17

Некоторые применения принципа относительности

Чтобы конкретнее понять значение принципа относительности, рассмотрим несколько его применений и убедимся, что этот принцип оказывается способным привести к новым результатам путем инвариантного обобщения соотношений, известных прежде в более узких границах.

Рассмотрим, во-первых, измерение скорости света в движущейся воде [1]). В течение долгого времени этот вопрос был камнем преткновения дорелятивистской физики и приводил к множеству неясностей, например к задаче о степени увлечения эфира движущейся водой [2]).

Если n — коэффициент преломления света в покоящейся жидкой среде, то фазовая скорость света в этой среде равна $u_0=c/n$. Задача состоит в определении фазовой скорости света u, когда жидкость движется со скоростью v. Очевидно, что из принципа относительности следует непосредственный и однозначный ответ, причем не требуется никаких других предположений. Согласно этому принципу, те свойства, которые жидкость проявляет *в своей системе покоя,* должны быть независимы от скорости движения этой системы относительно лаборатории. Поэтому, чтобы узнать, что будет наблюдаться в лабораторной системе отсчета, достаточно подвергнуть преобразованию Лоренца результат, известный для си-

---

[1]) Скорость света равна универсальной постоянной c лишь *в вакууме.* В материальных средах скорость света, вообще говоря, отличается от c.

[2]) Дальнейшие подробности см. в книге Мёллера (C. Möller, The Theory of Relativity, Oxford, 1952).

стемы, которая движется с жидкостью. Так как величина фазовой скорости света равна c/n в системе, связанной с жидкостью, то можно применить релятивистский закон сложения скоростей (15.8), который следует из преобразований Лоренца. Тогда получим

$$u = \frac{u_0 + v}{1 + \frac{u_0 v}{c^2}} = \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{v}{cn}} \approx$$

$$\approx \left(\frac{c}{n} + v\right)\left(1 - \frac{v}{cn} + \frac{v^2}{c^2 n^2} + \dots\right). \qquad (17.1)$$

Отсюда видно, что вода эффективно «увлекает» за собой свет лишь до некоторой степени, т. е. что к фазовой скорости света c/n добавляется лишь часть величины скорости воды v.

Полученный закон находится фактически в согласии с результатами всех проведенных до настоящего времени опытов. Такие опыты, можно сказать, действительно подтверждают релятивистский закон сложения скоростей.

Второй пример, который мы рассмотрим, касается процесса распада мезонов. Как известно, мезоны — это нестабильные частицы, рождающиеся в космических лучах или при бомбардировке вещества частицами высокой энергии, ускоренными в лабораторных условиях. Мезоны распадаются, превращаясь в другие частицы. Время распада совокупности мезонов подчиняется статистическим законам, однако каждый вид мезонов имеет свое среднее время жизни τ, поддающееся измерению. Оно составляет от 10^{-6} до 10^{-10} *сек* и менее.

Примем теперь среднее время жизни покоящегося (или медленно движущегося) мезона равным τ_0. Тогда можно подсчитать среднее время τ, за которое распадется мезон, движущийся со скоростью v. Согласно принципу относительности, время жизни мезона в той системе отсчета, где мезон покоится, не зависит от скорости движения этой системы (т. е. самого мезона) относительно лаборатории. Теперь легко сосчитать результат перехода к лабораторной системе согласно преобразованию Лоренца, так как время жизни τ_0 фактически играет роль часов или естественного мерила времени.

Поэтому время жизни в лабораторной системе отсчета дается известной формулой, описывающей замедление хода часов:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}. \qquad (17.2)$$

Следовательно, движущиеся мезоны «проживут» в $1/\sqrt{1-(v/c)^2}$ раз больше, чем покоящиеся. Это предсказание проверялось как на мезонах, полученных в лаборатории, так и на мезонах из космических лучей. Во всех случаях предсказанное замедление распада мезонов подтвердилось. Скорость v некоторых мезонов, рожденных в космических лучах, весьма близка к c, так что дробь $1/\sqrt{1-(v/c)^2}$ достигает значения 1000. Даже в этом крайнем случае релятивистская формула (17.2) остается верной. Таким образом, отлично подтвердилось предсказание теории относительности о том, что часы, движущиеся с разными скоростями, должны идти неодинаково быстро.

