§ 10. Возможные состояния системы двух нуклонов

Система двух нуклонов имеет оператор изотопического спина

$$\hat{\boldsymbol{T}} = \frac{1}{2}\left(\hat{\boldsymbol{\tau}}(1) + \hat{\boldsymbol{\tau}}(2)\right). \tag{10,1}$$

При сложении изотопических спинов применимы обычные правила сложения моментов. Поэтому система двух нуклонов может находиться либо в синглетном ($T = 0$), либо в триплетном ($T = 1$) зарядовых состояниях.

Обозначим функцию зарядовых переменных системы двух нуклонов буквой φ; тогда

$$\hat{\boldsymbol{T}}^2 \varphi_{TT_3} = T(T+1)\varphi_{TT_3}, \tag{10,2}$$

при этом

$$\left.\begin{aligned}
\varphi_{00} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\{\pi(1)\nu(2) - \nu(1)\pi(2)\},\\
\varphi_{10} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\{\pi(1)\nu(2) + \nu(1)\pi(2)\},\\
\varphi_{11} &= \pi(1)\pi(2),\\
\varphi_{1,\,-1} &= \nu(1)\nu(2).
\end{aligned}\right\} \tag{10,3}$$

Если ввести оператор перестановки зарядовых переменных $P_{12}(\tau)$, то

$$P_{12}(\tau)\varphi_{00} = -\varphi_{00}, \quad P_{12}(\tau)\varphi_{1T_3} = \varphi_{1T_3},$$

так как функция φ_{1T_3} симметрична, а функция φ_{00} антисимметрична относительно перестановки зарядовых переменных нуклонов 1 и 2. Учитывая свойства (10,3) функций φ, можно выразить оператор перестановки $P_{12}(\tau)$ через оператор $\hat{\boldsymbol{T}}^2$ простым соотношением:

$$P_{12}(\tau) = \hat{\boldsymbol{T}}^2 - 1. \tag{10,4}$$

В силу (10,1) имеем:

$$\hat{\boldsymbol{T}}^2 = \frac{1}{4}\{\hat{\boldsymbol{\tau}}^2(1) + \hat{\boldsymbol{\tau}}^2(2) + 2\hat{\boldsymbol{\tau}}(1)\hat{\boldsymbol{\tau}}(2)\} = \frac{3}{2} + \frac{\hat{\boldsymbol{\tau}}(1)\hat{\boldsymbol{\tau}}(2)}{2}.$$

Поэтому оператор перестановки зарядовых переменных можно выразить через операторы $\hat{\boldsymbol{\tau}}$:

$$P_{12}(\tau) = \frac{1}{2}(1 + \hat{\boldsymbol{\tau}}(1)\hat{\boldsymbol{\tau}}(2)). \tag{10,5}$$

Сравнивая (10,4) и (10,5), находим:

$$\hat{\boldsymbol{\tau}}(1)\hat{\boldsymbol{\tau}}(2) = 2\hat{\boldsymbol{T}}^2 - 3. \tag{10,6}$$

Обычно состояния с $T = 0$ энергетически более выгодны, чем состояния с бóльшими значениями изотопического спина.

Итак, система двух нуклонов может находиться в двух различных зарядовых состояниях по значению изотопического спина: в синглетном зарядовом состоянии $T = T_3 = 0$, когда один из нуклонов находится в нейтронном состоянии, а другой — в протонном состоянии, и в триплетном зарядовом состоянии $T = 1$, при котором в зависимости от значения T_3 система будет состоять либо из двух протонов ($T_3 = 1$), либо из двух нейтронов ($T_3 = -1$), либо из протона и нейтрона ($T_3 = 0$).

Согласно гипотезе зарядовой независимости ядерных сил все три состояния, принадлежащих зарядовому триплету ($T = 1$), должны были бы иметь одинаковую энергию при отсутствии кулоновского взаимодействия и одинаковости масс нейтрона и протона. Из-за кулоновского взаимодействия энергия состояния $p,p\,(T_3 = 1)$ должна лежать выше энергии состояния $p,n\,(T_3 = 0)$; разница в массе протона и нейтрона действует в обратном направлении. В таблице 5 указана симметрия волновых функций относительно перестановки пространственных, спиновых и зарядовых координат для возможных состояний системы двух нуклонов с учетом обобщенного принципа Паули.

Таблица 5. Свойства симметрии волновых функций двух нуклонов

Функция	$T=0$		$T=1$	
Пространственные переменные . .	Симметрична	Антисимметрична	Антисимметрична	Симметрична
Спиновые переменные	Симметрична	Антисимметрична	Симметрична	Антисимметрична
Зарядовые переменные	Антисимметрична		Симметрична	

Для обозначения спиновых состояний системы нуклонов обычно заимствуют терминологию, взятую из спектроскопии. Если общий спин системы равен S, то величина $2S + 1$ называется *мультиплетностью* данного состояния. Состояния с $S = 0$ называются *синглетными*, состояния с $S = {}^1/_2$ — *дублетными*, состояния с $S = 1$ называются *триплетными*. Система двух нуклонов может находиться только в синглетном или в триплетном спиновых состояниях.

