

деформации  $\beta$ . В частности, для ядра сферической формы  $\beta = 0$ , следовательно, в этом случае и  $I_\lambda = 0$ . При  $\gamma = 0$  из (18,22) имеем  $I_1 = I_2 = 3B\beta^2$ ,  $I_3 = 0$ .

Вводя момент количества движения относительно оси  $\lambda$  с помощью соотношения  $R_\lambda = \omega_\lambda I_\lambda$ , можно переписать энергию вращения ядра в виде

$$E_r = \sum_\lambda \frac{R_\lambda^2}{2I_\lambda}. \quad (18,25)$$

В последовательной гидродинамической теории ядра равновесная форма ядра соответствует сфере. В этом случае  $I_\lambda = 0$ . Поэтому вращательное движение как особый тип возбужденного состояния сферического ядра должно отсутствовать.

### § 19. Обобщенная, или квазимолекулярная, модель ядра

а) **Качественное рассмотрение.** В обобщенной или квазимолекулярной модели атомного ядра, предложенной О. Бором [40, 44], соединяются достоинства оболочечной модели и модели жидкой капли. В обобщенной модели ядра учитывается, что движение нуклонов, находящихся вне заполненных оболочек, вызывает деформацию оболочечной структуры «остова» ядра. Деформационные движения связаны с коллективным движением нуклонов в ядре и описываются методами гидродинамики несжимаемой жидкости. Следует, конечно, иметь в виду, что коллективные свойства ядра отличаются от свойств идеализированной капли и могут описываться последней лишь приближенно.

Деформация ядра быстро растет по мере увеличения числа нуклонов вне заполненной оболочки, достигая максимального значения у ядер с заполненными примерно на  $2/3$  оболочками. При достаточном приближении к полному заполнению следующей оболочки движение некоторых нуклонов будет противодействовать деформирующему влиянию остальных, вследствие этого полная деформация ядра уменьшается и, наконец, полностью исчезает, когда оболочка заполняется. Таким путем можно качественно объяснить квадрупольные моменты ядер. Однако количественные расчеты с учетом самосогласованного поля еще не удалось сделать. Оценка ядерных квадрупольных моментов была сделана на основе упрощенной модели, в которой предполагалось, что ядро имеет постоянную плотность, а ядерная деформируемость (поверхностное натяжение) является плавной функцией массового числа  $A$  [18, 45].

Под влиянием нуклонов, находящихся вне заполненной оболочки, ядро деформируется в эллипсоид вращения с полуосями  $c$  и  $a$ . Если заряд ядра равномерно распределен по эллипсоиду, то возникает собственный квадрупольный момент

$$Q_0 = \frac{2}{5} Z (c^2 - a^2), \quad (19,1)$$

а при малых деформациях

$$Q_0 = \frac{4Z}{5} R_0^2 \frac{\Delta R}{R_0}, \quad (19,2)$$

где

$$\Delta R = c - a.$$

Особенно большого успеха добилась обобщенная модель ядра в объяснении первых возбужденных состояний четно-четных ядер среднего и большого массового числа  $A$ . В несферических четно-четных ядрах в основном состоянии проекция момента количества движения нуклонов на ось симметрии ядра равна нулю ( $K=0$ ). При этом система первых энергетических возбужденных состояний таких ядер хорошо описывается формулой

$$E_J = \frac{\hbar^2}{2I} J(J+1), \quad (19,3)$$

совпадающей с системой энергетических уровней вращающегося симметричного волчка с моментом инерции  $I$ . Однако это вращение существенно отличается от вращения твердого тела.

Ядро, имеющее форму эллипсоида вращения, может вращаться только вокруг оси, перпендикулярной к оси симметрии ядра. При вращении твердого тела все его точки обладают одной и той же угловой скоростью

$$E_{\text{вр}} = \frac{1}{2} \sum_i m_i v_i^2 = \frac{\omega^2}{2} \sum_i m_i r_i^2 = \frac{\omega^2 I_0}{2},$$

где  $r_i$  — расстояние  $i$ -й частицы от оси вращения.

Если тело не твердое, то частицы имеют большую свободу в движении, поэтому тело допускает более легкое изменение ориентации. Вращение будет связано с меньшим смещением частиц и эффективный момент инерции будет меньше  $I_0$  (см. § 20).

