

Полагая  $E=8 \text{ Мэв}$ ,  $D_J=5 \text{ эв}$ ,  $A=100$ ,  $J=1$ , из (25,11) находим  $S \sim 14^*$ ), следовательно,  $\theta = \frac{2E}{S} \sim 1,1 \text{ Мэв}$ . Полученные числа дают представление только о порядке соответствующих величин, так как формула (25,9) справедлива только при больших  $J$ .

Качественную оценку расстояния между уровнями обычно производят, используя для плотности ядерных уровней  $\omega \sim \frac{1}{D}$  выражение

$$\omega(E) = a \exp \sqrt{bE}, \quad (25,12)$$

где параметры  $a$  и  $b$  определяют из экспериментальных данных. Гейдман и Бете [8] для параметра  $b$  приводят значение  $b=0,14 (A-12) \text{ Мэв}^{-1}$  в области массовых чисел  $15 < A < 70$ .

Одним из способов экспериментального определения расстояния между уровнями является исследование эффективных сечений резонансного захвата нуклонов ядрами. В таблице 17 приводятся значения  $D$ , полученные таким образом [88] для энергии возбуждения, равной сумме энергии связи нуклона и энергии относительного движения нуклона и ядра.

Т а б л и ц а 17. Среднее значение расстояния между энергетическими уровнями некоторых ядер

Ядро-мишень	Падающий нуклон	Энергия относительного движения, Мэв	Число резонансов	$D$ , кэв
$\text{N}^{15}$	$p$	0,8 — 1,4	3	160
$\text{F}^{19}$	$p$	0,18 — 2,2	18	110
$\text{Al}^{27}$	$p$	0,45 — 2,59	30	36
$\text{O}^{16}$	$n$	0 — 1,45	3	500
$\text{F}^{19}$	$n$	0 — 0,70	7	100
$\text{Na}^{23}$	$n$	0,03 — 1,0	8	120
$\text{Al}^{27}$	$n$	0,01 — 1,0	12	83
$\text{Al}^{27}$	$n$	0,13 — 0,5	10	37
$\text{Ca}^{40}$	$n$	0,03 — 0,52	6	82

## § 26. Испускание частиц составным ядром как процесс испарения

Составным ядром мы условились называть ядро, энергия возбуждения которого превышает энергию связи одного нуклона в ядре. Состояние составного ядра является квазистационарным, так как оно способно испускать нуклоны и  $\gamma$ -кванты. Уровни составного ядра обладают значительной шириной  $\Gamma$ , определяющей вероятность пребывания составного ядра в данном состоянии  $e^{-\Gamma t}$ . В общем случае составное ядро

\*) Напомним, что для обычных тел энтропия, выраженная в безразмерных единицах, по порядку величины равна  $10^9$ .

может испускать нуклоны с разными моментами количества движения и с значительно меньшей вероятностью  $\gamma$ -кванты. Общая ширина уровня будет выражаться суммой парциальных ширин, соответствующих испусканию  $\gamma$ -квантов ( $\Gamma_\gamma$ ), нейтронов с моментом  $j$  ( $\Gamma_{nj}$ ), протонов с моментом  $j$  ( $\Gamma_{pj}$ ) и других частиц  $\Gamma'$ :

$$\Gamma = \Gamma_\gamma + \sum_j (\Gamma_{nj} + \Gamma_{pj}) + \Gamma'.$$

Термодинамическое описание процесса испускания нуклонов составным ядром было впервые предложено Я. И. Френкелем [85], а затем Вайскопфом [89]. В термодинамической теории испускание нейтронов рассматривается как испарение по аналогии с испарением атомов из жидких тел или испарением электронов из нагретого металла (эффект Ричардсона). Для элементарного количественного описания эффекта испарения нейтронов рассмотрим термодинамическое равновесие между «нагретым» ядром и «насыщенным паром» нейтронов. При термодинамическом равновесии в единицу времени в среднем испаряются и конденсируются равные количества нейтронов. Нейтроны вне ядра имеют малую плотность, поэтому их распределение по энергиям определяется распределением Максвелла:

$$df(\epsilon) = \text{const} \cdot \exp\left(-\frac{\epsilon}{\Theta}\right) V \bar{\epsilon}^{-1} d\epsilon. \quad (26,1)$$

