

продолжены. На рис. 7.61 — 7.63 изображены преобразования, также допускающие применение теоремы 7.3 и естественно порождаемые фазовыми траекториями дифференциальных уравнений третьего порядка. На рис. 7.61 области G_1 , G_2 и G_3 представляют последовательные преобразования области G_0 . Такого рода отображение возникает при пересечении сепаратрис седловой неподвижной точки и будет рассмотрено в следующем параграфе. На рис. 7.62 изображено отображение кольца в кольцо. При этом области G и σ преобразуются соответственно в \bar{G} и $\bar{\sigma}$. Наличие изображенного на рис. 7.62 пересечения областей σ и $\bar{\sigma}$ говорит о многозначности вспомогательного отображения, наличии бесконечного числа различных седловых кратных неподвижных точек и о сложной структуре точечного отображения. Рис. 7.63 изображает последовательные преобразования G_1^1 , G_2^1 и G_1^2 , G_2^2 областей G_1^0 и G_2^0 . Такого вида отображение порождается так называемой гомоклинической структурой, которая будет рассмотрена в следующем параграфе.

В заключение заметим, что хотя изложение ради наглядности относилось к двумерным отображениям, все сказанное легко переносится на многомерные отображения, а формулировка и доказательство основной теоремы остаются прежними [41].

§ 4. Гомоклинические структуры

Вернемся к рассмотрению многомерных динамических систем, описываемых гладкими дифференциальными уравнениями. Ранее были рассмотрены малые окрестности состояний равновесия и периодических движений. Естественным дальнейшим шагом является рассмотрение малых окрестностей нескольких фазовых траекторий, составляющих нечто целое. Одним из таких комплексов, рассмотрение которого приводит к нетривиальным результатам, является гомоклиническая структура [40].

Под гомоклинической структурой понимается некоторое множество седловых периодических движений $\Gamma_i^{p,q}$ одного и того же типа и двоякоасимптотических к ним движений γ_{ij}^k . Фазовая траектория γ_{ij}^k двоякоасимптотическая в том смысле, что при $t \rightarrow -\infty$ она асимптотически приближается к периодическому движению $\Gamma_i^{p,q}$, а при $t \rightarrow +\infty$ — к $\Gamma_j^{p,q}$. Гомоклиническая структура опре-

деляется множеством \mathfrak{M} входящих в нее троек (i, j, k) . Принадлежность тройки целых чисел (i, j, k) множеству \mathfrak{M} означает, что в гомоклиническую структуру входят периодические движения $\Gamma_i^{p,q}$ и $\Gamma_j^{p,q}$, а также двоякоасимптотическое к ним движение γ_{ij}^k .

Множество троек \mathfrak{M} может быть представлено графом с направленными ребрами. Для этого каждому седловому движению $\Gamma_i^{p,q}$ сопоставим вершину M_i графа, а каждому двоякоасимптотическому движению γ_{ij}^k — направленное ребро m_{ij}^k , соединяющее вершину M_i с вершиной M_j . На рис. 7.64 изображен граф, отвечающий множеству \mathfrak{M} ,

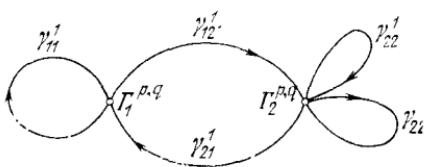


Рис. 7.64

состоящему из троек $(1, 1, 1), (1, 2, 1), (2, 1, 1), (2, 2, 1)$ и $(2, 2, 2)$. На этом рисунке ради простоты вершины и направленные ребра обозначены так же, как и соответствующие им фазовые траектории.

Непосредственно ясно, что граф гомоклинической структуры можно предполагать связным и что наибольший интерес представляют гомоклинические структуры, графы которых содержат замкнутые контуры.