Рассмотрим, наконец, эффект Допплера для света, испускаемого движущимся телом (а вместе с ним и эффект аберрации света, поскольку оба эти эффекта тесно связаны между собой). Как и раньше, будем исходить из системы отсчета, в которой тело покоится. Из опыта мы знаем, что происходит в этой системе, поэтому для выяснения ситуации в лабораторной системе отсчета достаточно произвести преобразование Лоренца.

Итак, пусть находящееся в состоянии покоя тело излучает свет в направлении, составляющем угол θ_0 относительно оси z_0. Положим частоту этого света равной ν_0. Так как скорость света равна c, для длины волны этого излучения получим $\lambda_0 = c/\nu_0$.

Пусть то же тело теперь движется в направлении оси z со скоростью v. Что покажет наблюдение излучаемого им света в лабораторной системе? Принцип относительности гласит, что картина, наблюдаемая в системе отсчета, где излучатель покоится, не зависит от скорости движения этой системы относительно лабораторной системы отсчета. Чтобы узнать, какую картину мы увидим в лабораторной системе, достаточно произвести соответствующее преобразование Лоренца.

Нам известно уже, что при переходе с помощью преобразования Лоренца к любой системе отсчета мы получаем одну и ту же величину скорости света. *Направление* же распространения этого света и его *частота* в различных системах отсчета будут, вообще говоря, *разными.*

Чтобы вычислить, в каком направлении излучение света будет наблюдаться в лабораторной системе, предположим, что световой луч проходит через точку O, которую мы примем за начало координат. Если при этом луч лежит, например, в плоскости x_0z_0, его свет достигнет в момент t_0 точки

$$z_0 = ct_0 \cos \theta_0, \qquad x_0 = ct_0 \sin \theta_0, \qquad y_0 = 0.$$

Чтобы найти ход того же луча в лабораторной системе, применим преобразование Лоренца (14.4) и получим

$$\begin{aligned} z &= \frac{\cos \theta_0 \cdot ct_0 + vt_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = ct_0 \frac{\cos \theta_0 + (v/c)}{\sqrt{1-(v/c)^2}}, \\ x &= ct_0 \sin \theta_0, \\ t &= \frac{t_0 + \frac{v}{c} t_0 \cos \theta_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = t_0 \frac{1 + \frac{v}{c} \cos \theta_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}. \end{aligned} \tag{17.3}$$

Направление светового луча в лабораторной системе отсчета тогда дается формулой

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{x}{z} = \sin \theta_0 \frac{\sqrt{1-(v/c)^2}}{\cos \theta_0 + (v/c)}. \tag{17.4}$$

Отсюда видно, что при $\theta_0 \leqslant \pi/2$ угол, образуемый лучом и осью z в лабораторной системе, всегда меньше, чем в исходной системе, где излучающее тело покоится. При стремлении отношения v/c к единице [когда $\sqrt{1-(v/c)^2}$ стремится к нулю] этот эффект заметен особенно сильно. И на самом деле это имеет место в случае космических лучей, в которых встречаются настолько быстрые частицы, что когда они сталкиваются с другими частицами, отношение v/c в системе центра масс двух частиц становится очень близким к единице. Хотя в системе центра масс частицы разлетаются после столкновения в среднем в любых направлениях (изотропно), т. е. угол θ_0 может быть любым, в лабораторной системе отсчета получается узкий конус разлета частиц [с шириной порядка $\sqrt{1-(v/c)^2}$]. Такие узкие конусовидные потоки наблюдаются в космических ливнях высокой энергии, происходящих от столкновений одиночных первичных частиц с атомными ядрами. [Хотя получающиеся при этом частицы, конечно, не достигают скорости света, однако скорость их весьма близка к скорости света, так что к ним с хорошей точностью применимо уравнение (17.4).]

Наблюдаемая ширина конусов находится в хорошем согласии с результатом вычислений, основанных на релятивистских соображениях и использовании той величины скорости движения системы центра масс, которая получается из энергии падающей частицы, измеряемой независимыми методами. Поэтому можно утверждать, что формула (17.4) находится в хорошем согласии с опытом.

