

то спин ядра будет определяться значением Ω последнего нечетного нуклона: $K = \Omega$. Одному и тому же значению спина ядра могут соответствовать одно из двух значений абсолютной величины проекции орбитального момента $\lambda = \Omega \pm 1/2$.

Схема одночастичных уровней энергии, соответствующих осцилляторному аксиально-симметричному потенциалу со спин-орбитальным взаимодействием, вычисленная Нильсоном [36]. Рис. 9 воспроизводит часть этой схемы отображающую зависимость первых 10 уровней ядра от величины a , определяющей отклонение ядра от сферической формы $R(\theta) = R_0[1 + aY_{20}]$. Из рис. 9 видно, что с ростом a увеличивается расщепление уровней, вырожденных в сферическом ядре.

§ 18. Капельная, или гидродинамическая, модель атомного ядра

В оболочечной, или одночастичной, модели атомного ядра исходят из предположения о независимом движении нуклонов в некотором эффективном поле ядра, которое учитывает средний эффект взаимодействия между нуклонами. В капельной модели ядра исходят из противоположного приближения, ядро рассматривается как капля почти несжимаемой жидкости очень большой плотности $\sim 10^{14}$ г/см³. Такое представление базируется на опытных фактах о пропорциональности объема ядра числу находящихся в нем нуклонов и о приблизительной пропорциональности энергии связи ядра числу нуклонов в ядре. Поскольку нуклон на поверхности ядра взаимодействует с меньшим числом нуклонов, чем нуклон, находящийся внутри ядра, то общая энергия связи уменьшается на некоторую величину, пропорциональную поверхности ядра. Таким образом, можно говорить о поверхностной энергии ядра.

Энергия связи, приходящаяся на один нуклон, согласно капельной модели ядра выражается полуэмпирической формулой Вайцекера [37] для основных состояний ядер:

$$f = -\epsilon_1 + b\epsilon_1 \left(\frac{A-2Z}{A} \right)^2 + 4\pi r_0^2 A^{-1/3} \sigma + \frac{3}{5} \frac{e^2 Z^2}{r_0 A^{1/3}}, \quad (18,1)$$

где

$$\epsilon_1 = 14,66 \text{ Мэв}; \quad b = 1,40; \quad 4\pi r_0^2 \sigma = 15,4 \text{ Мэв}, \quad r_0 = 1,42 \cdot 10^{-13} \text{ см}. \quad (18,1a)$$

Третий член в (18,1) описывает поверхностное натяжение, а четвертый электростатические силы отталкивания. Формула (18,1) удовлетворительно*) передает экспериментальный ход энергии связи, приходящейся на один нуклон от массового числа A .

*) В связи с тем, что согласно современным экспериментальным данным распределение заряда в ядре характеризуется значением r_0 , меньшим, чем приведенное в (18,1a) (см. § 4), возникла необходимость в уточнении постоянных, входящих в полуэмпирическую формулу (18,1) для энергии связи. Соглас-

Капельная модель ядра впервые была введена Нильсом Бором [39] и успешно применялась для объяснения некоторых свойств невозбужденных ядер и ядерных реакций.

Представление о ядре как о жидкой капле позволяет рассматривать коллективные движения нуклонов, приводящие к поверхностным и объемным колебаниям. Обычно принимают плотность ядра постоянной, и «коллективное» движение нуклонов рассматривается как деформация поверхности ядра без изменения его объема.