Гомоклинические структуры возможны в динамических системах, описываемых дифференциальными уравнениями, с размерностью, не меньшей трех. Двумерные системы гомоклинических структур иметь не могут. Однако двумерные точечные отображения такие структуры допускают. Для динамической системы, описываемой точечным отображением, под гомоклинической структурой естественно понимать некоторое множество седловых неподвижных точек и двоякоасимптотических к ним фазовых траекторий (последовательностей преобразующихся друг в друга точек). Простейшая гомоклиническая структура для точечного отображения возникает при пересечении сепаратрисных инвариантных многообразий — седловой неподвижной точки двумерного точечного отображения. Возникающая при этом сложная картина взаимопересечений сепаратрисных кривых уже описывалась.

Рассмотрим, как преобразуется в случае пересечения сепаратрисных кривых S^+ и S^-_1 седловой неподвижной

точки $O^{1,1}$ изображенная на рис. 7.65 область G_0 . В окрестности седловой точки происходит сжатие по оси u , касательной к сепаратрисной инвариантной кривой S_1^+ , и растяжение вдоль оси v , касательной к кривой S_1^- . Поэтому область G_0 перейдет в область G_1 . Затем она преобразуется в область G_2 , область G_2 — в G_3 и т. д. При этом придет к первой картинке рис. 7.61. Согласно этой картинке, область G_0 испытывает сжатие вдоль оси u , растяжение вдоль оси v и преобразуется в область G_3 , многократно пересекающую область G_0 . Пусть отображение, преобразующее G_0 в G_3 , есть T^m и область G_3 пересекает область G_0 n раз. Тогда вспомогательное отображение \tilde{T}^m распадается на n однозначных отображений $\tilde{T}_1^m, \dots, \tilde{T}_n^m$, каждое из которых преобразует область G_0 в себя. Отсюда следует, согласно теореме 7.3, что отображение T имеет бесчисленное множество различных кратных неподвижных точек, отвечающих всевозможным различным произведениям вспомогательных отображений $\tilde{T}_1^m, \dots, \tilde{T}_n^m$. Это говорит об очень сложной структуре точечного отображения T в окрестности рассматриваемой гомоклинической структуры.

После этих предварительных пояснений перейдем к общему изучению движений, находящихся в малой окрестности δ произвольной гомоклинической структуры. Для этого прибегнем к методу точечных отображений, для чего каждую замкнутую фазовую траекторию $\Gamma_i^{p,q}$ в некоторой ее точке O_i пересечем секущей S_i . Фазовые траектории, близкие к $\Gamma_i^{p,q}$, порождают на секущей S_i точечное отображение T_i . В окрестности δ_i точки O_i на секущей S_i в подходящим образом выбранной системе локальных координат (u^i, v^i) отображение T_i можно

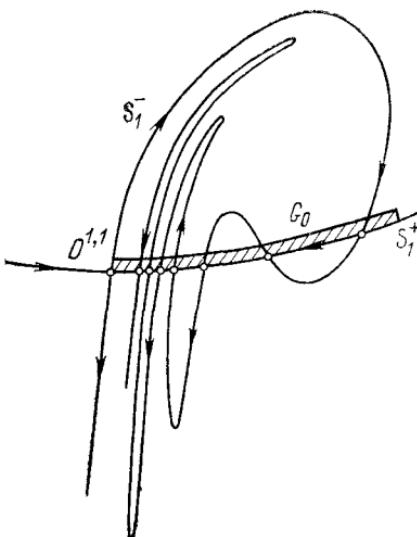


Рис. 7.65

записать в виде

$$\bar{u}^i = [A_i + f_i(u^i, v^i)] u^i, \quad \bar{v}^i = [B_i + g_i(u^i, v^i)] v^i, \quad (7.64)$$

где u^i и v^i — $(p - 1)$ - и соответственно $(q - 1)$ -мерные векторы, A_i и B_i — матрицы с собственными значениями, лежащими внутри и соответственно вне единичного круга, f_i и g_i — гладкие функции, обращающиеся в нуль в точке O_i ($u^i = 0, v^i = 0$). При этом локальные переменные выбраны так, чтобы на пересечениях интегральных многообразий S_q^- и S_p^+ размерностей p и q седлового периодического движения $\Gamma_t^{p, q}$ и секущей S_i имело место $u^i = 0$ и соответственно $v^i = 0$.

