совпадений при регистрации фотонов в счетчиках (приемниках). Исследуйте теперь эффект изменения расстояния между приемниками, рассматривая процесс с точки зрения квантовой механики.

Таблица 1-1

Относительные фазы источников	L	R	Произведение
0°	2	2	4
180°	0	0	0
90°	1	1	1
270°	1	1	1
			Ср. = 1,5

Таблица 1-2

Относительные фазы источников	L	R	Произведение
0°	2	0	0
180°	0	2	0
90°	1	1	1
270°	1	1	1
			Ср. = 0,5

Обсуждение задачи 1-1. Существуют четыре пути, приводящие к одновременной регистрации фотонов:

(1) Оба фотона приходят от A: амплитуда a_1.

(2) Оба фотона приходят от B: амплитуда a_2.

(3) Приемник L регистрирует фотон от A, а R от B: амплитуда a_3.

(4) Приемник L регистрирует фотон от B, а R от A: амплитуда a_4.

Процессы (1) и (2) отличны друг от друга и от (3) и (4) (например, мы могли бы в принципе измерить энергии излучателей для того, чтобы выяснить, который из них излучил оба фотона).

Однако процессы (3) и (4) неразличимы. Поэтому $P=|a_1|^2+|a_2|^2+|a_3+a_4|^2$. Член $|a_3+a_4|^2$ содержит эффекты интерференции. Заметим, что если вместо фотонов взять электроны, то последний член будет равен $|a_3-a_4|^2$.

2. СПИН И СТАТИСТИКА

Нам следует научиться рассуждать непосредственно на языке квантовой механики. Наиболее важное, и в то же время отчасти таинственное, правило заключается в том, что следует складывать амплитуды, а вероятность

данного процесса затем вычислять по формуле

$$P = |\text{полная амплитуда}|^2.$$

Мы еще вернемся к правилам сложения амплитуд при рассмотрении процессов, которые могут идти разными способами, при каждом из которых происходит обмен двумя частицами.

Рассмотрим теперь процесс, который может идти двумя различными каналами. Один из каналов обозначим через P, а соответствующую амплитуду — a. Второй канал, «обменный» по отношению к первому (и *неотличимый* от него), назовем P_{ex}. Его амплитуду обозначим a_{ex}. В природе осуществляется следующее замечательное правило:

«Для одного класса частиц, называемых бозонами, полная амплитуда равна сумме $a+a_{ex}$; для другого класса частиц — фермионов — полная амплитуда равна разности $a-a_{ex}$. При этом все частицы с полуцелым спином $^1/_2$, $^3/_2$, . . . оказываются фермионами, а частицы с целым спином 0, 1, 2, . . . — бозонами».

Последнее свойство является очень общим следствием законов квантовой механики, специальной теории относительности, а также некоторых других. Оно обсуждалось Паули [4] и, недавно, Людерсом и Зумино [5].

Здесь важно отметить, что для того, чтобы воспользоваться описываемой схемой, нужно знать все состояния, в которых может находиться частица (или система). Например, если мы не учтем существования состояний с различной поляризацией, то не сможем понять отсутствие интерференции для различных поляризаций. Общее правило заключается в том, что если мы обнаружим нарушение одного из наших правил (например, для какой-либо новой частицы), то следует искать новую степень свободы (новое квантовое число) для того, чтобы полностью характеризовать физическое состояние.

Вырождение. Рассмотрим пучок света, поляризованный в заданном направлении. Пусть мы располагаем ось анализатора (например, поляроида, призмы Николя) последовательно в двух перпендикулярных друг к другу и к направлению пучка направлениях x и y для того, чтобы измерить число фотонов соответствующей поляризации. Обозначим амплитуды состояния фотонов, поля-

ризованных по осям x и y, через a_x и a_y соответственно. Если теперь мы повернем анализатор на угол 45° (по биссектрисе между осями x и y), то какова будет амплитуда для соответствующей поляризации? Мы найдем $a_{45°} = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_x + a_y)$; для произвольного угла θ (отсчитываемого от оси x) получим

$$a(\theta) = \cos\theta \cdot a_x + \sin\theta \cdot a_y.$$

Таким образом, для того, чтобы полностью описать амплитуду состояния произвольной поляризации, нужно задать только два числа (a_x и a_y). Можно показать, что этот результат тесно связан с тем фактом, что любой выбор осей одинаково хорош для описания фотона.