Вращательное движение ядра может быть описано в гидродинамическом приближении безвихревым коллективным течением несжимаемой жидкости, заполняющей объем эллипсоида. Момент инерции эллипсоида вращения будет равен [46, стр. 86]

$$I = \frac{MA}{5} \frac{(c^2 - a^2)^2}{c^2 + a^2}, \quad (19,4)$$

где  $c$  и  $a$  — соответственно большая и малая полуоси эллипса, а  $MA$  — масса ядра. При малых отклонениях от сферической симметрии

$$I = \frac{2MA}{5} R_0^2 \left( \frac{\Delta R}{R_0} \right)^2 = I_0 \left( \frac{\Delta R}{R_0} \right)^2, \quad (19,5)$$

где  $I_0 = \frac{2MAR_0^2}{5}$  — полный момент инерции твердого тела массы  $MA$  и радиуса  $R_0$ . Момент инерции эллипсоида вращения можно выразить

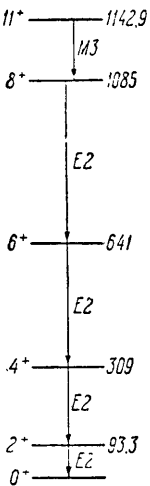
также через квадрат параметра деформации ядра. При  $\gamma = 0$  согласно § 18

$$I = 3B\beta^2, \quad (19,6)$$

где  $B = \frac{2}{8\pi} MAR_0^2$ ,  $R_0$  — радиус сферы, объем которой равен объему ядра. Сравнивая (19,6) и (19,5), имеем:

$$\beta^2 = \frac{16\pi}{45} \left( \frac{\Delta R}{R_0} \right)^2. \quad (19,7)$$

Энергии вращения четно-четного ядра с моментом количества движения  $J$  соответствует волновая функция  $\varphi_{K=0} Y_{JM}$ , где  $\varphi_{K=0}$  определяет внутреннее состояние ядра. Четно-четные ядра обычно кроме оси симметрии обладают еще центральной осью симметрии, поэтому направление ядерной аксиальной оси симметрии определено с точностью до поворота на  $180^\circ$ . Волновая функция должна быть инвариантной относительно этого вращения. Это ограничивает возможные квантовые состояния вращения ядра подобно ограничению состояний вращения двухатомных молекул с тождественными ядрами. Возможны только четные значения квантового числа  $J = 0, 2, 4, 6, \dots$ . В связи с этим четно-четные ядра должны обладать вращательными энергиями:



$$E_0 = 0; \quad E_2 = \frac{3\hbar^2}{I}; \quad E_4 = \frac{10\hbar^2}{I}; \quad E_6 = \frac{21\hbar^2}{I}, \dots$$

Отсюда следует, что расположение энергетических уровней вращательных состояний четно-четных ядер должно удовлетворять следующему *правилу интервалов*:

$$E_2 : E_4 : E_6 : E_8 : \dots = 1 : 3,33 : 7 : 11 : \dots \quad (19,8)$$

Рис. 11. Схема распада 5,5-часового изомера  $\text{Ni}_{72}^{180}$ .

Правило *интервалов* (19,8) хорошо подтверждается экспериментом. На рис. 11 приведена схема распада 5,5-часового изомера  $\text{Ni}^{180}$ , образующегося при захвате нейтрона ядром  $\text{Ni}^{179}$ . Образующееся в результате изомерного перехода возбужденное ядро с моментом количества движения 8 и положительной четностью переходит в основное состояние путем каскадного излучения  $\gamma$ -квантов квадрупольного типа с энергиями, относящимися друг к другу как 1:3,3:6,9:11,6, что указывает на хорошее выполнение правила интервалов (19,8). Подобного типа вращательные состояния четно-четных ядер наблюдаются при возбуждении ядер кулоновским полем пролетающей частицы, при  $\alpha$ -,  $\beta$ - и  $\gamma$ -переходах и др.

Зная энергетические уровни вращательных состояний четно-четных ядер можно по формуле (19,3) определить момент инерции ядра, а далее с помощью формулы (19,6) гидродинамического приближения вычислить параметр деформации  $\beta$ .

**б) Количественное рассмотрение.** В квазимолекулярной или обобщенной модели ядра предполагается, что нуклоны, входящие в состав полностью заполненных оболочек («остов» ядра), проявляют себя только через свои коллективные свойства, которые описываются согласно гидродинамической модели. Нуклоны сверх заполненных оболочек называют *внешними нуклонами*. Принимается, что их движение можно описать в однонуклонном приближении, т. е. как движение в усредненном потенциальном поле остова ядра.