Поскольку при термодинамическом равновесии число испарившихся нейтронов равно числу поглотившихся для определения числа испускаемых нейтронов, вычислим число поглощающихся ядром нейтронов в одну секунду. Это число пропорционально скорости нейтронов, т. е.  $V \bar{\epsilon}$ , плотности нейтронов, имеющих данную энергию, т. е.  $V \bar{\epsilon}^{-1} \exp\left(-\frac{\epsilon}{\Theta}\right) d\epsilon$ , поперечному сечению ядра и коэффициенту прилипания нейтронов к ядру  $\eta(\epsilon)$ , который, вообще говоря, будет функцией  $\epsilon$ . Сохраняя только множители, зависящие от энергии, мы получим:

$$dN(\epsilon) = \text{const} \epsilon \eta(\epsilon) \exp\left(-\frac{\epsilon}{\Theta}\right) d\epsilon. \quad (26,2)$$

Это выражение будет также давать число нейтронов в интервале энергий  $\epsilon, \epsilon + d\epsilon$ , испускаемых ядром в 1 сек. Формула (26,2) правильна, если: 1) интервал энергии  $d\epsilon$  берется столь большим, чтобы в ядре, остающемся после вылета нейтронов, осталось еще много возбужденных уровней, т. е.  $d\epsilon$  больше разности энергии соседних уровней в остающемся ядре; 2) энергия возбуждения  $E$  начального ядра должна быть настолько большой, чтобы после испускания нейтрона остающееся ядро имело почти ту же энергию возбуждения, т. е.  $E \gg E_0 + \epsilon$ , где  $E_0$  — энергия связи нейтрона  $\sim 6-7$  Мэв. Последнее условие почти никогда не выполняется; при испускании нейтрона энер-

гия возбуждения меняется значительно, поэтому нельзя говорить о температуре ядра в момент испускания.

Следуя Вайскопфу, рассмотрим другой вывод формулы для числа нейтронов, испущенных возбужденным ядром, учитывающий отличие статистики систем со сравнительно малым числом частиц от обычной статистики макроскопических тел.

Предположим, что ядро  $A$  с энергией возбуждения  $E_A$  испускает нейтрон в интервале энергии  $\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon$ , переходя в ядро  $B$  с энергией возбуждения  $E_B = E_A - E_0 - \varepsilon$ . Обозначим вероятность этого процесса в единицу времени, усредненную по многим квантовым состояниям в интервале энергий  $E_A, E_A + d\varepsilon$  через  $W_n(\varepsilon)d\varepsilon$ . Вероятность (в единицу времени) обратного процесса — захвата ядром  $B$  (с энергией возбуждения  $E_B = E_A - E_0 - \varepsilon$ ) нейтрона, имеющего энергию  $\varepsilon$  и относительную скорость  $v = \sqrt{2\varepsilon/M}$ , с образованием ядра  $A (E_A)$ , усредненная по интервалу энергии  $E_B, E_B + d\varepsilon$ , будет равна

$$W_c = \frac{\sigma(E_A, \varepsilon) v}{\Omega}, \quad (26,3)$$

где  $\sigma(E_A, \varepsilon)$  — эффективное сечение столкновения нейтрона энергии  $\varepsilon$  с ядром  $B (E_B)$  с образованием составного ядра  $A (E_A)$ ;  $\Omega$  — объем, в котором находятся нейтрон и ядро.