При малых деформациях капли относительное отклонение поверхности ядра от сферической формы радиуса R_0 может быть разложено в ряд по сферическим функциям:

$$\Delta R = R(\theta, \varphi) - R_0 = R_0 \sum_{\lambda, \mu} \alpha_{\lambda, \mu} Y_{\lambda, \mu}(\theta, \varphi). \quad (18,2)$$

Координаты $\alpha_{\lambda, \mu}$ являются комплексными; чтобы (18,2) было вещественным, необходимо выполнение дополнительных условий $\alpha_{\lambda, \mu} = (-1)^\mu \alpha_{\lambda, -\mu}^*$. Поскольку значению $\lambda=1$ соответствует смещение всего ядра как целого, в (18,2) надо брать $\lambda \geq 2$. Далее ввиду того, что число частиц в ядре конечно, мы должны ограничить значения λ сверху ($\lambda < A^{1/3}$), чтобы можно было использовать приближение континуума. Наконец, требование сохранения объема ядра

$$\frac{1}{3} \int R^3(\theta, \varphi) d\Omega = \frac{4\pi}{3} R_0^3$$

в первом приближении сводится к условию

$$\int \Delta R(\theta, \varphi) d\Omega = 0,$$

из которого следует $\alpha_{00} = 0$. Потенциальная энергия деформации ядра, выраженная через квадраты модулей относительных смещений (18,2), имеет вид [40, 41]

$$V = \frac{1}{2} \sum_{\lambda, \mu} C_\lambda |\alpha_{\lambda, \mu}|^2. \quad (18,3)$$

Коэффициенты C_λ определяют деформируемость ядра и выражаются через коэффициент поверхностного натяжения σ и заряд ядра (в пред-

по Грину [38] значение f можно выразить формулой

$$f = -a_1 + a_2 A^{-1/3} + a_3 \frac{Z^2}{A^{4/3}} + a_4 \frac{(A-2Z)^2}{4A^2}.$$

Входящие сюда постоянные, выраженные в единицах энергии, соответствующей миллиатомной единице массы (0,9311 Мэв), имеют следующие значения:

$$a_1 = 16,9177; \quad a_2 = 19,120; \quad a_3 = 101,777;$$

$$a_4 = \frac{3e^2}{5r_0} = 0,76278; \quad r_0 = 1,2162 \cdot 10^{-13} \text{ см.}$$

положении однородного распределения заряда) формулой

$$C_\lambda = (\lambda - 1) \left\{ (\lambda + 2) R_0^2 \sigma - \frac{3}{2\pi} \frac{e^2 Z^2}{(2\lambda + 1) R_0} \right\}, \quad (18,4)$$

где коэффициент поверхностного натяжения σ определяется формулой Вайцекера (18,1a).

Кинетическая энергия колебания поверхности ядра выражается через скорости $\dot{\alpha}_{\lambda\mu}$:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} B_\lambda |\dot{\alpha}_{\lambda\mu}|^2. \quad (18,5)$$

Величина B_λ для несжимаемого ядра с плотностью ρ имеет значение

$$B_\lambda = \rho R_0^5 \lambda^{-1}. \quad (18,6)$$

Из (18,3) и (18,5) следует, что поверхность ядра может совершать колебания с частотой

$$\omega_\lambda = \sqrt{\frac{C_\lambda}{B_\lambda}}. \quad (18,7)$$

Если C_λ и B_λ рассматривать как параметры теории, то (18,3) и (18,5) будут представлять наиболее общие выражения, определяющие потенциальную и кинетическую энергию малых поверхностных колебаний. Явный же вид зависимости коэффициентов (18,4) и (18,6) от поверхностного натяжения, плотности и заряда ядерного вещества связан с так называемым гидродинамическим приближением, согласно которому поверхностные колебания ядерного вещества рассматриваются как безвихревое движение жидкости постоянной плотности. В приложении IV дается краткий вывод выражений (18,4) и (18,6).

Условием устойчивости ядра является неравенство $C_\lambda > 0$, так как только при выполнении этого неравенства минимум потенциальной энергии согласно (18,3) будет соответствовать конечным значениям $\alpha_{\lambda\mu}$. С помощью (18,4) неравенство $C_\lambda > 0$ можно заменить неравенством

$$(\lambda + 2) R_0^2 \sigma > \frac{3}{2\pi} \frac{e^2 Z^2}{R_0 (2\lambda + 1)}. \quad (18,8)$$

Полагая здесь $\lambda = 2$ и беря значения параметров из (18,1a), находим условие устойчивости ядер:

$$Z^2 A^{-1} < 49. \quad (18,9)$$

Это условие было впервые получено Я. Френкелем [42]*). Любое ядро, не удовлетворяющее требованию (18,9), должно деформироваться и развалиться на части. Это является одной из причин отсутствия ядер с большими зарядами.

