

вается нелинейной. Кроме того, оператор T может быть непрерывным или дискретным. Форма задания оператора T может быть дифференциальной, интегральной, матричной, табличной и т. д. В этой книге речь пойдет о дискретных математических моделях динамических систем, состояние которых определяется конечным числом переменных, с непрерывным фазовым пространством и непрерывным дифференциальным оператором T , в общем случае нелинейным. Таким образом, мы будем рассматривать динамические системы, описываемые нелинейными дифференциальными уравнениями в обыкновенных производных.

§ 3. Автоколебательные системы. Типовые нелинейности [2]

Среди нелинейных систем особое место занимают автоколебательные системы. Термины «автоколебания» и «автоколебательные системы» предложены более 50 лет тому назад А. А. Андроновым. Явление автоколебаний проявляется в самых разнообразных формах, таких, как, например, свист телеграфных проводов, скрип открываемой двери, звучание человеческого голоса или смычковых и духовых музыкальных инструментов. Автоколебательными системами являются часы, ламповые генераторы электромагнитных колебаний, паровые машины и двигатели внутреннего сгорания, словом, все реальные системы, которые способны совершать незатухающие колебания при отсутствии периодических воздействий извне. (Слово «реальные» здесь означает, что исключается идеализированный случай, когда система не обладает трением.) Характерные свойства автоколебательных систем обусловлены нелинейностью дифференциальных уравнений, которые описывают поведение таких систем. Правые части этих дифференциальных уравнений обычно содержат нелинейные функции фазовых переменных x . На рис. 1.1—1.4 приведены графики функций, которые отражают типовые нелинейности, встречающиеся при рассмотрении многих механических и электрических автоколебательных систем. Характеристика силы сухого (кулонова) трения имеет вид, показанный на рис. 1.1, а, где v — относительная скорость труящихся поверхностей. Во многих случаях эту зависимость можно аппроксимировать так называемой z -характеристи-

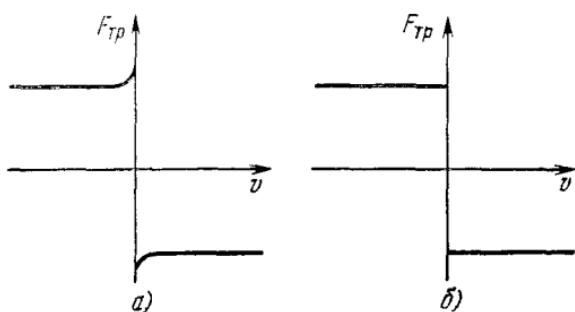


Рис. 1.1

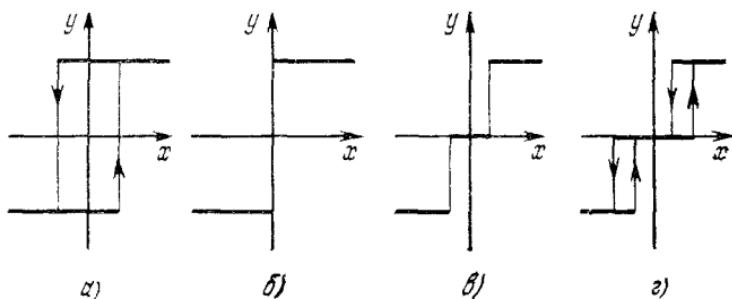


Рис. 1.2

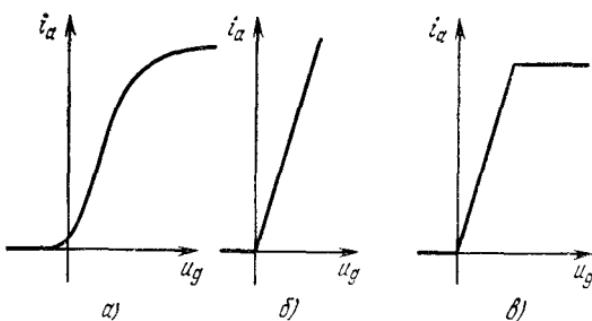


Рис. 1.3

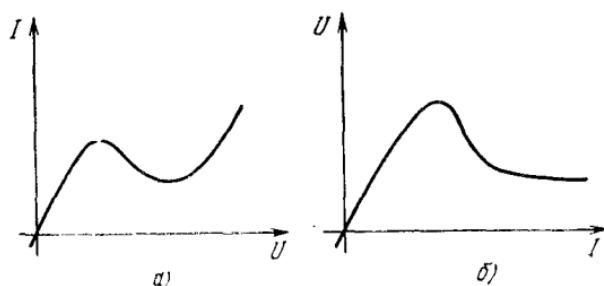


Рис. 1.4

кой (рис. 1.1, б). Некоторые часто встречающиеся характеристики релейных элементов изображены на рис. 1.2. Функции на рис. 1.2, а и г обладают зонами неоднозначности, т. е. имеют гистерезисный характер. Средняя часть кривых на рис. 1.2, в и г указывает на существование зоны нечувствительности. Зависимость анодного тока электронной лампы от сеточного напряжения имеет вид кривой, показанной на рис. 1.3, а. Эту кривую можно аппроксимировать в виде двух полупрямых (рис. 1.3, б) или трех отрезков прямых (рис. 1.3, в) в зависимости от того, в каком режиме работает лампа. Часто используемые в современных радиосхемах тунNELьный диод и динистор имеют характеристики, изображенные соответственно на рис. 1.4, а и б, где I — ток, U — напряжение. Эти и другие аналогичные нелинейности, обладающие участками с отрицательным наклоном касательной, требуют для своей реализации наличия внешних источников энергии.

§ 4. Фазовый портрет динамической системы. Понятие устойчивости движения

Как уже было отмечено выше, исследование поведения динамической системы сводится к изучению поведения траекторий в фазовом пространстве Φ . Структура разбиения пространства Φ на фазовые траектории называется фазовым портретом рассматриваемой динамической системы. С геометрической точки зрения под структурой разбиения фазового пространства на траектории понимается геометрическая картина взаиморасположения фазовых траекторий в пространстве Φ . Следует отметить, что полное описание фазового портрета для произвольной динамической системы представляет собою очень сложную и до сих пор нерешенную проблему. Однако ряд основных особенностей этой структуры изучен, а для некоторых классов динамических систем в настоящее время получено полное описание фазового портрета.

Основную роль в описании структуры фазового пространства динамической системы играет разделение фазовых траекторий на обычные и особые. К последним принадлежат: особые точки, соответствующие состояниям равновесия системы или ее стационарным движениям; изолированные замкнутые траектории, называемые предельными циклами, которые соответствуют периодическим движениям; сепаратрисные кривые и поверхности, кото-