

(для данной машины) число разрядов. (В реально существующих конструкциях обычно бывает 30—40 двоичных разрядов.) Если число содержит меньше значащих цифр, то свободные разряды слева заполняются нулями. Если же некоторое число содержит больше цифр, чем предусмотрено разрядов в машине, то это число при вводе в машину округляется (т. е. отбрасываются его младшие разряды). Ограниченность числа разрядов ограничивает, таким образом, и ту точность, с которой мы можем вести вычисления на УЦВМ.

Так как в любой задаче приходится оперировать не только с положительными, но и с отрицательными числами, то нужно предусмотреть способ, с помощью которого в машине фиксируется знак числа. Обычно для этой цели выделяется один разряд (первый слева) и в этом разряде ставят 0, если число положительно, и 1, если отрицательно.

Далее, в вычислительных задачах нам приходится иметь дело, вообще говоря, с дробными числами. Поэтому в машине должна быть предусмотрена, как и в обычной записи чисел, «запятая», отделяющая целую часть числа от дробной. Положение этой запятой может или меняться в процессе вычислений (машины с «плавающей» запятой), или же быть раз навсегда фиксированным (машины с фиксированной запятой). В этом последнем случае число разрядов в целой части числа строго фиксированное. Машины с фиксированной запятой менее удобны: в них для каждой задачи приходится вводить определенные «масштабные факторы», приводящие все встречающиеся в задаче числа к тому порядку величин, который предусмотрен в машине. Однако с точки зрения логической и конструктивной эти машины проще, чем машины с плавающей запятой.

## § 2. Основные операции, выполняемые УЦВМ. Команды

**1. Типы операций.** Мы уже говорили, что работа УЦВМ состоит в выполнении некоторого, сравнительно небольшого числа основных операций. Теоретически можно было бы свести все действия, выполняемые машиной, всего лишь к нескольким, действительно элементарным, действиям. Однако это вызвало бы значительные трудности при составлении программ и при использовании машин. Поэтому в реально существующих машинах не стремятся свести набор основных операций к минимальному. Увеличение количества основных операций усложняет конструкцию, но зато существенно облегчает использование машины. Набор основных операций в различных машинах бывает различным, однако в любой УЦВМ имеются операции следующих типов:

- 1) основные арифметические операции;
- 2) дополнительные операции вычислительного назначения;
- 3) логические операции;

4) операции передачи управления (в частности, *условный переход*);

5) операции обращения к внешним устройствам.

Прежде чем описывать отдельные типы операций, обратим внимание на следующее. Все числа, над которыми производятся операции, мы считаем записанными в ячейках памяти машины, а сами эти ячейки — определенным образом пронумерованными. Если производится какая-либо операция над двумя числами, то мы должны указать 1) номера ячеек, в которых находятся эти числа; 2) действие, которое следует с ними произвести (сложить, умножить и т. п.), и 3) номер ячейки, в которую следует записать результат. Следовательно, каждая «команда», т. е. сигнал, по которому выполняется такая операция, должна содержать три номера ячеек, участвующих в операции (они называются адресами), и указание о том, какая именно операция производится. Иначе говоря, каждая такая команда имеет вид \*)

Название операции	1-й адрес	2-й адрес	3-й адрес
-------------------	-----------	-----------	-----------

Здесь важно обратить внимание на следующее: в команде, по которой выполняется та или иная операция, всегда указываются только номера ячеек, содержащих те числа, над которыми производится операция, но не сами эти числа. Благодаря этому мы можем составлять программу, т. е. последовательность команд, не зная еще тех чисел, с которыми нам придется оперировать.

Перейдем теперь к описанию конкретных операций.

**2. Основные арифметические операции.** В их число входят следующие четыре операции.

1) *Сложение*: «к числу, записанному в ячейке  $\alpha$ , прибавить число, записанное в ячейке  $\beta$ , и результат записать в ячейку  $\gamma$ ». Символически:

сложить	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
---------	----------	---------	----------

2) *Умножение*: «умножить число, стоящее в ячейке  $\alpha$ , на число, стоящее в ячейке  $\beta$ , и записать произведение в ячейку  $\gamma$ ». Символически:

умножить	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
----------	----------	---------	----------

\*) Для простоты изложения мы имеем в виду так называемые трех-адресные машины. Существуют машины, у которых в каждой команде участвует иное количество адресов (одно-, двух- и четырехадресные машины), но мы не будем о них говорить.

3) *Вычитание*: «вычесть из числа, стоящего в ячейке  $\alpha$ , число, стоящее в ячейке  $\beta$ , и записать разность в ячейку  $\gamma$ ». Символически:

вычесть	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
---------	----------	---------	----------

4) *Деление*: «разделить число, записанное в ячейке  $\alpha$ , на число, записанное в ячейке  $\beta$ , и записать результат в ячейку  $\gamma$ ». Символически:

разделить	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
-----------	----------	---------	----------

**3. Дополнительные операции вычислительного назначения.** Число и набор таких операций могут быть различными в различных машинах. Вот некоторые примеры таких операций:

1) *Нахождение минимума двух чисел*: «из двух чисел, стоящих в ячейках  $\alpha$  и  $\beta$ , выбрать меньшее и записать его в ячейку  $\gamma$ », т. е.

min	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
-----	----------	---------	----------

2) *Нахождение максимума двух чисел* определяется аналогично.

