творительный результат А. Бор и Моттельсон [56] пытались исправить учетом остаточного взаимодействия между нуклонами. Под остаточным взаимодействием при этом понимается разность между истинным взаимодействием нуклонов и их взаимодействием с самосогласованным полем. К такому взаимодействию относится, например, эффект спаривания нуклонов в четно-четных ядрах, вследствие которого расстояние между уровнями энергии одночастичных состояний в четно-четных ядрах увеличивается. Соответственно увеличивается разность энергии $\varepsilon_n - \varepsilon_0$ в знаменателе формулы (20,12) по сравнению со случаем независимых частиц в самосогласованном поле. Это приводит к уменьшению момента инерции (20,12) по сравнению с моментом инерции твердого тела. С количественной стороны этот вопрос изучен еще недостаточно.

§ 21. Электрические квадрупольные моменты и обобщенная модель ядра

В обобщенной модели ядра предполагается, что полный квадрупольный момент ядра равен сумме квадрупольного момента $Q_{\text{колл}}$, обусловленного деформацией остова ядра, и квадрупольного момента Q_p, обусловленного несферическим распределением внешних нуклонов:

$$Q = Q_{\text{колл}} + Q_p.$$

Для ядер, далеких от магических, $Q_{\text{колл}}$ иногда превышает Q_p более чем в 20 раз. Учет $Q_{\text{колл}}$ позволяет объяснить существенные особенности экспериментально наблюдаемых квадрупольных моментов некоторых атомных ядер.

Оператор внутреннего квадрупольного момента ядра определяется выражением (см. приложение II)

$$\hat{Q} = 2\sqrt{\frac{4\pi}{5}} \sum_{i=1}^{Z} r_i^2 Y_{20}(\vartheta_i, \varphi_i), \tag{21,1}$$

где Z — заряд ядра; r_i, ϑ_i, φ_i — сферические координаты i-го протона относительно системы координат, связанной с ядром. Согласно А. Бору и Моттельсону [44] при равномерном распределении нуклонов коллективные координаты a_μ определяются координатами индивидуальных нуклонов с помощью соотношения

$$a_\mu = \frac{4\pi}{3A} \sum_{i=1}^{A} \left(\frac{r_i}{R}\right)^2 Y_{2\mu}(\vartheta_i, \varphi_i).$$

Если электрический заряд в ядре распределен равномерно, то последнее равенство можно переписать в виде

$$a_\mu = \frac{4\pi}{3Z} \sum_{i=1}^{Z} \left(\frac{r_i}{R}\right)^2 Y_{2\mu}(\vartheta_i, \varphi_i).$$

Сравнивая это выражение с (21,1), мы убедимся, что оператор внутреннего квадрупольного электрического момента ядра непосредственно выражается через координату коллективного движения $a_0 = \beta\cos\gamma$ соотношением

$$\hat{Q}_{\text{колл}} = \frac{3ZR^2}{\sqrt{5\pi}}\beta\cos\gamma. \tag{21,2}$$

Для получения значения внутреннего квадрупольного момента в определенном состоянии ядра надо усреднить (21,2) по коллективным движениям, соответствующим этому состоянию. В частности, внутренний квадрупольный момент основного состояния ядра получается при усреднении (21,2) по нулевым колебаниям поверхности ядра

$$Q^0_{\text{колл}} = \frac{3ZR^2}{\sqrt{5\pi}} \langle \beta\cos\gamma \rangle_0. \tag{21,3}$$

Обычно при вычислении (21,3) принималось, что

$$\langle \beta\cos\gamma \rangle_0 = \beta_0\cos\gamma_0,$$

где β_0 и γ_0 — значения коллективных координат β и γ, соответствующие минимуму потенциальной энергии (19,19). В работе А. С. Давыдова и Г. Ф. Филиппова [57] показано, что в основном состоянии ядра $|\langle\beta\cos\gamma\rangle_0| > |\beta_0\cos\gamma_0|$ это неравенство можно заменить приближенным равенством при достаточно больших значениях β_0.