Точечное отображение T_i при $v^i = 0$ имеет точку O_i своей устойчивой неподвижной точкой. Отсюда следует, что матрица A_i имеет все собственные значения внутри единичного круга. Аналогично убеждаемся, что матрица B_i имеет все собственные значения вне единичного круга. Далее из равенств $u^i = 0$ и $v^i = 0$ должно следовать $\bar{u}^i = 0$ и $\bar{v}^i = 0$, что и обосновывает вид (7.64) отображения T_i .

Формулы точечного отображения T_i можно записать в виде

$$\bar{u}^i = [A_i + \tilde{f}_i(u^i, \bar{v}^i)] u^i, \quad \bar{v}^i = [B_i^{-1} + \tilde{g}_i(u^i, \bar{v}^i)] \bar{v}^i, \quad (7.65)$$

определенном отображение \tilde{T}_i , вспомогательное к отображению T_i . Вспомогательное отображение \tilde{T}_i определено в некоторой области $D_{\tilde{T}_i}$, заданной неравенствами

$$\|u^i\| \leq \varepsilon, \quad \|\bar{v}^i\| \leq \varepsilon \quad (7.66)$$

с достаточно малым $\varepsilon > 0$, преобразует ее в себя и является в ней сжимающим.

Если эти утверждения не покажутся очевидными, то за разъяснениями можно обратиться к рассмотренному ранее в п. 4 § 3 примеру и к теореме 3.10 книги [41]. Как следует из рассмотрений предыдущего параграфа, в этой области $D_{\tilde{T}_i}$ определены все отображения \tilde{T}_i^n ($n = 1, 2, \dots$); они преобразуют ее в себя и являются в ней сжимающими. При этом коэффициент сжатия оказывается у отображения \tilde{T}_i^n не большим, чем q^n , где $q < 1$ (теорема 3.12 [41]).

Двоякоасимптотическая кривая γ_{ij}^k при $t \rightarrow -\infty$ асимптотически приближается к замкнутой фазовой кри-

вой $\Gamma_i^{p,q}$ и поэтому пересекает секущую поверхность S_i в бесконечной последовательности точек, лежащих на инвариантном многообразии $u^i = 0$ точечного отображения T_i и стремящихся к точке O_i . Аналогично, при $t \rightarrow +\infty$ она пересекает секущую S_j в бесконечной серии точек, стремящихся к точке O_j , для которых координаты $v^j = 0$. В каждой из этих последовательностей выберем по одной точке M_{ij}^k ($u^i = 0, v^i = v_{ij}^k$) и N_{ij}^k ($u^i = u_{ij}^k, v^j = 0$) в достаточной близости соответственно от точек O_i ($u^i = 0, v^i = 0$) и O_j ($u^j = 0, v^j = 0$).

Обозначим через γ_{ij}^k отрезок фазовой траектории γ_{ij}^k , соединяющий точки M_{ij}^k и N_{ij}^k . Фазовые траектории, близкие к γ_{ij}^k , определяют некоторое гладкое точечное отображение L_{ij}^k секущей S_i в секущую S_j вида

$$u^j = u_{ij}^k + h(u^i, v^i - v_{ij}^k), \quad v^j = r(u^i, v^i - v_{ij}^k). \quad (7.67)$$

Это отображение L_{ij}^k инвариантное многообразие $u^i = 0$, лежащее на секущей S_i , преобразует в многообразие, лежащее на секущей S_j и имеющее уравнения

$$u^j = u_{ij}^k + h(0, v^i - v_{ij}^k), \quad v^j = r(0, v^i - v_{ij}^k). \quad (7.68)$$

Преобразованное многообразие, как и исходное, имеет размерность $q - 1$. Многообразие $v^j = 0$ имеет размерность $p - 1$. Поэтому в общем случае пересечение преобразованного многообразия (7.68) и многообразия $v^j = 0$ происходит в отдельных точках и без касаний. Общность пересечений этих многообразий на секущей S_j означает общность пересечения многообразий S_q^- и S_p^+ седловых периодических движений $\Gamma_i^{p,q}$ и соответственно $\Gamma_j^{p,q}$, которую будем предполагать.