3) *Нахождение модуля числа*: «найти модуль числа, находящегося в ячейке  $\alpha$ , и записать его в ячейку  $\gamma$ », т. е.

mod	$\alpha$		$\gamma$
-----	----------	--	----------

Здесь, как и в некоторых других операциях, участвуют не три адреса, а только два.

Чем больше в машине предусмотрено различных дополнительных операций, тем проще и короче составление программы. Во многих современных машинах в число основных операций включают, например, операции извлечения корня, вычисления синуса и т. п., которые на самом деле представляют собой комбинации некоторого числа основных арифметических операций (см. соответствующие программы в § 3).

**4. Поразрядные (логические) операции.** Эти операции характеризуются тем, что в них действия выполняются без переноса цифр из одного разряда в другой. Приведем некоторые примеры таких операций.

1) *Поразрядное сложение*. Операция состоит в том, что числа, стоящие в ячейках  $\alpha$  и  $\beta$ , складываются поразрядно, т. е. каждый разряд из ячейки  $\alpha$  складывается с тем же самым разрядом ячейки  $\beta$

по правилу:

$$0 + 0 = 0, \quad 0 + 1 = 1 + 0 = 1, \quad 1 + 1 = 0.$$

Результат заносится в ячейку  $\gamma$ . Обозначим эту операцию так:

Слож. поразрядн.	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
------------------	----------	---------	----------

2) *Проверка совпадения.* Операция состоит в том, что числа, стоящие в ячейках  $\alpha$  и  $\beta$ , сравниваются поразрядно и в соответствующем разряде ячейки  $\gamma$  пишется единица, если сравниваемые цифры одинаковы, и ноль в противном случае\*). Например, результат сравнения чисел

1 0 1 1 0 1 1 0 1

1 1 0 1 0 0 1 0 0

есть число

1 0 0 1 1 0 1 1 0.

Обозначение этой операции:

Сравн.	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
--------	----------	---------	----------

3) *Логическое отрицание.* Операция состоит в следующем: в ячейке  $\alpha$  стоит некоторое число. В ячейку  $\gamma$  в каждый разряд пишется ноль, если в ячейке  $\alpha$  в этом разряде записана единица, и наоборот. Обозначение:

Отриц. логич.	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
---------------	----------	---------	----------

Набор поразрядных операций также варьируется в зависимости от типа машины.

**5. Операции обращения к внешним устройствам.** Сюда относятся: ввод, запись (передача числа из внутренней памяти во внешнюю), считывание (передача числа из внешней памяти во внутреннюю), печать и останов машины.

1) *Команда ввода* обозначается так:

Ввод	$n-1$	$\alpha+1$	
------	-------	------------	--

Она означает следующее: «ввести в  $n$  ячеек памяти, имеющих номера  $\alpha+1, \alpha+2, \dots, \alpha+n$ , числа (или команды) из вводного устройства (например, с перфоленды или с перфокарт)».

\*) В некоторых типах машин принята обратная система, т. е. совпадение обозначается нулем, а различие — единицей.

## 2) Печать. Команда

Печ.	$\alpha$	$n - 1$	
------	----------	---------	--

означает: «отпечатать (в десятичной системе) числа, содержащиеся в  $n$  ячейках, начиная с ячейки номер  $\alpha$ ».

## 3) Останов \*). Команда

Ост.			
------	--	--	--

представляет собой сигнал, по которому работа машины прекращается.

Внешними запоминающими устройствами, а следовательно, и командами обращения к ним приходится пользоваться в громоздких задачах с длинной программой и большим количеством исходных данных. Мы на них останавливаться не будем.

**6. Операции передачи управления.** Мы уже отмечали, что в команде указываются не сами числа, над которыми выполняются операции, а только их адреса. Именно это и дает возможность спланировать (запрограммировать) весь ход вычислений заранее, до начала решения задачи. Однако при решении многих задач возникают ситуации, в которых дальнейший ход вычислений зависит от того, какой результат мы уже получили на данном этапе. Например, если решается квадратное уравнение, то ход вычислений зависит от того, получится дискриминант этого уравнения положительным или отрицательным. В тех случаях, когда вопрос о дальнейшем ходе вычислений решается в зависимости от результата, полученного на некотором шаге, приходится прибегать к операциям условного перехода.

Приведем несколько примеров таких операций:

1) *Передача управления в зависимости от сравнения двух чисел с учетом знаков.* Обозначение:

Пер. упр. $\leq$	$\alpha$	$\beta$	$k$
------------------	----------	---------	-----

Эта операция состоит в следующем: «сравнить число, стоящее в ячейке  $\alpha$ , с числом, стоящим в ячейке  $\beta$ ; если первое из них больше второго, перейти к выполнению следующей команды, а если первое меньше или равно второму, то выполнять команду, записанную в ячейке с номером  $k$ »

2) *Передача управления в зависимости от сравнения модулей двух чисел.* Обозначение:

Пер. упр. $ \leq $	$\alpha$	$\beta$	$k$
--------------------	----------	---------	-----

\*) В вычислительной технике сложилась почему-то традиция заменять этим терминном равнозначное слово «остановка».