Количественные расчеты квадрупольных моментов ядер находятся в неудовлетворительном состоянии еще и потому, что неизвестны значения параметров C и B, входящих в потенциальную энергию деформации (19,19). Коэффициент C, по-видимому, существенно зависит от состояния нуклонов в ядре. Об этом свидетельствует большая устойчивость по отношению к деформации формы у ядер, близких к магическим. Учитывая это обстоятельство и ограничиваясь качественным рассмотрением, мы будем считать, что

$$Q^0_{\text{колл}} \approx \frac{3ZR^2}{\sqrt{5\pi}}\beta_0\cos\gamma_0. \tag{21,4}$$

Величина β_0, при которой потенциальная энергия (19,19) имеет минимальное значение, определяется из уравнения четвертой степени:

$$\beta_0 = -\frac{A}{C}\cos\gamma_0 + \frac{\hbar^2\{K(K+1)+F(j,\Omega)\}}{3CB\beta_0^3}, \tag{21,5}$$

где $\gamma_0 = 0$, если

$$A = T_{nl}\frac{\sum_i\{3\Omega_i^2 - j(j+1)\}}{j(j+1)} \tag{21,6}$$

отрицательно, и $\gamma_0 = \pi$, если A положительно.

Для ядер, далеких от магических, когда квадрупольный момент, обусловленный коллективными степенями свободы, наиболее существен $\left(\beta_0 > \frac{1}{Z}\right)$, первый член правой части уравнения (21,5) значительно больше второго, поэтому в нулевом приближении величина β_0 определяется формулой

$$\beta_0 = -\frac{A}{C} \cos \gamma_0.$$

Подставляя это значение в (21,4) и учитывая возможные значения γ_0 (0 или π), получим:

$$Q^0_{\text{колл}} = -\frac{3ZR^2}{\sqrt{5\pi}} \frac{A}{C}. \tag{21,7}$$

Нуклоны, заполняющие все состояния с данным j, не вызывают деформации ядра, так как

$$3 \sum_{\Omega=-j}^{j} \Omega^2 = j(j+1)(2j+1)$$

и $A = 0$. Если вне заполненных оболочек находится один нуклон в состоянии $|\Omega| = j \geqslant {}^3/_2$ (что соответствует нижайшей внутренней энергии ядра), то

$$Q_{\text{колл}} = -\frac{3ZR^2}{\sqrt{5\pi}} \frac{T_{nl}}{C} \frac{2j-1}{j+1} < 0. \tag{21,8}$$

В этом случае ядро имеет форму сплющенного эллипсоида вращения. Если же до заполненной оболочки не хватает одного нуклона в состоянии $|\Omega| = j$, то

$$Q_{\text{колл}} = \frac{3ZR^2}{\sqrt{5\pi}} \frac{T_{nl}}{C} \frac{2j-1}{j+1} > 0. \tag{21,9}$$

При этом ядро имеет форму вытянутого эллипсоида вращения.

Значение $|Q_{\text{колл}}|$ возрастает, когда вне заполненных оболочек увеличивается число внешних нуклонов (или когда не хватает нескольких нуклонов до заполненной оболочки). Таким образом, влияние оболочечной структуры на квадрупольные моменты проявляется через коллективную деформацию ядра.

Эксперимент подтверждает, что у ядер с одним нуклоном вне заполненной оболочки, например O^{17} ($d_{5/2}$), Cu^{63} ($p_{3/2}$), Sb^{121} ($d_{5/2}$), Sb^{123} ($g_{7/2}$), Bi^{209} ($h_{9/2}$) и др., знак квадрупольного момента отрицателен. У ядер с одним недостающим нуклоном до заполненной оболочки, например B^{11} ($p_{3/2}$), S^{35} ($d_{3/2}$), In^{113} ($g_{9/2}$) и др., квадрупольный электрический момент положителен.

Если вне заполненных оболочек находится больше одного нуклона или не хватает до полного заполнения нескольких нуклонов, то величина и знак квадрупольного момента существенно зависят от расположения энергетических уровней внешних нуклонов в деформированном ядре. Вычисления минимума энергии ядра в зависимости от величины отклонения формы ядра от сферически симметричной, выполненные Мошковским и Тавнесом [58] при пренебрежении взаимодействием между внешними нуклонами, показали, что при больших отклонениях состояния с положительными квадрупольными моментами лежат ниже состояний, соответствующих отрицательным квадрупольным моментам *).