Касательные векторы $\delta u^i = 0, \delta v^i \neq 0$ преобразуются в векторы

$$\delta u^j = \frac{\partial h}{\partial v^i} \delta v^i, \quad \delta v^j = \frac{\partial r}{\partial v^i} \delta v^i,$$

среди которых не должно быть, в силу сделанного предположения об отсутствии касания, вектора $\delta u^j \neq 0, \delta v^j = 0$. Это будет иметь место лишь тогда, когда матрица $\partial r / \partial v^i$ невырожденная. Невырожденность в точке

$u^i = 0, v^i = v_{ij}^k$ этой матрицы позволяет разрешить второе из уравнений (7.68) относительно v^i и записать отображение L_{ij}^k в виде

$$u^j = u_{ij}^k + \tilde{h}(u^i, v^j), \quad v^i = v_{ij}^k + \tilde{r}(u^i, v^j), \quad (7.69)$$

соответствующем вспомогательному отображению L_{ij}^k . Это вспомогательное отображение L_{ij}^k определено в некоторой

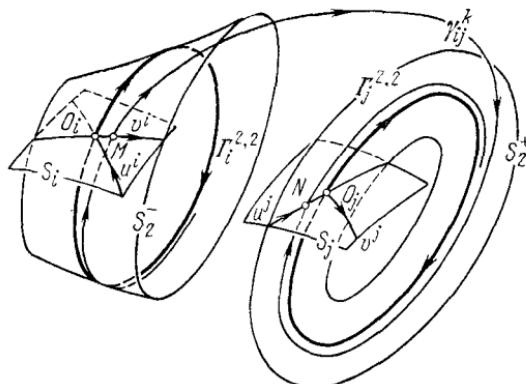


Рис. 7.66

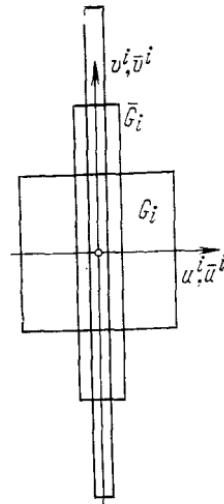


Рис. 7.67

достаточно малой окрестности $D_{L_{ij}^k}$ точки $u^i = 0, v^j = 0$, которую можно определить неравенствами

$$\|u^i\| \leq \delta, \quad \|v^j\| \leq \delta, \quad (7.70)$$

является в ней гладким и имеет константу Липшица, не большую некоторого конечного K .

Проиллюстрируем все сказанное об отображениях T_i и L_{ij}^k и вспомогательных к ним на примере трехмерной динамической системы.

На рис. 7.66 изображены седловые периодические движения $\Gamma_i^{2,2}$ и $\Gamma_j^{2,2}$ и двоякоасимптотическое к ним движение γ_{ij}^k , инвариантные поверхности S_i^- и S_j^+ , которые пересекаются по кривой γ_{ij}^k , а также секущие плоскости S_i и S_j , пересекающие $\Gamma_i^{2,2}$ и $\Gamma_j^{2,2}$ соответственно в точках

O_i и O_j . На секущих указаны координатные линии u^i и v^i , а также точки M_{ij}^k и N_{ij}^k , у которых, чтобы не загромождать рисунок, индексы опущены.

Отображение T_i седлового типа, точка O_i является его неподвижной точкой. Область G_i ($|u^i| \leq \varepsilon, |v^i| \leq \varepsilon$) оно преобразует в область \bar{G}_i . Вид этих областей показан на рис. 7.67. Согласно ранее сказанному, отсюда следует существование однозначного вспомогательного отображения \tilde{T}_i , преобразующего область $D_{\tilde{T}_i}$ ($|u^i| \leq \varepsilon, |\bar{v}^i| \leq \varepsilon$) в область $\bar{D}_{\tilde{T}_i}$, лежащую строго внутри G_i (рис. 7.68).