У элементов конца периодической системы Менделеева отношение Z^2/A принимает значения 35,5 у U^{238} , 36,5 у Am^{241} , 39,3 у Cf^{244} и 40,3 у Ct^{248} .

*) Я. Френкель пользовался другими значениями параметров, поэтому для критического значения Z^2/A он получил меньшее значение.

Ядра, у которых Z^2/A мало отличается от критического значения ~ 49 , согласно капельной модели должны иметь близкие к нулю частоты поверхностных колебаний.

По-видимому, наибольшее значение имеют только деформации второго порядка ($\lambda=2$), соответствующие деформациям эллипсондального типа с произвольной ориентацией осей эллипсоида. Общая деформация этого типа характеризуется величиной

$$\beta^2 \equiv \sum_{\mu} |\alpha_{2\mu}|^2,$$

при этом потенциальная энергия деформации ядра принимает вид

$$V = \frac{1}{2} C_2 \beta^2. \quad (18,3a)$$

Для средних и тяжелых устойчивых ядер коэффициент $C_2 \approx 60 \text{ Мэв}$.

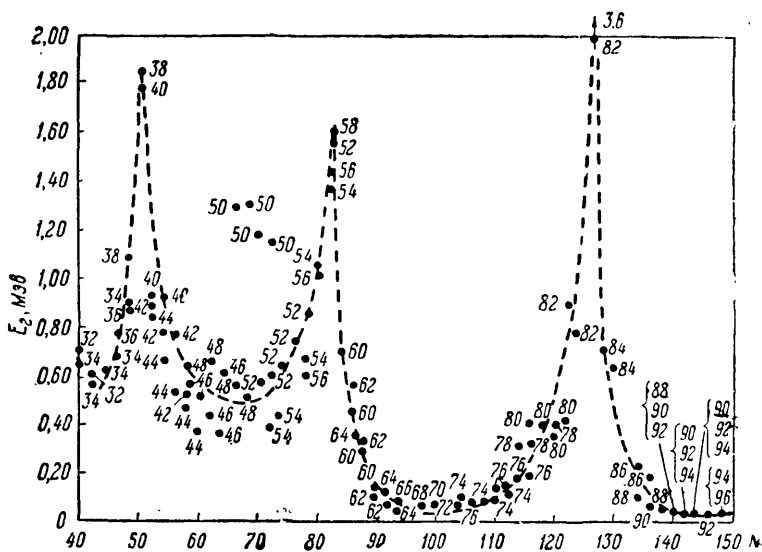


Рис. 10. Энергия первого возбужденного состояния четно-четных ядер как функция числа нейтронов.

поэтому энергия первого возбужденного уровня согласно гидродинамической модели должна определяться формулой

$$E = \hbar \sqrt{\frac{C_2}{B_2}} \approx \left(\frac{100}{A^{1/3}} \right) \text{ Мэв}. \quad (18,10)$$

Однако эксперимент не подтверждает правильность этого соотношения. Энергия первого возбужденного уровня не является монотонной функцией массового числа, а сильно зависит от структуры ядра. На рис. 10

приведены значения энергии первого возбужденного состояния четно-четных ядер в зависимости от числа нейтронов в ядре. Числа протонов указаны у экспериментальных точек.

Для объяснения экспериментально наблюдаемой зависимости энергии возбуждения первого уровня надо предположить, что коэффициент поверхностного натяжения очень сильно зависит от структуры ядра [43]. Особенно велико поверхностное натяжение у магических ядер.