Внешние нуклоны, взаимодействуя с «остовом» ядра, вызывают отклонение его формы от сферической (оказывают «давление» на поверхность «остова»). Деформация поверхности остова вызывает в свою очередь воздействие на характер движения и взаимодействия внешних нуклонов друг с другом.

О. Бор развил теорию ядер, у которых сверх заполненных оболочек находился только один внешний нуклон. Теория Бора в дальнейшем была обобщена К. Фордом [47] на случай нескольких внешних нуклонов при пренебрежении непосредственным взаимодействием между ними.

Пусть потенциал взаимодействия внешнего нуклона с остовом изображается функцией  $V(r)$ . Предположим далее, что при деформации ядра

$$r \rightarrow r' = r \frac{R(\theta, \varphi)}{R_0}$$

потенциал остается той же функцией от новых переменных, т. е.  $V(r) \rightarrow V(r')$ . Изменение потенциала можно рассматривать как появление дополнительного взаимодействия между нуклоном и остовом ядра. В линейном приближении, используя (18,13), имеем:

$$H_{\text{вз}} = V(r') - V(r) = r \frac{\partial V}{\partial r} \sum_{\mu} a_{\mu} Y_{2\mu}. \quad (19,9)$$

Если потенциал имеет форму прямоугольной ямы глубины  $V_0$ , то из (19,9) получим:

$$H_{\text{вз}} = -V_0 R_0 \delta(r - R_0) \sum_{\mu} a_{\mu} Y_{2\mu}(\theta, \varphi), \quad (19,9a)$$

где  $r, \theta, \varphi$  — полярные координаты внешнего нуклона;  $a_{\mu}$  — координаты, характеризующие деформацию поверхности ядра в системе координат, связанной с ядром.

Предположим, что скорость движения нуклона значительно больше скоростей движения ядра как целого. Тогда в адиабатическом приближении можно рассматривать движение нуклона, считая поверхность ядра фиксированной. Энергия взаимодействия нуклона с поверхностью ядра, усредненная по состояниям движения внешнего нуклона, зависит от координат поверхности ядра как от параметров и, следовательно, играт

роль дополнительной потенциальной энергии, определяющей колебания и равновесную форму поверхности ядра. Такое рассмотрение напоминает развитый в теории молекул адиабатический метод исследования движения электронов и ядер молекулы. Поэтому обобщенную модель ядра иногда называют *квазимолекулярной моделью*.

При описании движения внешнего нуклона будем считать, что спин-орбитальное взаимодействие столь велико, что оно не нарушается взаимодействием нуклона с поверхностью и квантовое число  $j$  является хорошим квантовым числом. Среднее значение взаимодействия (19,9а) в состоянии нуклона, определяемом квантовыми числами  $nlj\Omega$ , где  $\Omega$  — проекция момента количества движения на аксиальную ось симметрии ядра, будет равно \*)

$$\langle H_{\text{вз}} \rangle = T_{nl} \beta \cos \gamma \frac{3\Omega^2 - j(j+1)}{j(j+1)}; \quad (19,10)$$

здесь

$$T_{nl} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} V_0 R_0^3 |u_{nl}(R_0)|^2; \quad (19,10a)$$

$u_{nl}(R_0)$  — значение радиальной волновой функции нуклона на поверхности ядра. Величина  $\frac{1}{2} V_0 R_0^3 |u_{nl}(R_0)|^2$  совпадает с кинетической энергией нуклона, если предположить, что потенциальная яма бесконечно глубока. Обычно полагают [47, 48] значение глубины постоянным, равным 20 Мэв.

Из (19,10) следует, что при  $j = 1/2$ , т. е. в состояниях  $s_{1/2}$  и  $p_{1/2}$ , средняя энергия взаимодействия нуклона с поверхностью ядра равна нулю. Ниже мы будем рассматривать только ядра с  $j > 1/2$ .

