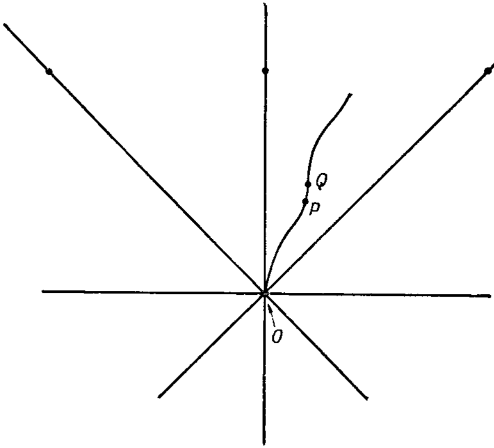
29

Собственное время

До сих пор мы обсуждали следствия специальной теории относительности, справедливые для наблюдателей, движущихся с постоянной скоростью. Как это было отмечено ранее (гл. 16), принцип относительности невозможно корректно применять в системе отсчета ускоренно движущегося наблюдателя, если мы остаемся в области применимости специальной теории относительности. Иными словами, чтобы законы выражались одними и теми же соотношениями (т. е. имели одинаковый вид) даже в ускоренных системах отсчета, необходимо расширить концептуальные основы нашей теории и обратиться к общей теории относительности. Тем не менее это не означает, что специальная теория относительности вообще не может сделать никаких предсказаний о том, что будет происходить с ускоренно движущимися наблюдателями. Это лишь означает, что если нам понадобятся такие предсказания, то следует исходить из позиций неускоренно движущегося наблюдателя при формулировке основных законов физики. Исходя из таких позиций, мы можем *в любой момент* подвергнуть свои выводы преобразованию, для того чтобы увидеть, к чему они приводят с точки зрения наблюдателя в ускоренно движущейся системе отсчета. (Аналогичный подход действительно развивается в механике Ньютона, законы которой записываются первоначально в инерциальной системе, но затем их можно перевести на язык ускоренной системы, что влечет за собой появление в уравнениях движения дополнительных слагаемых типа силы Кориолиса и центробежной силы.)

Чтобы изучить этот вопрос, заметим сначала, что в системе отсчета наблюдателя, движущегося с постоянной скоростью, его ускоренно движущийся коллега изображается с помощью искривленной мировой линии (фиг. 18), лежащей целиком внутри светового конуса с



Фиг. 18.

вершиной в любой точке O, в которой побывал ускоренно движущийся наблюдатель. Возьмем теперь некоторую фиксированную точку P на его мировой линии и близкую к ней точку Q на этой же линии. Если эти две точки достаточно близки друг к другу, то можно приближенно выразить ход кривой дифференциалами координат

$$t_Q - t_P = dt \quad \text{и} \quad z_Q - z_P = dz.$$

Пусть в точке P скорость ускоренно движущегося наблюдателя равна v, а в точке Q она равна $v+dv$.

Основным понятием, позволяющим распространить выводы специальной теории относительности на ускоренные системы отсчета, является понятие *локально сопутствующей неускоренной системы отсчета.* Чтобы разъяснить смысл этого понятия, рассмотрим сначала точку P, где наблюдатель обладает скоростью v. Этот наблюдатель, по нашему предположению, движется ускоренно. Можно, однако, представить себе находящегося в точке P наблюдателя, движущегося с постоянной скоростью v. При введении такого наблюдателя важно, что в течение достаточно короткого периода времени dt *скорость ускоренно движущегося наблюдателя относительно сопутствующего ему неускоренно движущегося наблюдателя будет порядка* dv, *т. е. весьма мала.* Как мы уже видели, при малых скоростях теория Ньютона является предельным случаем теории Эйнштейна. Поэтому, по крайней мере в течение некоторого времени dt, движение системы может описываться с помощью законов Ньютона, применяемых в системе отсчета, движущейся с постоянной скоростью v. Выводы, полученные на основании этих законов, можно перевести на язык лабораторной системы отсчета, применив преобразование Лоренца. Когда же dv достигнет заметной величины, нам нужно будет просто перейти к другой системе отсчета, скорость движения которой постоянна и равна $v+dv$, и т. д. Рассмотрев, таким образом, ряд сопутствующих систем отсчета, можно узнать, что будет наблюдаться в лабораторной системе отсчета, скорость которой не изменялась. Для этого достаточно применить последовательно преобразования Лоренца. Можно, наоборот, использовать подобную же процедуру, исходя из результатов наблюдений в лабораторной системе отсчета, и вычислить результаты наблюдений сопутствующего наблюдателя в каждый данный момент времени.

Важным примером описанной выше процедуры является вычисление так называемого «собственного времени», которое измеряют часы, движущиеся ускоренно и изображаемые некоторой мировой линией, например OPQ. В ходе таких расчетов мы воспользуемся только что описанным методом, т. е. будем рассматривать эти часы в течение достаточно короткого промежутка времени dt (пока относительная скорость dv весьма мала) с точки зрения сопутствующей системы отсчета. При этом к ним приложима механика Ньютона, утверждающая, что ход исправно действующих часов не зависит от того, как мы их ускоряем. Тогда в течение промежутка времени dt наши часы измерят интервал времени dt_0, связанный с dt преобразованием Лоренца от сопутствующей часам системы отсчета к лабораторной системе. Эту же взаимосвязь особенно просто получить, исходя из инвариантной величины

$$ds^2 = c^2 (dt)^2 - (dz)^2. \tag{29.1}$$

В сопутствующей системе отсчета $dt' = dt_0$ и $dz' = 0$, так как в этой системе часы покоятся. Поэтому $ds^2 = c^2\, dt_0^2$ и

$$\begin{aligned} \frac{ds^2}{c^2} &= dt_0^2 = (dt)^2 - \frac{1}{c^2}(dz)^2, \\ \frac{dt_0}{dt} &= \sqrt{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dz}{dt}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}. \end{aligned} \tag{29.2}$$

Отрезок «собственного времени» Δt_0, измеренный ускоренно движущимися часами при их движении от t_1 до t_2, можно тогда найти путем интегрирования формулы (29.2):

$$\Delta t_0 = \int\limits_{t_1}^{t_2} \sqrt{1 - \left(\frac{v(t)}{c}\right)^2}\, dt. \tag{29.3}$$

Эту формулу легко распространить на случай трех пространственных измерений, так как она остается справедливой и при замене v^2 квадратом трехмерной скорости: $v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$.

Из формулы (29.3) видно, что в силу неравенства $\sqrt{1 - (v/c)^2} \leqslant 1$ время, измеренное движущимися относительно данной системы отсчета часами, вообще говоря, меньше того промежутка времени, который покажут часы, неподвижные в этой системе отсчета.