Итак, капельная модель ядра объясняет зависимость энергии связи ядра от массового числа, неустойчивость тяжелых ядер по отношению к делению, однако она дает неправильные значения энергии возбужденных состояний ядер и не в состоянии количественно объяснить магнитные моменты и электрические квадрупольные моменты ядер.

Гидродинамическое описание коллективных свойств нуклонов в ядре широко используется в обобщенной модели, которую мы рассмотрим в следующем параграфе. Поэтому мы исследуем здесь более подробно энергию поверхностных колебаний ядра, используя гидродинамическое приближение (несжимаемая, безвихревая жидкость).

В случае деформаций эллипсоидального типа, описываемых сферическими функциями с $\lambda=2$, полная классическая энергия поверхностных колебаний ядра выражается через значения $\alpha_{2\mu} \equiv \alpha_{\mu}$ и их производные по времени с помощью формулы

$$E = \frac{1}{2} \sum_{\mu=-2}^2 \{B |\dot{\alpha}_{\mu}|^2 + C |\alpha_{\mu}|^2\}, \quad (18,11)$$

где α_{μ} определяются отклонением формы поверхности $R(\theta, \varphi)$ ядра от сферически симметричной R_0 с помощью равенства

$$R(\theta, \varphi) - R_0 = R_0 \sum_{\mu=-2}^2 \alpha_{\mu} Y_{2\mu}(\theta, \varphi), \quad (18,12)$$

при этом из условия действительности левой части равенства (18,12) следует $\alpha_{\mu} = (-1)^{\mu} \alpha_{-\mu}^*$.

Введем теперь предположение (адиабатичность), что колебания поверхности около некоторой равновесной формы происходят значительно быстрее, чем изменение ориентации этой равновесной формы в пространстве.

Мы ограничились рассмотрением только деформаций эллипсоидального типа, поэтому равновесная форма ядра будет эллипсоидом. Направим оси координат ξ, η, ζ вдоль главных осей этого эллипсоида. Тогда ориентация ядра в пространстве будет определяться углами Эйлера $\theta_1, \theta_2, \theta_3$.

Колебания поверхности ядра относительно системы осей $\xi\eta\zeta$ будут описываться внутренними координатами a_{ν} , определяемыми соотношением

$$R - R_0 = R_0 \sum_{\nu=-2}^2 a_{\nu} Y_{2\nu}(\theta', \varphi'), \quad (18,13)$$

где θ', φ' — полярные углы в системе координат $\xi\eta\zeta$.

Поскольку оси координатной системы $\xi\eta\zeta$ выбраны вдоль главных осей эллипсоида деформации, то должны выполняться равенства

$$a_1 = a_{-1} = 0, \quad a_2 = a_{-2}. \quad (18,13a)$$

В частном случае тела, обладающего аксиальной симметрией,

$$a_2 = a_{-2} = 0.$$

Для перехода от переменных α_μ к внутренним переменным a_ν и углам Эйлера θ_i воспользуемся преобразованием сферических функций при вращении системы координат (см. приложение I, § E)

$$Y_{2\mu}(\theta, \varphi) = \sum_{\nu} D_{\mu\nu}^{(2)}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) Y_{2\nu}(\theta', \varphi').$$

Подставляя это значение в (18,12), имеем:

$$R - R_0 = R_0 \sum_{\mu\nu} \alpha_\mu D_{\mu\nu}^{(2)} Y_{2\nu}(\theta', \varphi'). \quad (18,14)$$

Сравнивая (18,14) с (18,13), найдем:

$$a_\nu = \sum_{\mu} \alpha_\mu D_{\mu\nu}^{(2)}. \quad (18,15)$$

В силу (18,13a) из пяти внутренних координат a_ν только две являются независимыми. В качестве таких двух координат выберем согласно О. Бору [40] две действительные величины β и γ с помощью соотношений:

$$a_0 = \beta \cos \gamma, \quad a_2 = a_{-2} = \beta \frac{\sin \gamma}{\sqrt{2}}. \quad (18,16)$$

Величина β определяет общую деформацию ядра, связанную с изменением потенциальной энергии ядра при отклонении его формы от сферической; γ характеризует отклонение формы ядра от аксиальной симметрии.