Перейдем теперь к вопросу о длине волны света, наблюдаемого в лабораторной системе отсчета. При ее вычислении можно основываться на выражении для фазы плоской волны, распространяющейся в направлении θ_0:

$$\Phi=2\pi\left[\nu_0 t_0-\frac{z_0\cos\theta_0+x_0\sin\theta_0}{\lambda_0}\right], \qquad (17.5)$$

где $\lambda_0\nu_0=c$. Применяя преобразование Лоренца (14.3), получаем

$$\Phi=\frac{2\pi}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\left[\nu_0\left(t-\frac{vz}{c^2}\right)-(z-vt)\frac{\cos\theta_0}{\lambda_0}-x\frac{\sin\theta_0}{\lambda_0}\right]. \qquad (17.6)$$

В лабораторной системе выражение для фазы соответствующей волны имеет вид

$$\Phi=2\pi\left[\nu t-\frac{z\cos\theta+x\sin\theta}{\lambda}\right], \qquad (17.7)$$

где $\lambda\nu=c$.

Сравнивая формулы (17.3) и (17.6), находим

$$\nu = \frac{\nu_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} + \frac{v}{\lambda_0}\frac{\cos\theta_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{\nu_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\left(1+\frac{v}{c}\cos\theta_0\right), \qquad (17.8)$$

$$\frac{\cos\theta}{\lambda} = \frac{\cos\theta_0}{\lambda_0\sqrt{1-(v/c)^2}} + \frac{v}{c^2}\frac{\nu_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}, \qquad (17.9)$$

$$\frac{\sin\theta_0}{\lambda_0} = \frac{\sin\theta}{\lambda}. \qquad (17.10)$$

Используя равенство

$$\lambda_0\nu_0 = c = \lambda\nu,$$

получаем

$$\frac{\sin\theta}{\sin\theta_0} = \frac{\nu_0}{\nu}, \qquad \cos\theta = \frac{\nu_0}{\nu\sqrt{1-(v/c)^2}}\left(\cos\theta_0 + \frac{v}{c}\right), \qquad \operatorname{tg}\theta = \frac{\sin\theta_0\sqrt{1-(v/c)^2}}{\cos\theta_0 + \frac{v}{c}}. \qquad (17.11)$$

Последнее соотношение, очевидно, совпадает с (17.4), полученным при рассмотрении направления световых *лучей* (нормалей к волновым фронтам). Такое совпадение результатов, касающихся направления распространения света, в этих двух разных подходах совершенно естественно, так как направление распространения света совпадает с направлением нормали к волновому фронту (поверхности постоянной фазы Ф).

Из соотношения (17.11) следует

$$\cos\theta_0 = -\frac{v}{c} + \frac{\nu}{\nu_0}\cos\theta\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2},$$

$$\nu = \frac{\nu_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\left[1+\frac{v}{c}\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}\cos\theta\right], \qquad (17.12)$$

$$\frac{\nu}{\nu_0} = \frac{\sqrt{1-(v/c)^2}}{1-\frac{v}{c}\cos\theta}.$$

Когда отношение v/c стремится к нулю, последнее выражение, конечно, стремится к известной нерелятивистской формуле эффекта Допплера

$$\frac{\nu}{\nu_0} \approx \frac{1}{1 - \frac{v}{c}\cos\theta}.$$

В общем случае, однако, в (17.12) фигурирует новая релятивистская поправка, включающая $\sqrt{1-(v/c)^2}$. В случае перпендикулярности вектора скорости тела к направлению светового луча (которое определяется в лабораторной системе) формула (17.12) принимает вид

$$\frac{\nu}{\nu_0} = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \quad \text{или} \quad \frac{T}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}, \qquad (17.13)$$

где T — период колебаний световой волны.

Такой поперечный эффект Допплера отсутствует в нерелятивистской теории. В релятивистском случае его существование объясняется тем, что период колебаний волны можно рассматривать как своего рода «часы», ввиду чего при переходе от одной системы отсчета к другой, движущейся со скоростью v относительно первой, происходит увеличение этого периода в $1/\sqrt{1-(v/c)^2}$ раз.

Исследование поперечного эффекта Допплера в излучении движущихся атомов подтверждает справедливость релятивистской формулы и может считаться в дальнейшем одной из проверок релятивистского предсказания о замедлении хода часов, когда наблюдение ведется в системе, относительно которой часы находятся в движении.