Если не учитывать электрическое взаимодействие, то внешние протоны и нейтроны вызывают одинаковую деформацию ядра. Поэтому квадрупольные моменты соседних ядер с нечетным протоном и нечетным нейтроном имеют сравнимые величины.

По экспериментальным значениям квадрупольных моментов можно судить о деформируемости ядра и ее зависимости от структуры оболочек. «Внутренние» квадрупольные моменты ядер, т. е. квадрупольные моменты Q_0 относительно осей координат, связанных с ядром, входят в выражения, определяющие вероятности возбуждения вращательных состояний ядер кулоновским полем быстрых заряженных частиц (см. § 82), и в выражения, определяющие вероятности γ-излучений при переходе ядра из одного вращательного состояния в другое (см. § 77). Измеряя эти вероятности, можно определить и соответствующие значения Q_0. Такие методы измерения позволяют определить квадрупольные электрические моменты и у четно-четных ядер, у которых спин равен нулю. Соответствие полученных при этом экспериментальных значений Q_0 истинным значениям будет определяться, помимо экспериментальных ошибок, точностью теоретических выражений для указанных выше вероятностей переходов.

У ядер, имеющих спин $J \geqslant 1$, квадрупольные электрические моменты можно также определить из спектроскопических данных о сверхтонкой структуре спектральных линий. В этих измерениях непосредственно определяется энергия взаимодействия электрического поля электронной оболочки атома со средним значением квадрупольного электрического момента Q в состоянии, когда проекция спина J на направление, выделяемое электрическим полем, равна J. Для ядер, значительно отличающихся от сферических ($\beta_0 > 0{,}1$), измеряемая величина квадрупольного момента Q связана с «внутренним» электрическим квадрупольным мо-

---

*) Качественно этот результат следует из рассмотрения изменения поверхностной и электростатической энергии остова ядра при отклонении его формы от сферической. Если ограничиться членами, кубическими относительно $a = \beta \cos \gamma$, то изменение энергии будет равно [59]:

$$\Delta E = 4\pi R\sigma \left\{0{,}4\ (1 - x)\ a^2 - (0{,}0381 + 0{,}07619x)\ a^3\right\}, \qquad (21{,}10)$$

где σ — поверхностное натяжение, $x = \frac{3Z^2e^2}{40\pi R^3\sigma}$ — отношение половины кулоновской энергии к поверхностной. Второй член в (21,10) при больших деформациях, соответствующих положительным квадрупольным моментам, дает понижение энергии.

ментом Q_0 соотношением (см. приложение II, § К)

$$Q = Q_0 \frac{J(2J-1)}{(J+1)(2J+3)}.$$

Проектирующий множитель $P_Q = \frac{J(2J-1)}{(J+1)(2J+3)}$, определяющий отношение квадрупольного момента при заданном состоянии ядра Ψ_{JJ} к его внутреннему квадрупольному моменту Q_0, сильно уменьшает измеряемое значение Q. При $J=1$ он равен $\frac{1}{10}$; при $J=\frac{3}{2}$ он равен $\frac{1}{5}$; при $J=2$ $P_Q=\frac{2}{7}$, при дальнейшем увеличении J проектирующий множитель медленно стремится к единице.

Точность определения Q из спектроскопических измерений, помимо экспериментальных ошибок, зависит от точности вычисления градиента электрического поля в атоме. Эти вычисления производятся с точностью от 4 до 40%.