Подставим (18,16) в (18,13); тогда получим:

$$R - R_0 = R_0 \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta \left\{ \cos \gamma \cdot \left[\frac{3}{2} \cos \theta' - \frac{1}{2} \right] + \sin \gamma \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \sin^2 \theta' \cos 2\varphi' \right\}.$$

Полагая здесь значения θ' , φ' равными последовательно $(0, 0)$, $(\frac{\pi}{2}, 0)$ и $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, определим главные полуоси ядра:

$$R_3 \equiv R(0, 0) = R_0 \left(1 + \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta \cos \gamma \right),$$

$$R_2 \equiv R\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) = R_0 \left(1 - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta \cos \gamma + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{15}{4\pi}} \beta \sin \gamma \right),$$

$$R_1 \equiv R\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) = R_0 \left(1 - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta \cos \gamma - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{15}{4\pi}} \beta \sin \gamma \right).$$

Следовательно, изменение трех осей эллипсоида выражается через β и γ соотношением

$$\Delta R_\lambda \equiv R_\lambda - R_0 = R_0 \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta \cos\left(\gamma - \lambda \frac{2\pi}{3}\right), \quad \lambda = 1, 2, 3.$$

Если $\gamma = 0$, то

$$\Delta R_1 = \Delta R_2 = -\frac{1}{2} R_0 \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta < 0, \quad \Delta R_3 = R_0 \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta > 0,$$

что соответствует вытянутому эллипсоиду вращения.

Переход от координат α_μ к координатам $\beta, \gamma, \theta_1, \theta_2, \theta_3$, осуществляемый с помощью соотношений (18,15) и (18,16), является неоднозначным, так как он зависит от выбора наименования осей ξ, η, ζ и от выбора направления отсчета по каждой из них. Из пяти переменных $\beta, \gamma, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ только одна $\beta \geq 0$ определяется однозначно равенством

$$\beta^2 = \sum_{\mu} |\alpha_{\mu}|^2.$$

Волновые функции, описывающие состояние системы в переменных $\beta, \gamma, \theta_1, \theta_2, \theta_3$, должны быть инвариантны относительно указанных выше преобразований осей координат ξ, η, ζ . Эти преобразования могут быть выражены через три оператора \hat{R}_1, \hat{R}_2 и \hat{R}_3 , действующие на переменные $\gamma, \theta_1, \theta_2, \theta_3$. \hat{R}_1 соответствует изменению направления отсчета по осям η и ζ и определяется равенством

$$\hat{R}_1(\gamma, \theta_1, \theta_2, \theta_3) = (\gamma, \theta_1 + \pi, \pi - \theta_2, -\theta_3), \quad \hat{R}_1^2 = 1. \quad (A)$$

Таким образом,

$$\hat{R}_1 D'_{MK}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = \exp\{i\pi(J+K)\} D'_{M, -K}(\theta_1, \theta_2, \theta_3).$$

\hat{R}_2 соответствует вращению на 90° осей ξ и η вокруг оси ζ и определяется равенством

$$\hat{R}_2(\gamma, \theta_1, \theta_2, \theta_3) = \left(-\gamma, \theta_1, \theta_2, \theta_3 + \frac{\pi}{2}\right), \quad \hat{R}_2^2 = 1. \quad (B)$$

При этом

$$\hat{R}_2 D'_{MK}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = \exp\left\{i \frac{\pi}{2} K\right\} D'_{MK}(\theta_1, \theta_2, \theta_3).$$

Оператор \hat{R}_3 соответствует циклической перестановке осей ξ, η, ζ и определяется равенствами

$$\left. \begin{aligned} \hat{R}_3(\gamma) &= \left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right), \\ \hat{R}_3 D'_{MK}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) &= \sum_{K'} D'_{MK'}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) D'_{K'K}\left(0, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right). \end{aligned} \right\} (B)$$

Все остальные преобразования (оставляющие систему координат право-винтовой) могут быть выражены через \hat{R}_1 , \hat{R}_2 и \hat{R}_3 с помощью формулы

$$\hat{R} = \hat{R}_1^{n_1} \hat{R}_2^{n_2} \hat{R}_3^{n_3}, \quad (\Gamma)$$

где n_1 , n_2 , n_3 — целые числа.