При термодинамическом равновесии должно выполняться равенство

$$W_n(\varepsilon) \omega_A(E_A) d\varepsilon = W_c \omega_B(E_B) dN(\varepsilon), \quad (26,4)$$

где  $\omega_A(E_A) d\varepsilon$  — число возможных состояний ядра  $A$  с энергией  $E_A$  в интервале  $d\varepsilon$ ;  $\omega_B(E_B) d\varepsilon$  — соответствующая величина для ядра  $B$ ;

$$dN(\varepsilon) = \frac{\Omega g M}{2\pi^2 \hbar^3} (2M\varepsilon)^{1/2} d\varepsilon \quad (26,5)$$

— число квантовых состояний нейтрона в объеме  $\Omega$  с энергией  $\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon$ ;  $g = (2s + 1)$  — число спиновых состояний (для нейтрона  $g = 2$ ).

При учете (26,3) и (26,5) из (26,4) следует

$$W_n(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{\omega_B(E_B)}{\omega_A(E_A)} \sigma(E_A, \varepsilon) \frac{g M \varepsilon}{\pi^2 \hbar^3} d\varepsilon. \quad (26,6)$$

Формула (26,6) связывает функцию распределения испускаемых нейтронов по энергии с плотностью уровней  $\omega_B$  ядра  $B$  и сечением  $\sigma(E_A, \varepsilon)$  обратного процесса. Сохраняя только множители, зависящие от энергии  $\varepsilon$ , перепишем формулу (26,6) в виде

$$W_n(\varepsilon) d\varepsilon = \text{const} \cdot \sigma(E_A, \varepsilon) \omega_B(\varepsilon_{\text{max}} - \varepsilon) \varepsilon d\varepsilon, \quad (26,6a)$$

где  $\varepsilon_{\max} = E_A - E_0$  — максимально возможная энергия испускаемых нейтронов.

Полная вероятность испускания нейтрона  $\Gamma_n/\hbar$  может быть получена путем интегрирования (26,6) по всем энергиям испускаемых нейтронов:

$$\frac{\Gamma_n}{\hbar} = \int_0^{\varepsilon_{\max}} W_n(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{gM}{\pi^2 \hbar^2 \omega_A(E_A)} \int_0^{\varepsilon_{\max}} \sigma(E_A, \varepsilon) \omega_B(\varepsilon_{\max} - \varepsilon) \varepsilon d\varepsilon. \quad (26,6б)$$

Формула (26,6а) позволяет вычислить энергетическую плотность уровней  $\omega_B(\varepsilon_{\max} - \varepsilon)$  остаточного ядра, если известно распределение испускаемых частиц по энергии.

Исследуя распределение по энергии протонов, испускаемых при возбуждении ядер протонами энергии 18,3 Мэв, Гюжело [90] вычислил относительную плотность уровней для разных значений энергии возбуждения остаточного ядра. На рис. 22 приведены полученные значения относительной плотности уровней ядра Fe в зависимости от энергии возбуждения. Область *a* соответствует разбросу экспериментальных точек при рассеянии под углом 60°, а область *b* — при рассеянии под углом 150°. Из рис. 22 следует, что быстрые протоны рассеиваются преимущественно вперед. Это свидетельствует о наличии механизма рассеяния, отличного от механизма испарения, так как угловое распределение нуклонов, испускаемых согласно статистической теории, должно быть или изотропным или симметричным относительно 90° (см. § 60). На рис. 23 приведены значения, полученные Гюжело при исследовании неупругого рассеяния протонов на ядрах Si и Pt. Штриховкой отмечены области разброса экспериментальных данных. Мы видим, что для более тяжелых ядер эффект асимметрии углового распределения проявляется значительно, чем у Fe.

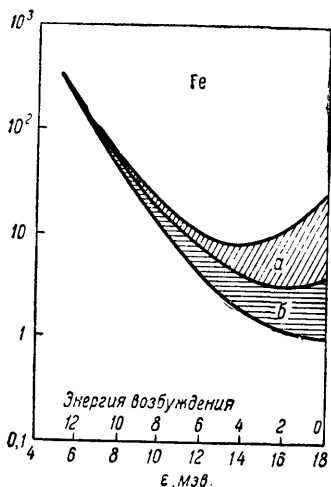
Рис. 22. Относительная плотность уровней в ядре Fe. Область *a* соответствует разбросу экспериментальных данных при рассеянии под углом 60°, область *b* — при рассеянии под углом 150°.

