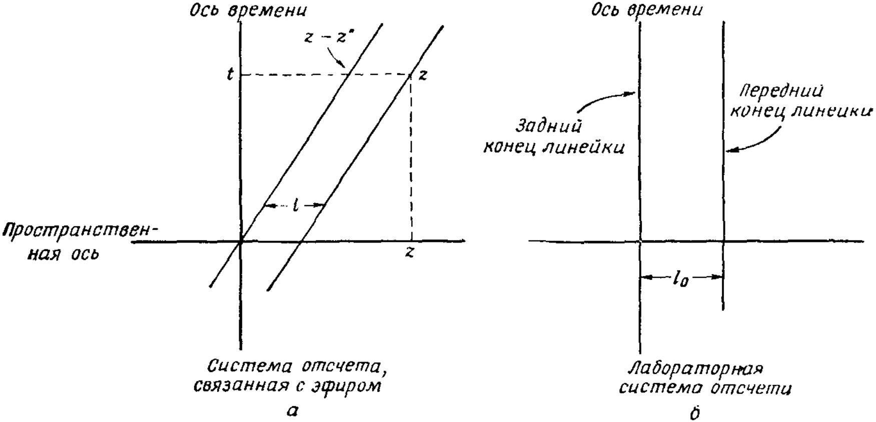
9

Преобразования Лоренца

В гл. 6—8 мы видели, что в соответствии с теорией Лоренца различные естественные методы определения скорости света относительно эфира (опыт Майкельсона — Морли, опыт Физо с зубчатым колесом и метод непосредственного измерения времени распространения светового сигнала между двумя точками) приводят к результатам, не зависящим от скорости движения измерительной аппаратуры. Возникает вопрос: *существует ли вообще такой эксперимент,* результаты которого зависели бы от скорости движения лаборатории относительно эфира, что позволило бы измерить эту скорость? В настоящей главе будет показано, что, согласно теории Лоренца, такого эксперимента осуществить нельзя.

Мы начнем здесь с того, что отыщем связь (фиг. 7) между координатами x', y', z' некоторого события и соответствующим ему временем t' (координаты и время измеряются приборами, движущимися вместе с лабораторией в эфире), с одной стороны, и «истинными» координатами x, y, z и «истинным» временем t этого же события (координаты и время измеряются такими же приборами, покоящимися относительно эфира), с другой стороны.

Для удобства рассмотрим такие две системы координат, в которых данное событие имеет соответственно координаты $x'=y'=z'=t'=0$ и $x=y=z=t=0$. Пусть скорость лаборатории равна v и направлена по оси z. Если взять в лабораторной системе отсчета закрепленную линейку, один конец которой находится в точке $z'=0$, а другой — в точке $z'=l_0$, то, использовав выражение (8.9),



Ось времени
z − z'
t
z
l
Пространствен-
ная ось
z
Система отсчета,
связанная с эфиром
а
Ось времени
Передний
конец линейки
Задний
конец линейки
l_0
Лабораторная
система отсчета
б

Фиг. 7.

сразу получим искомую формулу для времени t в точке $z'=l_0$:

$$t=\frac{t'+(vz'/c^2)}{\sqrt{1-(v/c)^2}}. \tag{9.1}$$

Так как x и y не меняются при движении в направлении оси z, то следует записать

$$x=x', \qquad y=y'. \tag{9.2}$$

Вопрос теперь лишь в том, чтобы найти соответствующее выражение для z через z' и t'. Проще, однако, подойти к этой задаче, выражая z' через z и t. Для этого мы вспомним сначала, что в системе отсчета, связанной с эфиром, наша линейка движется вдоль оси z со скоростью v. Для простоты положим, что в момент $t=0$ один конец линейки находится в точке $z=0$. Согласно нашему выбору начал обеих систем координат, это соответствует в лабораторной системе $z'=0$ и $t'=0$. Если к тому же передний конец линейки попадает в момент t в точку z (это соответствует t' и z' в лабораторной системе), то истинная длина линейки будет равна $z''=$ $=z-vt$ (мы учли тот факт, что линейка движется). Имея в виду лоренцево сокращение, получаем

$$z''=z'\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2},$$

или

$$z'=\frac{z-vt}{\sqrt{1-(v/c)^2}}. \tag{9.3}$$

Подставляя сюда t из (9.1), находим

$$z'=-\frac{v^2}{c^2}\frac{z'}{1-(v/c)^2}-\frac{vt'}{1-(v/c)^2}+\frac{z}{\sqrt{1-(v/c)^2}}. \tag{9.4}$$

Простое преобразование дает

$$z=\frac{z'+vt'}{\sqrt{1-(v/c)^2}}. \tag{9.5}$$

Формулы (9.1), (9.2) и (9.5) выражают зависимость x, y, z, t от x', y', z', t' и определяют, таким образом, преобразование от „истинных“ координат к тем координатам, которые измеряются наблюдателем, движущимся относительно эфира со скоростью v в направлении оси z. Это и есть *преобразование Лоренца.*

Мы можем, напротив, исключить из (9.1) z' и получить

$$t' = \frac{t - (vz/c^2)}{\sqrt{1-(v/c)^2}}. \tag{9.6}$$

Теперь формулы (9.3), (9.6) и (9.2) выражают зависимость x', y', z', t' от x, y, z, t. Это — *обратное* преобразование Лоренца, переводящее x, y, z, t в x', y', z', t'. Прямое и обратное преобразования, конечно, эквивалентны друг другу, так как следуют одно из другого.

Рассмотрим теперь волну света, испущенную из начала координат ($x=y=z=0$) в момент $t=0$. В эфире свет распространяется со скоростью c, и поверхность фронта волны описывается уравнением

$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 0. \tag{9.7}$$

Перепишем его теперь в переменных x', y', z', t'. С помощью формул (9.1), (9.2) и (9.5) получим

$$c^2t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 = 0. \tag{9.8}$$

Отсюда видно, что фронт волны имеет вид сферы и в системе x', y', z', t', т. е. он распространяется с «измеренной скоростью» c. Этот вывод означает, что благодаря изменению длины линейки и хода часов, вызванному движением относительно эфира, в теории Лоренца *все равномерно движущиеся наблюдатели получают одну и ту же величину скорости света независимо от скорости их движения в эфире.* Мы обобщили, таким образом, результаты гл. 6—8, где было показано, почему конкретные методы измерения скорости света приводят к значениям, не зависящим от скорости движения лабораторной системы отсчета.