Требование инвариантности относительно преобразования (Г) волновых функций, описывающих коллективные движения в переменных β , γ , θ_1 , θ_2 , θ_3 , аналогично условиям симметрии, накладываемым на волновые функции, описывающие колебания и вращения молекул, состоящих из одинаковых ядер с нулевым спином.

Из инвариантности волновых функций по отношению к преобразованию (В) следует, что волновая функция должна быть периодической функцией по γ с периодом $\frac{2\pi}{3}$. При описании коллективных движений четно-четных ядер волновая функция не зависит от θ_3 . В этом случае из инвариантности по отношению к преобразованиям (В) и (Б) следует, что волновые функции должны быть однозначными функциями $\cos 3\gamma$. В общем случае волновая функция, зависящая от координат β , γ , θ_1 , θ_2 , θ_3 , может быть записана в виде

$$\Psi_{JM, \alpha} = \sum_{K'=-J}^J G_{J\alpha, K}(\beta, \gamma) D'_{MK}(\theta_1, \theta_2, \theta_3).$$

Требования симметрии (А), (Б) и (В) накладывают определенные ограничения на функции $G'_{\alpha, K}$, которые могут быть выражены равенствами:

$$G_{J\alpha, K}(\beta, \gamma) = \exp\{i\pi(J+K)\} G_{J\alpha, -K}(\beta, \gamma), \quad (A')$$

$$G_{J\alpha, K}(\beta, \gamma) = \exp\left\{i\frac{\pi}{2}K\right\} G_{J\alpha, K}(\beta, -\gamma), \quad (B')$$

$$G_{J\alpha, K}(\beta, \gamma) = \sum_{K'} D'_{KK'}\left(0, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) G_{K'}\left(\beta, \gamma - \frac{2\pi}{3}\right). \quad (B')$$

Дважды применяя (Б'), находим, что $G_{J\alpha, K}$ должно обращаться в нуль при нечетных K . Если учесть, что K принимает только четные значения, то (А') переходит в

$$G_{J\alpha, K}(\beta, \gamma) = (-1)^J G_{J\alpha, -K}(\beta, \gamma).$$

Преобразуем энергию поверхностных колебаний (18,11) к новым переменным β , γ , θ_i . Вследствие унитарности матрицы $D_{\mu\nu}$ имеем:

$$\sum_{\mu} |\alpha_{\mu}|^2 = \sum_{\nu} a_{\nu}^2 = \beta^2;$$

поэтому потенциальная энергия принимает вид

$$V = \frac{1}{2} \sum_{\mu} C |\alpha_{\mu}|^2 = \frac{1}{2} C \beta^2. \quad (18,17)$$

Для преобразования кинетической энергии продифференцируем по времени равенство, обратное (18,15):

$$\alpha_\mu = \sum_\nu D_{\mu\nu}^* a_\nu;$$

получим:

$$\dot{\alpha}_\mu = \sum_\nu (D_{\mu\nu}^* \dot{a}_\nu + \dot{D}_{\mu\nu}^* a_\nu).$$

Таким образом, кинетическая энергия поверхностных колебаний принимает вид

$$T = \frac{B}{2} \sum_\mu |\dot{\alpha}_\mu|^2 = T_\nu + \frac{B}{2} \sum_{\mu\nu\nu'} \{ \dot{D}_{\mu\nu}^* D_{\mu\nu'} a_\nu \dot{a}_{\nu'} + D_{\mu\nu}^* \dot{D}_{\mu\nu'} \dot{a}_\nu a_{\nu'} \} + T_r, \quad (18,18)$$