\*) Формула (19,10) получается при усреднении оператора (19,9а) на волновых функциях

$$\Psi_{nlj\Omega} = u_{nl}(r) \Phi_{j\Omega}(\theta, \varphi, \sigma),$$

где

$$\Phi_{j\Omega} = \sum_{m_s} (l^{1/2}, \Omega - m_s, m_s | j\Omega) Y_{l, \Omega - m_s}(\theta, \varphi) \chi_{l^{1/2}, m_s}(\sigma)$$

-- сферическая функция со спином. Действительно,

$$\langle H_{\text{вз}} \rangle = (nlj\Omega | H_{\text{вз}} | nlj\Omega) = -V_0 R_0^3 |u_{nl}(R_0)|^2 \sum_{\mu} a_{\mu}(j\Omega | Y_{2\mu} | j\Omega).$$

Пользуясь приложением I, можно показать, что

$$(j\Omega | Y_{2\mu} | j\Omega) = -\frac{c_{\mu 0}}{4} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \frac{3\Omega^2 - j(j+1)}{j(j+1)}.$$

Подставляя это значение и  $a_0 = \beta \cos \gamma$  в предыдущую формулу, приходим к (19,10).

При наличии нескольких внешних нуклонов в состояниях  $n, l, j, \Omega_i$  их среднее взаимодействие с поверхностью ядра определится выражением

$$\langle H_{вз} \rangle = A \beta \cos \gamma, \quad (19,11)$$

где

$$A = T_{nl} \sum_i \frac{\{3\Omega_i^2 - j(j+1)\}}{j(j+1)}. \quad (19,11a)$$

Сумма  $\sum_i \{3\Omega_i^2 - j(j+1)\}$  по всем нуклонам, заполняющим оболочку  $nlj$ , равна нулю. Поэтому если в ядре до заполненной оболочки  $nlj$  не хватает одного нуклона в состоянии  $\Omega_j = \Omega$ , то выражение для взаимодействия (19,11) будет отличаться от (19,10) только знаком.

Компоненты оператора момента количества движения остова ядра  $\hat{R}_\lambda$  определяются через компоненты полного момента  $\hat{h}\hat{j}_\lambda$  и моменты внешних нуклонов  $\hat{j}_\lambda(i)$  следующим образом:

$$\hat{R}_\lambda = \hat{h} [\hat{J}_\lambda - \sum_i \hat{j}_\lambda(i)]. \quad (19,12)$$

В адиабатическом приближении операторы  $\hat{j}_\lambda(i)$  действуют только на «внутренние» переменные, т. е. на координаты «внешних» нуклонов относительно осей  $\xi\eta\zeta$ , и не действуют на углы Эйлера, определяющие ориентацию ядра в пространстве. Компоненты оператора  $\hat{j}$  относительно осей  $\xi\eta\zeta$  удовлетворяют перестановочным соотношениям

$$\hat{j}_1\hat{j}_2 - \hat{j}_2\hat{j}_1 = i\hat{j}_3, \dots \quad (19,13)$$

Оператор  $\hat{J}$  полного момента ядра действует только на углы Эйлера, характеризующие ориентацию ядра в системе осей  $xuz$ . Компоненты оператора полного момента относительно осей  $xuz$  удовлетворяют обычным перестановочным соотношениям

$$\hat{J}_x\hat{J}_y - \hat{J}_y\hat{J}_x = i\hat{J}_z, \dots \quad (19,14)$$

Нас будут интересовать компоненты оператора полного момента  $\hat{J}$  относительно подвижных осей  $\xi, \eta, \zeta$ , которые могут быть определены через операторы  $\hat{J}_x, \hat{J}_y, \hat{J}_z$  и направляющие косинусы  $\alpha_{x1}, \alpha_{y1}, \alpha_{z1}$  осей системы  $\xi\eta\zeta$  относительно осей  $xuz$  с помощью соотношений

$$\hat{J}_1 = \alpha_{1x}\hat{J}_x + \alpha_{1y}\hat{J}_y + \alpha_{1z}\hat{J}_z, \dots \quad (19,15)$$

Учитывая, что  $\alpha_{1x}\hat{J}_y - \hat{J}_y\alpha_{1x} = i\alpha_{1z}$ , ..., можно с помощью (19,15) и (19,14) непосредственным вычислением установить, что перестановочные соотношения

$$\hat{J}_1\hat{J}_2 - \hat{J}_2\hat{J}_1 = -i\hat{J}_3, \dots \quad (19,16)$$

между компонентами  $\hat{J}_1, \hat{J}_2, \hat{J}_3$  отличаются от обычных (19,13) знаком

в правой части. На это обстоятельство в теории молекул впервые обратил внимание Клейн [49].