броса экспериментальных данных. Мы видим, что для более тяжелых ядер эффект асимметрии углового распределения проявляется значительно, чем у Fe.

Таким образом, статистическая теория испускания нуклонов при реакциях неупругого рассеяния может иметь только ограниченную область применимости.

Если ввести энтропию ядра как логарифм плотности уровней, т. е. положить

$$S(E) = \ln \omega(E),$$



то (26,6) можно привести к виду

$$W_n(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{gM\varepsilon}{\pi^2\hbar^3} \sigma(E_A, \omega) \exp\{S_B(E_A - E_0 - \varepsilon) - S_A(E_A)\} d\varepsilon. \quad (26,7)$$

Формула (26,7) переходит в (26,2), если предположить, что  $E_A \gg E_0$ ,  $E_A \gg \varepsilon$  и что  $S_A$  и  $S_B$  — тождественные функции:  $S(E) = S_A(E) = S_B(E)$ ; тогда

$$S(E_A - E_0 - \varepsilon) \approx S(E_A) - (E_0 + \varepsilon) \left(\frac{dS}{dE}\right)_{E_A} = S(E_A) - \frac{E_0 + \varepsilon}{\Theta_A},$$

где  $\Theta_A$  — «температура» ядра  $A$ . В этом приближении (26,7) переходит в

$$W_n(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{gM\varepsilon}{\pi^2\hbar^3} \sigma(E_A, \varepsilon) e^{-\frac{E_0}{\Theta_A}} \exp\left\{-\frac{\varepsilon}{\Theta_A}\right\} d\varepsilon. \quad (26,7a)$$

Как уже указывалось выше, неравенства, использованные при выводе

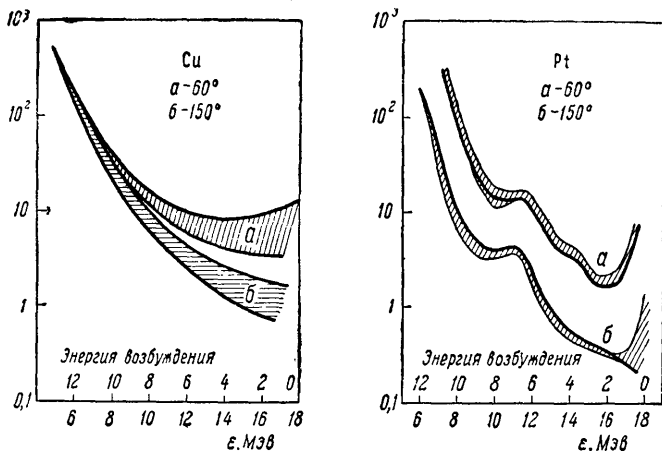


Рис. 23. Относительная плотность уровней в ядрах Cu и Pt.

(26,7a), в ядре не выполняются. Однако в ряде случаев возможно выполнение неравенства

$$\varepsilon \ll E_A - E_0; \quad (26,8)$$

тогда можно написать:

$$S_B(E_A - E_0 - \varepsilon) = S_B(E_A - E_0) - \frac{\varepsilon}{\Theta_B(E_A - E_0)} - \varphi(\varepsilon), \quad (26,9)$$

где

$$\Theta_B(E_A - E_0) = \left\{ \left(\frac{dS_B}{dE}\right)_{E_A - E_0} \right\}^{-1}, \quad \varphi(\varepsilon) = \frac{\varepsilon^2}{2} \left(\frac{d^2S}{dE^2}\right)_{E_A - E_0} + \dots \quad (26,9a)$$

Подставляя (26,9) в (26,7), имеем:

$$W_n(\varepsilon) d\varepsilon = C(\varepsilon) \varepsilon \exp\left\{-\frac{\varepsilon}{\Theta_B(E_A - E_0)} - \varphi(\varepsilon)\right\} d\varepsilon, \quad (26,10)$$