где

$$T_\nu = \frac{B}{2} \sum_{\mu\nu\nu'} \dot{a}_\nu \dot{a}_{\nu'} D_{\mu\nu}^* D_{\mu\nu'} = \frac{B}{2} (\dot{\beta}^2 + \dot{\beta}^2 \dot{\gamma}^2), \quad (18,19)$$

$$T_r = \frac{B}{2} \sum_{\mu\nu\nu'} \dot{D}_{\mu\nu}^* \dot{D}_{\mu\nu'} a_\nu a_{\nu'}. \quad (18,19a)$$

T_ν можно назвать кинетической энергией поверхностных колебаний ядра в системе координат, связанной с его главными осями. Пользуясь значениями производных по времени от обобщенных сферических функций, приведенными в приложении I, § 3:

$$\dot{D}_{\mu\nu} = \frac{1}{i} \sum_{\lambda\mu'} \omega_{\mu\mu'} \cdot (2, \mu' | \hat{J}_\lambda | 2, \nu),$$

легко показать, что

$$\sum_{\mu\nu\nu'} \{ \dot{D}_{\mu\nu}^* D_{\mu\nu'} a_\nu \dot{a}_{\nu'} + D_{\mu\nu}^* \dot{D}_{\mu\nu'} \dot{a}_\nu a_{\nu'} \} = 0,$$

далее,

$$T_r = \frac{B}{2} \sum_{\mu\nu\nu'} \dot{D}_{\mu\nu}^* \dot{D}_{\mu\nu'} a_\nu a_{\nu'} = \sum_{\nu\nu'\lambda\lambda'} a_\nu a_{\nu'} \omega_\lambda \omega_{\lambda'} (2, \nu' | \hat{J}_\lambda \hat{J}_{\lambda'} | 2, \nu).$$

Вследствие того, что ν пробегает только четные значения (см. (18,13a)), матричные элементы $(2, \nu' | \hat{J}_\lambda \hat{J}_{\lambda'} | 2, \nu)$ отличны от нуля только в том случае, когда $\lambda = \lambda'$, поэтому можно написать:

$$T_r = \frac{1}{2} \sum_\lambda \omega_\lambda^2 I_\lambda, \quad (18,20)$$

где

$$I_\lambda = B \sum_{M, M'} a_M a_{M'} (2, M' | \hat{J}_\lambda^2 | 2, M). \quad (18,21)$$

Формула (18,20) совпадает с классической энергией вращения твердого

тела, моменты инерции которого вдоль трех главных осей определяются выражением (18,21).

Пользуясь формулами (А, 14) — (А, 16) приложения I, мы можем легко определить значения матричных элементов операторов квадратов проекций момента количества движения. Для $\lambda = 3$ получаем:

$$(2, M' | \hat{J}_3^2 | 2, M) = M^2 \delta_{MM'}.$$

Для других проекций отличными от нуля будут только матричные элементы:

$$(2, M | \hat{J}_1^2 | 2, M) = (2, M | \hat{J}_2^2 | 2, M) = \frac{1}{2} \{2(2+1) - M^2\},$$

$$(2, M+2 | \hat{J}_1^2 | 2, M) = - (2, M+2 | \hat{J}_2^2 | 2, M) = \\ = \frac{1}{4} \sqrt{(3+M)(2-M)(4+M)(1-M)},$$

$$(2, M-2 | \hat{J}_1^2 | 2, M) = - (2, M-2 | \hat{J}_2^2 | 2, M) = \\ = \frac{1}{4} \sqrt{(2+M)(3-M)(M+1)(4-M)}.$$