Отображение \tilde{T}_i^n , вспомогательное к T_i^n , преобразует область G_i в область, стягивающуюся к точке $u^i = 0, \bar{v}^i = 0$ при возрастании n (рис. 7.68). Этот факт геометрически подтверждается тем, что отображение T_i^n с ростом n все более вытягивается при преобразовании области G_i , превращая ее во все более и более тонкую полоску (см. рис. 7.67).

Рассмотрим теперь отображение L_{ij}^k . Отображение L_{ij}^k преобразует точку M_{ij}^k области G_i на секущей S_j в точку

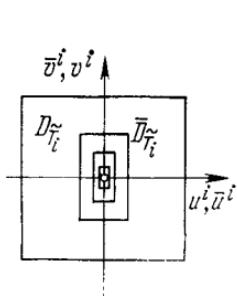


Рис. 7.68

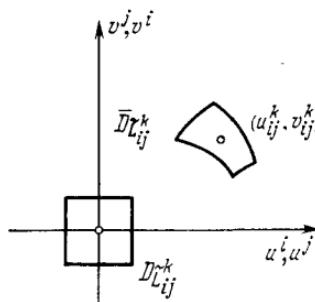


Рис. 7.69

N_{ij}^k области G_j на секущей S_j . При этом кривая S_1^- пересходит в кривую \bar{S}_1^- , пересекающую в точке N_{ij}^k кривую S_1^+ .

Вспомогательное отображение L_{ij}^k в этих условиях определено и однозначно в малой окрестности $D_{L_{ij}^k}$ ($|u^i| \leq \delta, |v^j| \leq \delta$) точки $u^i = 0, v^j = 0$ и преобразует ее в окрестность $\bar{D}_{L_{ij}^k}$ точки $u^j = u_{ij}^k, v^i = v_{ij}^k$ (рис. 7.69).

Вернемся к общему рассмотрению. В дальнейшем

точки M_{ij}^k и N_{ij}^k и величина δ предполагаются выбранными так, чтобы окрестности $D_{\tilde{L}_{ij}^k}$ ($k = 1, 2, \dots, k_{ij}$) вспомогательными отображениями \tilde{L}_{ij}^k преобразовывались в непересекающиеся между собой области, расположенные внутри областей

$$D_{ij} (\ | u^i | \leq \varepsilon, \ | v^j | \leq \varepsilon). \quad (7.71)$$

Этого всегда можно достичнуть за счет выбора точек M_{ij}^k и N_{ij}^k в достаточной близости от точек O_i и O_j и за счет достаточной малости δ .

Уточним теперь определение окрестности рассматриваемой гомоклинической структуры. Эта окрестность, назовем ее δ , составлена из окрестностей $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m$ седловых замкнутых фазовых траекторий $\Gamma_1^{p,q}, \dots, \Gamma_m^{p,q}$ и окрестностей δ_{ij}^k отрезков $\tilde{\gamma}_{ij}^k$ двоякоасимптотических фазовых траекторий γ_{ij}^k . Окрестность δ_i определим как совокупность отрезков фазовых траекторий, начинающихся и кончающихся на секущей поверхности S_i в точках (u^i, v^i) и (\bar{u}^i, \bar{v}^i) , удовлетворяющих условиям

$$\| u^i \| \leq \varepsilon, \quad \| \bar{v}^i \| \leq \varepsilon \quad (7.72)$$

и не имеющих с S_i других пересечений.

Окрестность δ_{ij}^k также определим как совокупность отрезков фазовых траекторий, начинающихся на секущей S_i , кончающихся на S_j и таких, что координаты начала (u^i, v^i) и конца (u^j, v^j) связаны отображением L_{ij}^k , причем $\| u^i \| \leq \delta$, $\| v^j \| \leq \delta$. При неограниченном уменьшении ε и δ окрестности δ и δ_{ij}^k стягиваются к фазовым кривым $\Gamma_i^{p,q}$ и γ_{ij}^k .

