

и

$$\frac{1}{\omega_2} = \frac{1}{\omega_1} + \frac{1 - \cos \theta}{m}.$$

где θ — угол между направлениями движения начального и конечного фотонов. Подставляя в $d\sigma$, получаем окончательно

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{4} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \left[\frac{\omega_1}{\omega_2} + \frac{\omega_2}{\omega_1} - 2 + 4 |\boldsymbol{\varepsilon}_1 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_2|^2 \right].$$

В нерелятивистском пределе ($\omega_1 \ll m$), когда $\omega_1 \simeq \omega_2$, полученное выражение сводится к поперечному сечению для скалярной частицы

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = r_0^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 |\boldsymbol{\varepsilon}_1 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_2|^2,$$

тогда как в крайнем релятивистском случае $\omega_1 \gg m$, когда $\omega_2 \simeq m \ll \omega_1$ (исключая окрестность $\theta = 0$),

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{4} \frac{\omega_2}{\omega_1}.$$

Физически это означает, что в нерелятивистском пределе взаимодействие в основном идет через электрический заряд, тогда как в ультрафиолетовом случае за него ответствен магнитный момент электрона.

26. ПРЯМОЕ РОЖДЕНИЕ ПАР МЮОНАМИ

В качестве другого примера рассмотрим прямое рождение (e^+e^-)-пары мюоном, падающим на очень тяжелое ядро массы M , со спином 0 и зарядом Ze . В лаборатор-

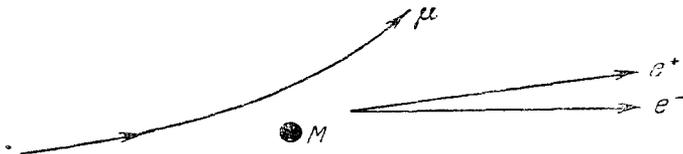


Рис. 26-1.

ных условиях процесс выглядит примерно так, как это изображено на рис. 26-1. Наиболее существенные диаграммы, дающие вклад в этот процесс, изображены на

Порядок сомножителей в этой формуле соответствует следованию вдоль мировой линии каждой из частиц. Спиноры $U(p_1)$, $U(p_2)$ относятся к мюону, $U(q_1)$, $U(q_2)$ — к электронным состояниям, m — масса электрона. Диаграмме b соответствует несколько другая амплитуда. Она равна

$$4\pi e^2 Z \left\{ \bar{U}(q_2) \gamma_\mu \frac{1}{q_1 + k_1 - m} \gamma_\nu U(q_1) \right\} \frac{1}{k_1^2 k_2^2} \times \\ \times [\bar{U}(p_2) \gamma_\nu U(p_1)] (P_1 + P_2)_\mu.$$

Если M очень велико, то

$$(P_1)_\mu = (P_2)_\mu = M \delta_{\mu 4}.$$

Такое приближение соответствует пренебрежению отдачей ядра. Мы покажем теперь, что пренебрежение отдачей эквивалентно учету лишь кулоновского взаимодействия с ядром. Пусть ядро первоначально покоится. Поскольку $P_2 = P_1 + k_1$, то мы имеем

$$2P_1 \cdot k_1 + k_1^2 = 0,$$

или

$$2M\omega_1 + \omega_1^2 + \mathbf{K}_1^2 = 0,$$

так что

$$\omega_1 \simeq -\frac{\mathbf{K}_1^2}{2M} \simeq 0.$$

Следовательно,

$$\frac{1}{k_1^2} \simeq -\frac{1}{\mathbf{K}_1^2}.$$

Последнее выражение соответствует кулоновскому потенциалу в импульсном представлении.

Можно учесть эффект экранировки ядра окружающими его электронами, заменив $1/\mathbf{K}_1^2$ фурье-представлением эффективного потенциала. Так, например, если

$$V(r) = \frac{Ze^2}{r} \exp(-ar),$$

то соответствующее выражение будет

$$\frac{1}{\mathbf{K}_1^2 + a^2}.$$

Мы предположили, что спин ядра равен 0 (амплитуда испускания фотона равна $(4\pi)^{1/2} Ze (P_1 + P_2) \cdot \epsilon$). Допустим,

что спин ядра равен $1/2$. Тогда амплитуда испускания фотона будет равна $(4\pi)^{1/2} Ze\bar{U}(P_2) \hat{\epsilon} U(P_1)$. Имеем

$$\bar{U}(P_2) \gamma_\mu U(P_1) = \frac{1}{2M} \bar{U}(P_2) (\hat{P}_2 \gamma_\mu + \gamma_\mu \hat{P}_1) U(P_1).$$

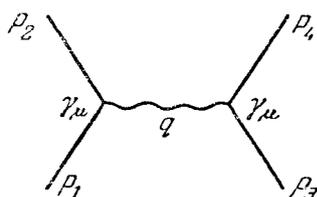
Подставляя сюда $k_1 = P_2 - P_1$, получаем

$$\begin{aligned} \bar{U}(P_2) \gamma_\mu U(P_1) &= \\ &= \frac{(P_1 + P_2)_\mu}{2M} \bar{U}(P_2) U(P_1) + \frac{\bar{U}(P_2) (\hat{k}_1 \gamma_\mu - \gamma_\mu \hat{k}_1) U(P_1)}{4M}. \end{aligned}$$

Первый член есть вклад электрического заряда. В пределе $M \rightarrow \infty$ $\bar{U}(P_2) U(P_1) = 2M$ (нет переворота спина), и мы приходим к тому же самому результату, что и в бесспиновом случае. Второй член представляет вклад магнитного момента. Он пропорционален импульсу отдачи, который в данном случае пренебрежимо мал.

27. ПРОЦЕССЫ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

Рассмотрим рассеяние двух электронов. Член низшего порядка соответствует диаграмме

$$\begin{aligned} \text{Амп.} &= \\ &= [(4\pi)^{1/2} e]^2 (\bar{U}_4 \gamma_\mu U_3) (\bar{U}_2 \gamma_\mu U_1) \frac{1}{q^2}, \\ & \quad q = P_2 - P_1, \end{aligned}$$


а также «обменной» диаграмме.

Допустим теперь, что мы хотим знать результат более точно. Тогда следует рассмотреть две диаграммы, изображенные на рис. 27-1.

Амплитуда для диаграммы *a* равна

$$\begin{aligned} & [(4\pi)^{1/2} e]^4 \int \left\{ \bar{U}_4 \gamma_\nu \frac{1}{\hat{p}_3 + \hat{k} - m} \gamma_\mu U_3 \right\} \times \\ & \quad \times \left\{ \bar{U}_2 \gamma_\nu \frac{1}{\hat{p}_1 - \hat{k} - m} \gamma_\mu U_1 \right\} \frac{1}{k^2} \frac{1}{(q - k)^2} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4}. \end{aligned}$$