где

$$C(\varepsilon) = \frac{gM}{\pi^2 \hbar^3} \exp \{S_B(E_A - E_0) - S_A(E_A)\} \sigma(E_A, \varepsilon).$$

Если отбросить  $\varphi(\varepsilon)$ , то (26,10) формально совпадает с обычной формулой испарения (26,2), в которой под температурой  $\Theta$  нужно понимать температуру, соответствующую энергии возбуждения  $E_A - E_0$  ядра  $B$ , остающегося после испускания нуклона. Дополнительный множитель  $\exp \{-\varphi(\varepsilon)\}$  в (26,10) сдвигает максимум относительного распределения по энергии испускаемых частиц в сторону больших энергий. Если пренебречь этой поправкой, то с помощью (26,10) можно вычислить среднюю энергию  $\bar{\varepsilon}$  испускаемых частиц. В случае испускания нейтронов, обладающих малыми энергиями,  $C(\varepsilon) \sim \sqrt{\varepsilon}$ , поэтому  $\bar{\varepsilon} = \frac{5}{2} \Theta_B$ ; при энергиях вылетающих нейтронов в несколько  $M\varepsilon$   $C(\varepsilon) \sim \text{const}$ , поэтому  $\bar{\varepsilon} = 2\Theta_B$ . В общем случае нейтроны должны испускаться со средней энергией, заключенной в пределах

$$2\Theta_B \leq \bar{\varepsilon} \leq \frac{5}{2} \Theta_B.$$

Формула (26,10) позволяет вычислить *нейтронную ширину*  $\Gamma_n$  энергетического уровня ядра, т. е. часть полной ширины уровня, возникающую из-за возможности испускания нейтрона. Для этого надо проинтегрировать (26,10) по всем энергиям испускаемых нейтронов и результат умножить на  $\hbar$ :

$$\Gamma_n = \hbar \int W_n(\varepsilon) d\varepsilon = \bar{C} \bar{\partial}_B^2 (E_A - E_0),$$

где

$$\bar{C} = \frac{\int C(\varepsilon) \varepsilon \exp\left(-\varphi(\varepsilon) - \frac{\varepsilon}{\Theta_B}\right) d\varepsilon}{\int \varepsilon \exp\left(-\varphi(\varepsilon) - \frac{\varepsilon}{\Theta_B}\right) d\varepsilon}.$$

Наряду с нейтронами сильно возбужденное ядро может испускать и заряженные частицы:  $p$ ,  $\alpha$  и др. Приведенные выше формулы можно использовать и для оценки вероятности испускания заряженных частиц, если учесть влияние кулоновского поля на сечение образования составного ядра  $\sigma_C(E_A, \varepsilon)$  при обратном процессе.

Эффективное сечение образования составного ядра протонами с энергией  $\varepsilon$  относительного движения можно представить формулой (см. § 55)

$$\sigma_p(\varepsilon) = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l(\varepsilon),$$

где  $T_l(\varepsilon)$  — коэффициент прохождения через кулоновский и центробежный барьеры. Значения  $\sigma_p(\varepsilon)$  для атомных ядер с  $Z=8$  и  $20$ , вы-

численные в [88] как функции отношения энергии протона к максимальной энергии кулоновского потенциального барьера ( $B$ ), приведены на рис. 24.

Грубую оценку сечения обратного процесса  $\sigma(E_A, \varepsilon)$  можно сделать на основе классических соображений, полагая, что частица, вступая

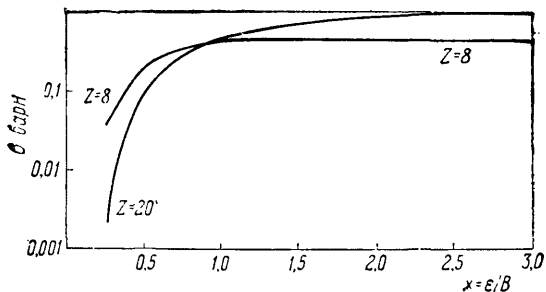


Рис. 24. Эффективные сечения образования составного ядра протонами.

