

---

*Эквивалентность массы  
и энергии*

Перейдем теперь к следующему великому открытию Эйнштейна, ясно продемонстрировавшему революционизирующую мощь его релятивистского подхода, — к доказательству эквивалентности массы и энергии, выражающейся знаменитой ныне формулой

$$E = mc^2.$$

Для вывода этого закона будем исходить из выражения (18.37) для массы движущегося объекта

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}.$$

Если отношение  $v/c$  мало, то можно разложить  $m$  в ряд по степеням  $v/c$ , ограничиваясь лишь членами порядка  $v^2/c^2$  включительно. Получим

$$m \approx m_0 \left( 1 + \frac{v^2}{2c^2} + \dots \right). \quad (19.1)$$

Умножив этот ряд на  $c^2$ , найдем

$$mc^2 = m_0c^2 + \frac{m_0v^2}{2} + \dots \quad (19.2)$$

Однако  $m_0v^2/2$  представляет собой в точности нерелятивистское выражение *кинетической энергии*  $T$  тела, движущегося со скоростью  $v$ , а  $m_0c^2$  — просто константа. Следовательно, в этом приближении можно записать

$$mc^2 - m_0c^2 = T. \quad (19.3)$$

Закон сохранения полной массы системы, найденный в предыдущей главе, оказывается тогда совпадающим с

законом сохранения полной энергии этой же системы тел, по крайней мере в нерелятивистском пределе. Однако принцип относительности требует, чтобы закон выполнялся во всех системах отсчета, если он справедлив хотя бы в одной системе. Поэтому разность (19.3) должна описывать кинетическую энергию тела в любой системе отсчета, даже если разложение до члена порядка  $v^2/c^2$  включительно уже не является хорошим приближением.

Понять значение этого заключения проще, если перенести  $m_0c^2$  в другую сторону равенства. Энергию тела тогда можно определить выражением

$$E = m_0c^2 + T = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}}. \quad (19.4)$$

Так можно поступать всегда, потому что в нерелятивистской теории энергия определяется лишь с точностью до произвольной постоянной. На языке математики этот шаг Эйнштейна можно назвать точным определением этой произвольной постоянной, т. е.

$$E_0 = m_0c^2. \quad (19.5)$$

Физически это соответствует предположению, что частица, находясь в состоянии покоя, обладает энергией покоя.

Каков смысл этой энергии покоя? Возможно, что нам удастся понять его, заметив, что внешние покоящиеся обычные предметы состоят из частей (молекул, атомов, ядер и т. д.), которые чрезвычайно быстро движутся, но так, что в среднем это движение скрадывается при наблюдении в макроскопических масштабах. Тем не менее в силу рассмотренных в предыдущей главе законов все эти движения приводят к возрастанию масс частиц системы согласно соотношению

$$m_i = \frac{m_{0i}}{\sqrt{1-(v_i/c)^2}} \approx m_{0i} + \frac{m_{0i}v_i^2}{2c^2} = m_{0i} + \frac{T_i}{c^2}. \quad (19.6)$$

Тогда полная масса всей системы равна

$$M = \sum_i \left( m_{0i} + \frac{T_i}{c^2} \right) = \sum_i m_{0i} + \frac{T}{c^2}, \quad (19.7)$$

где  $T$  — полная кинетическая энергия всех частиц. Умножив это выражение на  $c^2$ , получим

$$Mc^2 = \sum_i m_{0i}c^2 + T.$$

Встает вопрос: можно ли экспериментальным путем как-то проверить, вносит ли внутреннее движение частиц вклад в массу всего тела? Оказывается, что имеется несколько возможных способов сделать это. Проще всего было бы повысить температуру рассматриваемого тела и посмотреть, увеличится ли при этом его вес на величину  $Q/c^2$ , где  $Q$  — количество тепловой энергии, поглощенной этим телом. Однако трудность здесь в том, что достижимые повышения температуры (максимум на несколько тысяч градусов Цельсия) соответствуют слишком малым значениям  $Q/c^2$ , не поддающимся обнаружению современными методами. (Это обусловлено главным образом тем, что величина  $c^2$  весьма велика.) Другой пример: при химической реакции, протекающей между двумя веществами, может выделиться энергия  $\Delta E$ . Тогда масса прореагировавшей смеси должна быть меньше суммы масс вступавших в реакцию веществ на  $\Delta E/c^2$ . Опять-таки эта величина слишком мала, чтобы ее удалось экспериментально обнаружить.

Спустя некоторое время после того, как Эйнштейн теоретически доказал эквивалентность массы и энергии, были на опыте изучены ядерные превращения. В этих процессах выделялось достаточно большое количество энергии, так что с помощью аппаратуры того времени можно было, действительно, обнаружить неравенство суммы масс исходных веществ и продуктов реакции. Было проведено множество таких измерений, и все опыты подтвердили предсказание Эйнштейна о том, что изменение полной массы системы должно быть равно  $Q/c^2$ .

