зываемую фазовой траекторией. Фазовое пространство Ф и оператор T составляют математическую модель динамической системы. Исследование поведения динамической системы при таком подходе сводится к изучению характера разбиения фазового пространства Ф на траектории и к выяснению зависимости структуры этого разбиения от значений физических параметров системы.

Другой подход к изучению динамических систем основан на исследовании функциональной стороны рассматриваемой системы. Этот подход может диктоваться невозможностью или отсутствием необходимости проникнуть во все тонкости внутренней структуры динамической системы. Поэтому система в этом случае трактуется как некий «черный ящик», обладающий входными и выходными переменными. Между этими переменными «черный ящик» реализует связь, определяемую некоторым оператором. Таким образом, математическая модель при втором подходе определяется пространствами входов и выходов, а также оператором, который осуществляет однозначное преобразование входных переменных в выходные.

Второй подход оказывается полезным при изучении систем автоматического регулирования, вычислительных машин, поисковых и самообучающихся систем. В этой книге используется первый подход, который позволяет изучить динамику системы с исчерпывающей полнотой.

§ 2. Классификация динамических систем

Математические модели динамических систем можно классифицировать в зависимости от структуры их фазового пространства Ф и вида оператора T. Различают случаи непрерывного и дискретного фазового пространства в зависимости от того, какой ряд значений могут принимать величины x, характеризующие состояние динамической системы: непрерывный или дискретный. Изменение состояния x во времени также может быть непрерывным или дискретным. Изменение непрерывно во времени, если Δt — произвольное неотрицательное число, и дискретно во времени, если Δt может принимать лишь некоторые дискретные положительные значения. Операторы T принято различать по их свойствам и по форме задания. Если оператор T обладает свойством суперпозиции, то он называется линейным. Если оператор T является нелинейным, то и соответствующая динамическая система назы-

вается нелинейной. Кроме того, оператор T может быть непрерывным или дискретным. Форма задания оператора T может быть дифференциальной, интегральной, матричной, табличной и т. д. В этой книге речь пойдет о дискретных математических моделях динамических систем, состояние которых определяется конечным числом переменных, с непрерывным фазовым пространством и непрерывным дифференциальным оператором T, в общем случае нелинейным. Таким образом, мы будем рассматривать динамические системы, описываемые нелинейными дифференциальными уравнениями в обыкновенных производных.

§ 3. Автоколебательные системы. Типовые нелинейности [2]

Среди нелинейных систем особое место занимают автоколебательные системы. Термины «автоколебания» и «автоколебательные системы» предложены более 50 лет тому назад А. А. Андроновым. Явление автоколебаний проявляется в самых разнообразных формах, таких, как, например, свист телеграфных проводов, скрип открываемой двери, звучание человеческого голоса или смычковых и духовых музыкальных инструментов. Автоколебательными системами являются часы, ламповые генераторы электромагнитных колебаний, паровые машины и двигатели внутреннего сгорания, словом, все реальные системы, которые способны совершать незатухающие колебания при отсутствии периодических воздействий извне. (Слово «реальные» здесь означает, что исключается идеализированный случай, когда система не обладает трением.) Характерные свойства автоколебательных систем обусловлены нелинейностью дифференциальных уравнений, которые описывают поведение таких систем. Правые части этих дифференциальных уравнений обычно содержат нелинейные функции фазовых переменных x. На рис. 1.1—1.4 приведены графики функций, которые отражают типовые нелинейности, встречающиеся при рассмотрении многих механических и электрических автоколебательных систем. Характеристика силы сухого (кулонова) трения имеет вид, показанный на рис. 1.1, *а*, где v — относительная скорость трущихся поверхностей. Во многих случаях эту зависимость можно аппроксимировать так называемой z-характеристи-