в область действия ядерных сил, поглощается ядром. В этом случае

$$\sigma(E_A, \varepsilon) = \begin{cases} \pi R^2 \left(1 - \frac{B}{\varepsilon}\right), & \text{если } \varepsilon > B; \\ 0, & \text{если } \varepsilon < B; \end{cases}$$

$R$  — радиус ядра;  $B = \frac{Z_A Z e^2}{R}$ ;  $eZ_A$  — заряд ядра;  $Ze$  — заряд частицы;  $B \approx Z_A Z A^{-1/2} \text{ Мэв}$ , если  $R \sim 1,5 \cdot A^{1/3} 10^{-13} \text{ см}$ .

Вместо разложения (26,9) теперь лучше использовать

$$S_B(E_A - E_0 - \varepsilon) = S_B(E_A - E_0 - B) - \frac{\varepsilon - B}{\Theta_B(E_A - E_0 - B)} - \Phi(\varepsilon - B). \quad (26,11)$$

Тогда с помощью (26,7) получим:

$$W_p(\varepsilon) d\varepsilon = C(\varepsilon - B) \exp \left\{ -\frac{\varepsilon - B}{\Theta_B(E_A - E_0 - B)} - \Phi(\varepsilon - B) \right\} d\varepsilon, \quad (26,12)$$

где

$$C = R^2 \frac{gM}{\pi \hbar^2} \exp \{ S_B(E_A - E_0 - B) - S_A(E_A) \}.$$

Сравнивая (26,12) с (26,10), мы видим, что энергия связи  $E_0$  в формуле (26,10) как бы заменяется на  $E_0 + B$ . Функция распределения частиц по энергии смещается в сторону больших энергий на величину  $B$ . Формула (26,12) применима только при  $\varepsilon > B$ , когда квантовые эффекты мало существенны. При  $\varepsilon \lesssim B$  необходимо более строгое квантомеханическое решение задачи.

У ядер, стабильных по отношению к испусканию позитронов, вероятность испускания протонов меньше вероятности испускания нейтронов. При возбуждении нейтронами и  $\gamma$ -лучами (не очень большой энергии) ядер с зарядом  $Z > 30$  не наблюдается испускания протонов. Если ядро  $(A + n)$  стабильно относительно  $\alpha$ -распада, то вероятность излучения  $\alpha$ -частиц меньше вероятности испускания нейтронов.

В некоторых случаях составное ядро может испускать несколько типов частиц. Вероятность испускания частицы определенного типа тогда равна

$$W_i = \frac{K_i}{\sum_i K_i},$$

где  $K_i$  — величина, пропорциональная частичной ширине уровня по отношению к распаду с излучением частицы типа  $i$ ;  $K_i$  является функцией энергии  $\epsilon_{\max}$ , равной энергии возбуждения без энергии связи частицы  $i$  с составным ядром. Согласно (26,6б) можно написать:

$$K_i(\epsilon_{\max}) = \begin{cases} (2s_i + 1) M_i \int_0^{\epsilon_{\max}} \epsilon \sigma_i(\epsilon) \omega_i(\epsilon_{\max} - \epsilon) d\epsilon, & \text{если } \epsilon_{\max} > 0; \\ 0, & \text{если } \epsilon_{\max} < 0, \end{cases}$$

где  $\sigma_i(\epsilon)$  — эффективное сечение образования составного ядра;  $\omega_i(\epsilon)$  — плотность уровней остаточного ядра;  $s_i$  и  $M_i$  — спин и масса частицы  $i$ .

Измерения энергетического спектра испускаемых ядрами нейтронов [91] и протонов [90, 92] согласуются с предсказаниями статистической теории только в области малых энергий испускаемых частиц. Энергетическое распределение частиц, уносящих значительную часть энергии возбуждения ядра, существенно отличается от максвелловского (см. § 97).