Упомянутые выше опыты показывают, что по крайней мере *часть* массы покоя предметов можно отнести за счет внутренних движений. При этом если состояние движения изменяется и выделяется энергия  $Q$ , то масса системы уменьшается на  $Q/c^2$ . Но можно ли доказать вообще утверждение Эйнштейна о том, что *всю* массу по-

коя предметов можно связать подобным образом с энергией?

Через несколько лет после того, как были исследованы первые ядерные превращения, удалось открыть новые частицы, получившие название *позитронов*. Их масса совпадает с массой электронов, а заряд отличается лишь знаком. Оказалось, что при соединении электрона и позитрона эти две частицы взаимно *аннигилируют*, причем вместо них не остается никаких частиц в обычном смысле, а только два гамма-кванта, обладающих полной энергией  $Q=2m_e c^2$  (в дальнейшем превращающейся в тепловую энергию в результате столкновений этих гамма-квантов с атомами и электронами). Этот факт показал, что *вся* энергия покоя электрона обладает потенциальной способностью превращаться в другие формы энергии, например в тепловую.

С тех пор как был открыт позитрон, науке стали известны частицы, именуемые «антипротонами» (их масса совпадает с массой протона, а заряд отличается от заряда протона лишь знаком). Антипротоны аналогичным образом аннигилируют с протонами. Теперь уже известно, что каждому виду фундаментальных частиц соответствуют реально существующие античастицы с той же массой и должным образом связанными другими характеристиками (например, зарядом и спином). Соединение частицы с ее античастицей дает лишь энергию в той или иной форме. Было показано также, что при столкновении гамма-кванта с атомным ядром этот квант может исчезнуть, причем его энергия превратится в энергию покоя, например, электрон-позитронной пары. Эта пара *рождается* в таком процессе, так как входящие в нее частицы до этого не существовали. Таким образом, имеются решающие экспериментальные доказательства того, что часть или всю «энергию покоя» тела можно превратить в другие виды энергии, причем возможен также обратный процесс превращения других видов энергии в энергию покоя.

Факт эквивалентности массы и энергии не был обнаружен ранее лишь по той причине, что, как мы уже говорили, до открытия ядерных реакций величина массы  $Q/c^2$ , связанной с энергией  $Q$ , была ниже порога

наблюдаемости. С другой стороны, это, конечно, означает, что в энергии покоя вещества «таятся» гигантские энергетические резервы. Эта энергия частично высвобождается в процессах ядерного деления в атомных реакторах, а также в процессах ядерного синтеза, спонтанно протекающих в Солнце и в других звездах.

Эйнштейн указал простой физический пример, позволяющий легче понять, почему масса и энергия связаны друг с другом соотношением  $E=mc^2$ . Он рассмотрел для этого покоящийся относительно лаборатории ящик массы  $M_B$ . Пусть этот ящик заполнен электромагнитным излучением, находящимся в термодинамическом равновесии с его стенками. Обозначим энергию этого излучения через  $E_R$ .

Известно, что электромагнитное излучение оказывает давление на стенки содержащего его ящика, подобно давлению, вызываемому газом. Пока ящик покоится или движется равномерно, полная сила, приложенная к каждой его стенке, уравнивается силой, приложенной к противоположной стенке. Если же ящик подвергается ускорению  $a$ , то благодаря этому ускорению отражающееся от задней стенки ящика излучение будет приобретать дополнительный импульс, тогда как излучение, отражающееся от его передней стенки, будет терять часть своего импульса.

Если произвести подробный подсчет происходящего при этом изменения давления на стенки движущегося ящика, то окажется, что полная сила, действующая на ящик со стороны излучения, равна

$$F_R = -\frac{E_R a}{c^2}.$$

Эта сила направлена против ускорения. Поэтому уравнение движения всей системы будет иметь вид

$$M_B a = -\frac{E_R a}{c^2} + F, \quad (19.8)$$

где  $F$  — внешняя сила. Это уравнение можно переписать:

$$\left(M_B + \frac{E_R}{c^2}\right) a = F. \quad (19.9)$$

Поэтому наличие энергии излучения  $E_R$  соответствует появлению добавочной «эффективной массы»  $E_R/c^2$  в том смысле, что эта масса приводит к такому же возрастанию инертности тела (его сопротивления ускорению), как и обычная масса, что и представляет собой одно из характерных проявлений того физического свойства, которое называют «массой».

Легко заметить, что пример, рассмотренный Эйнштейном, очень похож на обсуждавшийся нами выше, где мы говорили о вкладе в полную массу системы со стороны *внутренних движений* различных частиц системы. В примере Эйнштейна вместо этого рассматривается вклад со стороны внутренних движений электромагнитного излучения, благодаря чему становится ясно, что появление добавочной массы происходит независимо от природы соответствующей ей энергии.