В таблице 10 приведены (в единицах 10^{-24} *см*²) для некоторых ядер экспериментальные значения внутреннего квадрупольного момента Q_0,

Таблица 10. Квадрупольные моменты некоторых ядер

Ядро	Спин	Q_0^s	Q_0^r	Q_0^q
Ir^{193}	$\frac{3}{2}$	—	—	3,2 [60]
Er^{166}	0	—	7,5 [56]	7,8 [61]
Er^{167}	$\frac{7}{2}$	~ 20 [44]	—	—
Lu^{175}	$\frac{7}{2}$	8 [63]	8,8 [56]	8,2 [61]
Hf^{180}	0	—	7,2 [56]	7,1 [61]
Ta^{181}	$\frac{7}{2}$	6 [63]	7,0 [65]	7 [67]
U^{234}	0	—	6 [66]	—
U^{235}	$\frac{5}{2}$	22 [62]	—	9 [61]
Th^{232}	0	—	—	5,7 [60]
U^{238}	0	—	8 [44]	6,9 [60]
W^{182}	0	—	6,9 [56]	7 [44]
Re^{185}	$\frac{5}{2}$	7,85 [64]	—	4,2 [60]
Re^{187}	$\frac{5}{2}$	7,28 [64]	—	5,1 [60]
Pu^{239}	$\frac{1}{2}$	—	—	8,3 [61]

полученные из спектроскопических измерений Q_0^s, измерений времени жизни вращательных состояний Q_0^r и данных о вероятностях возбуждения вращательных состояний кулоновским полем Q_0^q. В квадратных скобках указаны ссылки на литературу.

§ 22. Магнитные моменты и обобщенная модель ядра

Как указывалось в § 16, оболочечная модель ядра сравнительно грубо объясняет магнитные моменты ядер. Учет взаимодействия нуклонов, находящихся вне заполненных оболочек, и отклонений от чистых типов связи (LS или jj) улучшает согласие с экспериментом. Однако магнитные моменты некоторых ядер могут быть объяснены только при учете влияния нуклонов, входящих в состав заполненных оболочек. Такое влияние учитывается в обобщенной модели ядра и можно надеяться, что обобщенная модель ядра даст более полное описание магнитных моментов ядер.

Если ядро обладает аксиальной осью симметрии, то состояние внешнего нуклона характеризуется проекцией (Ω) его момента на эту ось. Тогда в системе, состоящей из одного внешнего нуклона и деформированного остова, оператор магнитного момента в единицах ядерного магнетона будет иметь вид

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = g_\Omega \hat{\Omega}\boldsymbol{n} + g_R \hat{\boldsymbol{R}}, \tag{22,1}$$

где $\boldsymbol{n}$ — единичный вектор в направлении аксиальной оси; g_Ω — гиромагнитный множитель для нуклона, движущегося в аксиальном поле ядра; $g_R \approx Z/A$ — гиромагнитный множитель, связанный с движением ядра как целого [68] (предполагается, что заряд ядра равномерно распределен по ядру); $\hat{\boldsymbol{R}}$ — оператор момента количества движения остова ядра. Этот оператор выражается через оператор полного момента $\hat{J}$ и оператор момента $\hat{\Omega}\boldsymbol{n}$ внешнего нуклона простым соотношением:

$$\hat{\boldsymbol{R}} = \hat{\boldsymbol{J}} - \hat{\Omega}\boldsymbol{n}. \tag{22,2}$$

Подставляя (22,2) в (22,1), получим:

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = (g_\Omega - g_R)\hat{\Omega}\boldsymbol{n} + g_R\hat{\boldsymbol{J}} = \left\{(g_\Omega - g_R)\frac{(\boldsymbol{n}\hat{\boldsymbol{J}})}{J^2}\hat{\Omega} + g_R\right\}\hat{\boldsymbol{J}}. \tag{22,3}$$

Среднее значение оператора магнитного момента (22,3) в состоянии $\Psi^J_{M\Omega}$, когда проекции полного момента и момента внешнего нуклона на ось симметрии ядра совпадают и равны $M = \Omega = J$, будет равно

$$\langle\mu\rangle_J = (g_\Omega - g_R)\frac{J^2}{J+1} + g_R J = g_\Omega J - (g_\Omega - g_R)\frac{J}{J+1}. \tag{22,4}$$

Если движение внешнего нуклона таково, что хорошим квантовым числом является полный момент j нуклона, то гиромагнитное отношение $g_\Omega \approx g_j$