Подставляя эти значения в (18,21) и учитывая (18,16), получим явные выражения для моментов инерции:

$$I_3 = 4B(a_1^2 + a_2^2) = 4B\beta^2 \sin^2 \gamma,$$

$$I_2 = B \left(3a_0^2 + 2a_2^2 + 4 \sqrt{\frac{3}{2}} a_0 a_2 \right) = 4B\beta^2 \sin^2 (\gamma + 120),$$

$$I_1 = B \left(3a_0^2 + 2a_2^2 - 4 \sqrt{\frac{3}{2}} a_0 a_2 \right) = 4B\beta^2 \sin^2 (\gamma - 120),$$

которые можно записать сокращенно следующим образом:

$$I_\lambda = 4B\beta^2 \sin^2 \left(\gamma - \lambda \frac{2\pi}{3} \right), \quad \lambda = 1, 2, 3. \quad (18,22)$$

Итак, полная энергия колебаний поверхности ядра может быть представлена в виде суммы

$$E = E_v + E_r, \quad (18,23)$$

где

$$E_v = \frac{C}{2} \beta^2 + \frac{B}{2} (\dot{\beta}^2 + \dot{\gamma}^2) \quad (18,24)$$

— энергия поверхностных колебаний, выраженная через внутренние координаты β и γ ;

$$E_r = T_r = \frac{1}{2} \sum_\lambda \omega_\lambda^2 I_\lambda \quad (18,20a)$$

— энергия вращательного движения ядра как целого со значениями моментов инерции, определяемыми формулой (18,22). В гидродинамическом приближении моменты инерции (18,22) пропорциональны квадрату

деформации β . В частности, для ядра сферической формы $\beta=0$, следовательно, в этом случае и $I_\lambda=0$. При $\gamma=0$ из (18,22) имеем $I_1=I_2=3B\beta^2$, $I_3=0$.

Вводя момент количества движения относительно оси λ с помощью соотношения $R_\lambda=\omega_\lambda I_\lambda$, можно переписать энергию вращения ядра в виде

$$E_r = \sum_\lambda \frac{R_\lambda^2}{2I_\lambda}. \quad (18,25)$$

В последовательной гидродинамической теории ядра равновесная форма ядра соответствует сфере. В этом случае $I_\lambda=0$. Поэтому вращательное движение как особый тип возбужденного состояния сферического ядра должно отсутствовать.

§ 19. Обобщенная, или квазимолекулярная, модель ядра

а) **Качественное рассмотрение.** В обобщенной или квазимолекулярной модели атомного ядра, предложенной О. Бором [40, 44], соединяются достоинства оболочечной модели и модели жидкой капли. В обобщенной модели ядра учитывается, что движение нуклонов, находящихся вне заполненных оболочек, вызывает деформацию оболочечной структуры «остова» ядра. Деформационные движения связаны с коллективным движением нуклонов в ядре и описываются методами гидродинамики несжимаемой жидкости. Следует, конечно, иметь в виду, что коллективные свойства ядра отличаются от свойств идеализированной капли и могут описываться последней лишь приближенно.

Деформация ядра быстро растет по мере увеличения числа нуклонов вне заполненной оболочки, достигая максимального значения у ядер с заполненными примерно на $2/3$ оболочками. При достаточном приближении к полному заполнению следующей оболочки движение некоторых нуклонов будет противодействовать деформирующему влиянию остальных, вследствие этого полная деформация ядра уменьшается и, наконец, полностью исчезает, когда оболочка заполняется. Таким путем можно качественно объяснить квадрупольные моменты ядер. Однако количественные расчеты с учетом самосогласованного поля еще не удалось сделать. Оценка ядерных квадрупольных моментов была сделана на основе упрощенной модели, в которой предполагалось, что ядро имеет постоянную плотность, а ядерная деформируемость (поверхностное натяжение) является плавной функцией массового числа A [18, 45].

Под влиянием нуклонов, находящихся вне заполненной оболочки, ядро деформируется в эллипсоид вращения с полуосями c и a . Если заряд ядра равномерно распределен по эллипсоиду, то возникает собственный квадрупольный момент

$$Q_0 = \frac{2}{5} Z (c^2 - a^2), \quad (19,1)$$