Вследствие того, что в нашем приближении операторы  $\hat{J}_1, \dots$  и  $\hat{J}_2, \dots$  действуют на разные переменные, они коммутируют друг с другом\*).

Среднее значение оператора энергии вращения четно-четных ядер в состоянии с определенным значением полного момента, моментов количества движения внешних нуклонов и значениями их проекций на аксиальную ось симметрии\*\*)

$$K = \sum_i \Omega_i = 0$$

можно написать в виде

$$\left\langle \sum_{\lambda} \frac{R_{\lambda}^2}{2I_{\lambda}} \right\rangle = \frac{\hbar^2}{4} \left( \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) J(J+1) + W_r(\gamma, \beta), \quad (19,17)$$

где

$$W_r(\gamma, \beta) = \left( \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) F(j, \Omega). \quad (19,18)$$

Здесь  $F(j, \Omega)$  обозначает число, зависящее только от состояния движения внешних нуклонов. Поэтому  $W_r(\gamma, \beta)$  является функцией  $\beta$  и  $\gamma$  (от которых зависят моменты инерции  $I_1$  и  $I_2$ ) и в адиабатическом приближении играет роль дополнительной потенциальной энергии поверхностных колебаний остова ядра.

Функцию  $W_r(\gamma, \beta)$  можно включить в потенциальную энергию поверхностных колебаний, которая при учете взаимодействия (19,11) поверхности ядра с внешними нуклонами запишется в виде

$$W(\gamma, \beta) = \frac{C}{2} \beta^2 + A\beta \cos \gamma + W_r(\gamma, \beta). \quad (19,19)$$

Учитывая явную зависимость моментов инерции от  $\gamma$  и  $\beta$ :

$$I_1 = 4B \beta^2 \sin^2 \left( \gamma - \frac{2\pi}{3} \right),$$

$$I_2 = 4B \beta^2 \sin^2 \left( \gamma + \frac{2\pi}{3} \right),$$

получим, что при заданном значении  $\beta$  потенциальная энергия (19,19) имеет минимум для значений  $\gamma = 0$  или  $\pi$ , соответствующих ядрам

\* ) Это важное свойство операторов  $J$  и  $j$  и позволяет рассматривать их как независимые операторы (подобно операторам орбитального и спинного моментов) и проводить их сложение по правилам векторного сложения.

\*\* ) Такие состояния не являются строго стационарными, так как оператор  $\sum_{\lambda} \frac{R_{\lambda}^2}{2I_{\lambda}}$  имеет отличные от нуля недиагональные матричные элементы. Эти

матричные элементы тем меньше, чем больше массовое число ядра и отклонение формы поверхности ядра от сферической. Мы будем предполагать, что влиянием недиагональных матричных элементов этого оператора можно пренебречь (приближение сильной связи) [47].

аксиальной формы. Положение этого минимума не зависит от значений параметров, входящих в (19,19). В связи с тем, что (19,19) получено при усреднении (19,17) по волновым функциям нуклонов, соответствующим наличию аксиальной симметрии ядра, найденные равновесные значения  $\gamma = 0, \pi$  являются «самосогласованными» значениями. Второй особенностью потенциальной энергии (19,19) является то, что она обращается в бесконечность при  $\gamma = \pm \frac{\pi}{3}, \pm \frac{2\pi}{3}$ .

Зависимость потенциальной энергии (19,19) от  $\gamma$  очень далека от параболической. Кривая потенциальной энергии напоминает потенциальную яму с очень крутыми склонами. Поэтому нельзя оценивать роль колебаний, связанных с изменением  $\gamma$ , в общей энергии возбуждения ядра путем вычисления  $\frac{d^2W}{d\gamma^2}$  в точке минимума. Кроме того, у четных ядер волновая функция должна быть четной функцией  $\gamma$ . Поэтому следующим после состояния нулевой энергии будет только состояние с главным квантовым числом, равным 2. Следует, однако, отметить, что вопрос о возможности отклонения от аксиальной симметрии требует исследования условий нарушения «самосогласованных» значений  $\gamma$  и не может быть решен на основании исследования только выражения (19,19), полученного в предположении, что ядро обладает такой симметрией.