Эта операция аналогична предыдущей, с той лишь разницей, что сравниваются не сами числа, а их абсолютные величины.

3) *Передача управления по знаку числа.* Обозначение:

Пер. упр. по знаку	$\alpha$	$k_1$	$k_2$
--------------------	----------	-------	-------

Эта операция состоит в следующем: «если число, записанное в ячейке  $\alpha$ , положительно, то выполняется команда, записанная в ячейке  $k_1$ , в противном случае выполняется команда, записанная в ячейке  $k_2$ ».

Эта последняя операция может быть использована как операция безусловного (т. е. выполняемого обязательно) перехода к команде с номером  $k$ . Для этого достаточно составить такую команду:

Пер. упр. по знаку	$\alpha$	$k$	$k$
--------------------	----------	-----	-----

Тогда, какое бы число ни было записано в ячейке  $\alpha$ , будет совершаться переход к команде, записанной в  $k$ -й ячейке.

Вычислительная машина выполняет любую из предусмотренных в ней операций по получении соответствующей команды. Эти команды изображаются двоичными числами и записываются, как и исходные данные для решения задачи, в памяти машины. Устройство управления интерпретирует эти команды, т. е. переводит их в определенные комбинации электрических сигналов, управляющие действиями остальных блоков машины.

**7. Осуществление операций в машине.** С инженерной точки зрения вся работа вычислительной машины представляет собой ту или иную переработку комбинаций электрических сигналов, осуществляемую с помощью определенных радиотехнических схем. Мы не будем здесь останавливаться на технической стороне дела, т. е. не будем выяснять, какие именно устройства нужны для осуществления той или иной конкретной операции. Рассмотрим в качестве примера несколько подробнее лишь одну операцию — сложение двух положительных чисел.

В двоичной системе, как и в любой другой позиционной системе счисления, сложение двух многозначных чисел сводится к их поразрядному сложению и переносу в случае необходимости единицы в ближайший старший разряд. Правила, которыми определяется сложение цифр в каждом разряде, состоят в следующем:  $0 + 0 = 0$ ;  $1 + 0 = 0 + 1 = 1$ ;  $1 + 1 = 0$  плюс единица следующего разряда.

Пусть  $a$  и  $b$  — цифры, которые мы должны сложить, выполняя операцию сложения в некотором разряде, а  $c$  — число, которое переносится из предыдущего разряда. Выполнить сложение в данном разряде — это значит по данным  $a$ ,  $b$  и  $c$  (каждое из которых может быть нулем или единицей) найти цифру  $s$ , которая должна быть записана в данном разряде в сумме, и цифру  $p$ , которая должна

быть перенесена в следующий разряд. Легко проверить, что все возможные здесь случаи исчерпываются следующей таблицей:

<i>a</i>	0	1	0	0	1	1	0	1
<i>b</i>	0	0	1	0	1	0	1	1
<i>c</i>	0	0	0	1	0	1	1	1
<i>s</i>	0	1	1	1	0	0	0	1
<i>p</i>	0	0	0	0	1	1	1	1

(\*)

Отсюда ясно, что для осуществления операции суммирования в пределах одного разряда мы должны иметь в машине устройство с тремя входами (отвечающими цифрам *a*, *b* и *c*) и двумя выходами (отвечающими цифрам *s* и *p*), работающее в соответствии с таблицей (\*), т. е. так, что если ни на один из входов не подается напряжения, то на выходах *s* и *p* напряжения тоже нет, если напряжение подается на один из входов, то оно есть на выходе *s* и отсутствует на выходе *p*, и т. д. Устройство, действующее по этим правилам, называется *одноразрядным сумматором*. Такое устройство нетрудно фактически реализовать в виде некоторой радиотехнической схемы, составленной из радиоламп или из полупроводниковых элементов. Мы, однако, не будем приводить эти схемы.

### § 3. Элементы программирования

**1. Общие сведения.** Для решения задачи на УЦВМ весь ход этого решения должен быть представлен как некоторая последовательность тех элементарных операций, которые данная машина может выполнять. Выполнение каждой операции определяется соответствующей командой, а последовательность команд, отвечающая решению данной задачи, называется *программой*. Программирование, т. е. составление программы, — один из основных этапов решения задачи на УЦВМ. Ясно, конечно, что прежде, чем приступить к программированию, нужно выбрать определенный математический метод решения задачи и получить те конкретные формулы, по которым должен происходить расчет.

Программа зависит от тех численных методов, которые мы выбрали для решения задачи (например, для приближенного вычисления интеграла мы можем пользоваться формулой трапеций, формулой прямоугольников или каким-либо иным приемом), и от типа машины, т. е. от набора тех операций, которые может выполнять данная машина. Однако даже если метод счета и тип машины определены, то программа этим еще не определяется однозначно: мы можем разложить