Если силы взаимодействия между двумя нуклонами центральные, то состояния системы двух нуклонов будут характеризоваться определенным значением орбитального момента. Поэтому надо различать состояния системы двух нуклонов путем указания значения орбитального момента системы L и значения полного момента системы J, равного векторной сумме спинового и орбитального моментов: $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{L} + \boldsymbol{S}$.

Состояние с полным моментом, равным J, орбитальным моментом L и спином S кратко обозначается так:

$$^{(2S+1)}L_J. \qquad (10,7)$$

Вместо числового значения L обычно в (10,7) ставятся буквы латинского алфавита; при этом значениям L, равным 0, 1, 2, ... , сопоставляют соответственно буквы S, P, D, F, G и далее в порядке нормального латинского алфавита. В частности, синглетные спиновые состояния системы двух нуклонов могут быть записаны в виде $^1S_0$, $^1P_1$, $^1D_2$, ... ; триплетные спиновые состояния той же системы — в виде $^3S_1$, $^3P_0$, $^3P_1$, $^3P_2$, $^3D_1$, $^3D_2$, $^3D_3$, ...

Инвариантность уравнения Шредингера для системы A нуклонов относительно изменения знаков всех пространственных координат (преобразование инверсии) приводит к закону сохранения четности координатной волновой функции системы. Поскольку двукратное применение преобразования инверсии приводит к тождественному преобразованию, то все состояния системы можно разделить по отношению к преобразованию инверсии на четные (положительная четность) и нечетные (отрицательная четность). Состояние называется четным или положительной четности, если при преобразовании инверсии волновая функция системы не изменяется. Состояние называется нечетным или отрицательной четности, если при операции инверсии волновая функция меняет знак.

Для систем, состоящих только из двух нуклонов, четность волновой функции равна $(-1)^L$; следовательно, она определяется четностью числа L. Таким образом, четными состояниями будут S, D, G, ... , нечетными P, F, ... *).

Состояния системы двух нуклонов можно классифицировать по значениям полного момента J, полного спина S и четности. В таблице 6 указаны возможные состояния системы двух нуклонов для случая $J=0$, 1, 2; в скобках указаны возможные значения полного изотопического спина.

Следует, конечно, иметь в виду, что каждое из состояний, приведенных в таблице 6, с $J\neq 0$ имеет $2J+1$-кратное вырождение по

*) При исследовании четности волновой функции системы частиц следует, вообще говоря, учитывать еще внутреннюю четность частиц, которая принимает значения ± 1 и определяет свойства преобразования волновой функции покоящейся частицы относительно преобразования инверсии. Так, например, частицы с нулевым спином могут иметь положительную (скаляр) и отрицательную (псевдоскаляр) внутреннюю четность. В случае нуклонов (как и других частиц с полуцелым спином) можно говорить об относительной внутренней четности. При этом оказывается, что протоны и нейтроны имеют одинаковую относительную внутреннюю четность. Поэтому указанная выше четность состояний системы двух нуклонов не изменится и при учете относительной внутренней четности нуклонов. Более подробные сведения о свойствах симметрии волновых функций элементарных частиц можно найти в работе И. С. Шапиро [7].

Таблица 6. Возможные состояния системы двух нуклонов

	Спиновое синглетное состояние		Спиновое триплетное состояние	
	четное	нечетное	четное	нечетное
$J=0$	$^1S_0\,(T=1)$	—	—	$^3P_0\,(T=1)$
$J=1$	—	$^1P_1\,(T=0)$	$^3S_1,\ ^3D_1\,(T=0)$	$^3P_1\,(T=1)$
$J=2$	$^1D_2\,(T=1)$	—	$^3D_2\,(T=0)$	$^3P_2,\ ^3F_2\,(T=1)$

значению проекции момента J_z и $2T+1$-кратное вырождение по значению T_3.

Угловая зависимость волновых функций указанных выше состояний системы двух нуклонов определяется такими линейными комбинациями сферических Y_{Lm} и спиновых функций $\chi_{Sm'}$, которые будут собственными функциями операторов квадрата полного момента J и его проекции $J_z=M$. Такие комбинации просто выражаются (см. приложение I, § В) через коэффициенты векторного сложения:

$$\Phi_{JLS}^{M}=\sum_{m'}(LSmm'\,|\,JM)\,Y_{Lm}\chi_{Sm'},$$

где $M=m+m'$. Функция Φ_{JLS}^{M} называется сферической функцией со спином; она зависит от координат, спина и угловых переменных.