Возьмем теперь произвольную фазовую траекторию, целиком лежащую в окрестности δ рассматриваемой гомоклинической структуры. Эта фазовая траектория как при возрастании, так и убывании времени вновь и вновь пересекает секущие поверхности S_1, S_2, \dots, S_m , причем каждые две последовательные точки пересечения связаны между собой одним из преобразований T_i ($i = 1, 2, \dots, m$) или L_{ij}^k ($(i, j, k) \in \mathfrak{M}$). Тем самым каждой фазовой траектории, лежащей целиком в окрестности δ , соответствует некоторая бесконечная в обе стороны последовательность отображений, составленная из отобра-

жений T_i и L_{ij}^k . Целью дальнейшего изложения является изучение этого соответствия. Для этого представим бесконечную в обе стороны последовательность точек и связывающих их отображений в виде схемы

$$\begin{array}{c} \dots \rightarrow u^{i_{j-1}} \rightarrow \bar{u}^{i_{j-1}} \rightarrow u^i_j \rightarrow \bar{u}^i_j \rightarrow \dots \\ | \quad | \quad T_{i_{j-1}}^{n_{j-1}} \quad | \quad L_{i_{j-1}, i_j}^{i_{j-1}} \quad | \quad T_{i_j}^{n_j} \quad | \\ \dots \leftarrow v^{i_{j-1}} \leftarrow \bar{v}^{i_{j-1}} \leftarrow v^i_j \leftarrow \bar{v}^i_j \leftarrow \dots \end{array} \quad (7.73)$$

В силу сделанного определения окрестности δ гомоклинической структуры, в этой схеме точки (u^i_j, \bar{v}^i_j) и $(\bar{u}^{i_{j-1}}, v^i_j)$ ($j = \dots -1, 0, 1, \dots$) принадлежат областям определения вспомогательных отображений $T_{i_j}^{n_j}$ и $L_{i_{j-1}, i_j}^{i_{j-1}}$, т. е.

$$(u^i_j, \bar{v}^i_j) \in D_{T_{i_j}}, \quad (\bar{u}^{i_{j-1}}, v^i_j) \in D_{L_{i_{j-1}, i_j}^{i_{j-1}}} \quad (7.74)$$

и имеют место соотношения

$$\begin{aligned} (\bar{u}^i_j, v^i_j) &= T_{i_j}^{n_j}(u^i_j, \bar{v}^i_j), \\ (u^i_j, \bar{v}^{i_{j-1}}) &= L_{i_{j-1}, i_j}^{i_{j-1}}(\bar{u}^{i_{j-1}}, v^i_j). \end{aligned} \quad (7.75)$$

Имеет место и обратное, т. е. если в схеме вида (7.73) выполнены условия (7.74) и соотношения (7.75), то ей отвечает фазовая траектория, целиком расположенная в окрестности δ и пересекающаяся с секущими поверхностями S_1, S_2, \dots, S_m последовательно при возрастании времени в точках

$$\dots (u^{i_{j-1}}, v^{i_{j-1}}), (\bar{u}^{i_{j-1}}, \bar{v}^{i_{j-1}}), (u^i_j, v^i_j), \dots \quad (7.76)$$

Таким образом, вопрос об изучении движений, целиком расположенных в окрестности δ гомоклинической структуры, свелся к изучению последовательностей точечных отображений.

Точечные отображения этой последовательности имеют вспомогательные отображения, причем отображения T_i^n — сжимающие с коэффициентом сжатия, не большим q^n ($q < 1$), а отображения L_{ij}^k имеют константу Липшица, не большую K . Ради полной определенности примем, что под сжимаемостью отображения T_i^n с коэффициентом сжатия,

не большим q^n , имеется в виду выполнение для него неравенства

$$\|\delta u^j\| + \|\delta v^i\| < q^n (\|\delta u^i\| + \|\delta v^j\|), \quad (7.77)$$

а под ограниченностью константы Липшица для отображения L_{ij}^k — выполнение неравенства

$$\|\delta u^j\| + \|\delta v^i\| < K (\|\delta u^i\| + \|\delta v^j\|). \quad (7.78)$$

Пусть n^* — число, определяемое из условий

$$\varepsilon q^{n^*} < \delta, \quad 2Kq^{n^*} < 1. \quad (7.79)$$

Назовем допустимой всякую последовательность точечных отображений вида

$$\dots T_{i_{j-1}}, \dots T_{i_{j-1}}, L_{i_{j-1}, i_j}^{k_{j-1}} T_{i_j}, \dots T_{i_j} L_{i_j, i_{j+1}}^{k_j}, \dots, \quad (7.80)$$

у которой все тройки $(i_j, i_{j+1}, k_j) \in \mathfrak{M}$. Имеет место следующая теорема.