В самом деле, выберем оси координат (x', y') смещенными на угол —45° по отношению к осям (x, y) (см. рис. 2-1). Для наблюдателя в этой системе отсчета

$$a'_{x'} = \frac{a_x - a_y}{\sqrt{2}}, \quad a'_{y'} = \frac{a_x + a_y}{\sqrt{2}},$$

$$a'(45° \text{ по отношению к } x', y') = \frac{a'_{x'} + a'_{y'}}{\sqrt{2}} = \frac{a_x - a_y}{2} + \frac{a_x + a_y}{2} = a_x \text{ (как и должно быть!).}$$

Мы можем поэтому представить состояние фотона вектором $\mathbf{e} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j}$ в некотором двумерном пространстве. Тогда амплитуда фотона, поляризованного в направлении $\mathbf{v} = \mathbf{i}\cos\theta + \mathbf{j}\sin\theta$, будет равна скалярному произведению $\mathbf{e} \cdot \mathbf{v}$.

Предположение о том, что поведение системы не может зависеть от ее ориентации в пространстве, накладывает существенные ограничения на свойства возможных состояний. Рассмотрим (см. рис. 2-2) ядро или атом, который испускает γ-лучи преимущественно вдоль оси z. Повернем ядро вместе с прибором, регистрирующим излучение. Показания прибора не могут при этом измениться, т. е. γ-кванты будут теперь испускаться в новом направлении.

Если ядро характеризуется единственной характеристикой, например своей энергией, то γ-лучи должны ис-

пускаться во всех направлениях с равной вероятностью. Почему? Потому, что в противном случае можно было бы, например, так сориентировать систему, чтобы γ-лучи испускались преимущественно в направлении оси x (для этого достаточно повернуть всю систему; в то же время законы физики не зависят от выбора направления осей координат). Условие испускания вдоль оси x отличается от условия испускания вдоль оси z. Однако состояние системы не изменилось. Ясно, что одна амплитуда не может дать два различных предсказания. Поэтому система, описы-

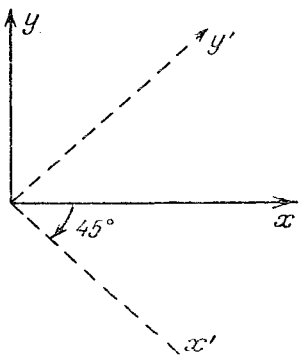

Рис. 2-1.

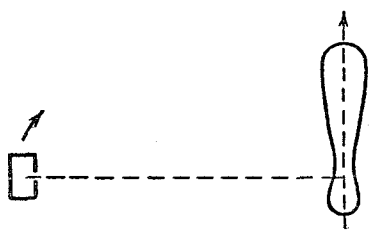

Рис. 2-2.

ваемая одной амплитудой, должна излучать одинаково (симметрично) во всех направлениях.

Для описания несимметричного распределения нужно иметь больше амплитуд. Если угловое распределение сильно неизотропно, то для описания состояния ядра потребуется большое число амплитуд.

Предположим, что состояние системы характеризуется в точности n амплитудами

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \equiv \text{столбец } (a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n).$$

Рассмотрим задачу: Пусть система находится в состоянии $a_1=1$, $a_2=\ldots=a_n=0$. Каковы будут амплитуды, характеризующие систему в новых координатах после вращения R?

Определим эти амплитуды следующим образом:

$$\text{столб. } (D_{11}(R),\ D_{21}(R),\ \ldots,\ D_{n1}(R)).$$

Подобным образом, если мы начнем со случая $a_2=1$, $a_1=a_3=\ldots=a_n=0$, то получим

$$\text{столб. } (D_{12}(R),\ D_{22}(R),\ \ldots,\ D_{n2}(R)).$$

Таким образом, нам нужна матрица $D_{ij}(R)$.

В общем случае система первоначально находится в состоянии

$$\text{столбец } (a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n).$$

Состояние после вращения описывается столбцом

$$\text{столбец } (a_1',\ a_2',\ \ldots,\ a_n'),$$

причем

$$a_i' = \sum_j D_{ij}(R)\, a_j.$$

Поразмыслите-ка над этим.

3. ВРАЩЕНИЯ И МОМЕНТ

В последней лекции мы говорили об установке, которая создает объект в состоянии a:

$$a = \text{столбец } (a_1,\ \ldots,\ a_n).$$

Это понятие требует дальнейшего разъяснения, так как до сих пор мы ввели лишь понятие амплитуды для полного события, состоящего из рождения и регистрации объекта. Эта амплитуда может быть получена следующим образом.

Допустим, что амплитуда b_i соответствует тому, что объект рождается в условиях, описываемых индексом i. Если он уже находится в этих условиях (в этом состоянии), то пусть a_i обозначает амплитуду того, что он будет зарегистрирован детектором. Тогда амплитуда полного события (рождения и регистрации) равна произведению $a_i b_i$, просуммированному по всем промежуточным условиям i.

Вернемся опять к опыту с электроном, проходящим через две щели (см. рис. 3-1). Если $a_{1\to 3}$ есть амплитуда