В дальнейшем будем считать  $\gamma = \gamma_0 \equiv 0$  или  $\pi$ , т. е. будем полагать, что ядро обладает аксиальной симметрией. В этом случае потенциальная энергия (19,19) определяется выражением:

$$W_{\gamma_0}(\beta) = \frac{C}{2} \beta^2 + A\beta \cos \gamma_0 + \frac{\hbar^2 F(j, \Omega)}{6B\beta^2}. \quad (19,20)$$

Учитывая (18,23), (18,24) и (19,17), можно записать полную энергию коллективных движений в ядре в следующем виде:

$$E = \frac{B}{2} \dot{\beta}^2 + W_{\gamma_0}(\beta) + E_{\text{вр}},$$

где  $E_{\text{вр}}$  — энергия вращения ядра, при условии  $\gamma = 0, \pi$ , равная

$$E_{\text{вр}} = \frac{\hbar^2}{2I} J(J+1) = \frac{\hbar^2}{6B\beta^2} J(J+1). \quad (19,21)$$

Поскольку спин четно-четного ядра в основном состоянии равен нулю, то среднее значение квадрата полного момента будет связано только с вращением ядра как целого, т. е.

$$R^2 = \hbar^2 J(J+1).$$

Поэтому энергия коллективных движений ядра может быть выражена через кинетическую и потенциальную энергию поверхностных колебаний и энергию вращения следующим образом:

$$E = \frac{B}{2} \dot{\beta}^2 + W_{\gamma_0}(\beta) + \frac{R^2}{6B\beta^2}. \quad (19,22)$$



Полученные результаты легко обобщаются на случай нечетных ядер. Спин  $K$  нечетного аксиально-симметричного ядра в основном состоянии определяется суммой проекций моментов количества движения нуклонов на аксиальную ось ядра  $K = \sum_i \Omega_i$ . Полный момент ядра определяется квантовым числом  $J \geq K$ . В этом случае удобно нормировать энергию (19,21) так, чтобы при  $J = K$  она равнялась нулю, т. е. положить

$$E_{\text{вр}} = \frac{\hbar^2}{2I} \{J(J+1) - K(K+1)\}. \quad (19,23)$$

Тогда полная энергия коллективных движений ядра примет вид

$$E = \frac{B}{2} \dot{\beta}^2 + W_k(\beta) + \frac{\hbar^2 \{J(J+1) - K(K+1)\}}{2I}, \quad (19,24)$$

где

$$W_k(\beta) = W_{\gamma_0}(\beta) + \frac{\hbar^2 K(K+1)}{2I}$$

— потенциальная энергия, зависящая от  $\beta$  и от состояния движения внешних нуклонов.

## § 20. Вращательная энергия и момент инерции несферических ядер

Возможность выделения энергии вращения ядра из общей энергии возбуждения осуществляется только у ядер, значительно отличающихся от сферических. В самом деле, как показал Вигнер [50], волновая функция любой системы частиц, соответствующая полному моменту  $J$ , его проекции  $M$  на некоторое выделенное направление и другим возможным интегралам движения, которые мы для краткости обозначим одной буквой  $\alpha$ , может быть представлена в виде

$$\Psi_{JM\alpha}(r_1, r_2, \dots, r_N) = \sum_K \varphi_{MK,\alpha}(\dots, q_i, \dots) D_{MK}^J(\theta_i),$$

где  $D_{MK}^J(\theta_i)$  — волновая функция, зависящая от эйлеровых углов  $\theta_i$ , определяющих ориентацию осей координат  $\xi\eta\zeta$ , связанных с системой частиц;  $\varphi_{MK,\alpha}(\dots, q_i, \dots)$  — волновые функции, зависящие от координат частиц относительно подвижной системы координат  $\xi\eta\zeta$ . Квантовое число  $K$  определяет проекцию момента  $J$  на ось  $\zeta$  подвижной системы координат.

Если система частиц в состоянии  $J, \alpha$  обладает аксиальной осью симметрии и значительно отличается от сферической формы, то  $K$  будет хорошим квантовым числом. В этом случае система частиц может находиться в состояниях, определяемых квантовыми числами  $\alpha, J, M, K$ , которым будет соответствовать волновая функция

$$\Psi_{\alpha, JM}(\dots, r_i, \dots) = \varphi_{MK,\alpha}(\dots, q_i, \dots) D_{MK}^J(\theta_i), \quad (20,1)$$