Теорема 7.4. Для всякой допустимой последовательности (7.80), в которой все отображения T_{ij} повторяются не менее чем n^* раз, в окрестности δ гомоклинической структуры имеется одна и только одна фазовая траектория, отвечающая этой последовательности точечных отображений.

Доказательство этой теоремы полностью подготовлено предшествующим. Осталось его завершить. Для этого достаточно сопоставить допустимой последовательности (7.80) схему вида (7.73) и выбрать в ней точки (u^j, v^j) и (\bar{u}^i, \bar{v}^j) произвольным образом, лишь бы удовлетворялись условия (7.74). Если теперь к этой схеме применить все преобразования $L_{i_j, i_{j+1}}^{k_j}$, а затем все отображения $\bar{T}_{i_j}^{n_j}$, то придет в силу первого из неравенств (7.79) к схеме, опять удовлетворяющей тем же условиям (7.74). Кроме того, в силу второго из условий, эта схема подвергалась сжимающему преобразованию.

Повторяя описанный процесс неограниченное число раз, придет к предельной схеме, удовлетворяющей не только условиям (7.74), но и соотношениям (7.75), что и требовалось.

Заметим, что если второе из условий (7.79) отбросить, то сжимаемость схем при их пересчете описанным образом не будет гарантироваться, но схема после преобразования снова будет удовлетворять условиям (7.74). Этого

достаточно для доказательства существования требуемой фазовой траектории. Однако утверждать, что она единственная, уже нельзя.

Доказанная теорема дает полное описание всех движений, целиком находящихся в достаточно малой окрестности гомоклинической структуры. Совокупность этих движений достаточно сложна. При достаточной малости окрестности δ гомоклинической структуры все эти движения седлового типа. Среди них бесчисленное множество периодических движений, отвечающих всевозможным периодическим последовательностям вида (7.80), асимптотических к этим периодическим, устойчивых по Пуассону непериодических. Несмотря на необычайную сложность этого множества движений, оно не изменяет своей структуры при малых гладких возмущениях правых частей дифференциальных уравнений, поскольку его описание с помощью последовательностей точечных отображений (7.80) при этом не меняется. Пока не происходит бифуркаций самой гомоклинической структуры, не происходит бифуркаций с движениями, находящимися в достаточно малой окрестности гомоклинической структуры.

Доказательство седлового характера движений, находящихся в достаточно малой окрестности δ , непосредственно следует из того, что вспомогательное отображение

$$\widetilde{T_i^{n_i} L_{ij}^k T_j^{n_j}} \quad (7.81)$$

при достаточно больших n_i и n_j является сжимающим, и того, что при уменьшении окрестности δ числа повторений отображений T_{ij} в последовательности (7.80) равномерно неограниченно возрастают.

Заметим, что последовательность отображений (7.80) можно считать составленной из отображений вида

$$T_i^{n_i} L_{ij}^k T_j^{n_j} \quad ((i, j, k) \in \mathfrak{M}), \quad (7.82)$$

что эти отображения при достаточной малости окрестности δ удовлетворяют условиям теоремы 7.3 и поэтому, согласно этой теореме, любое произведение таких отображений

$$T_{i_1}^{n_1} L_{i_1, i_2}^{k_1} T_{i_2}^{n_2} L_{i_2, i_3}^{k_2} \dots T_{i_s}^{n_s} \quad (7.83)$$

имеет в области $D_{\tilde{T}_{i_s}}$ единственную седловую неподвижную точку. Это утверждение в основном исчерпывает содержание теоремы 7.4.