вистском приближении и пренебречь в (35,3) всеми членами, содержащими матрицы $\boldsymbol{\alpha}$ и γ_5, действующие на нуклонные функции, так как среднее значение операторов $\boldsymbol{\alpha}$ и γ_5 равно отношению скорости нуклонов в ядре к скорости света. Таким образом, в нерелятивистском приближении (по нуклонам) остаются только взаимодействия:

$$H_S = g \int [(\psi_p^\dagger \beta \psi_n)(\psi_e^\dagger \beta \psi_\nu) + \text{э. с.}]\, d\tau, \tag{35,4а}$$

$$H_V = g \int [(\psi_p^\dagger \psi_n)(\psi_e^\dagger \psi_\nu) + \text{э. с}]\, d\tau, \tag{35,4б}$$

$$H_T = g \int [(\psi_p^\dagger \beta\, \boldsymbol{\sigma} \psi_n)(\psi_e^\dagger \beta \boldsymbol{\sigma} \psi_\nu) + \text{э. с.}]\, d\tau, \tag{35,4в}$$

$$H_A = g \int [(\psi_p^\dagger \boldsymbol{\sigma}\, \psi_n)(\psi_e^\dagger \boldsymbol{\sigma}\, \psi_\nu) + \text{э. с.}]\, d\tau. \tag{35,4г}$$

Волновые функции нейтрино можно выбрать в виде плоских волн $\psi_\nu = u_\nu \exp\{i\boldsymbol{qr}\}$. Если не учитывать действия электрического поля ядра на электрон, то волновые функции электрона тоже можно записать в виде плоских волн $\psi_e = u_e \exp(i\boldsymbol{kr})$. Тогда все подынтегральные выражения (35,4) будут содержать множитель $\exp\{-i(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{q})\boldsymbol{r}\}$. Обычно при β-распаде $|\boldsymbol{k}-\boldsymbol{q}|R \ll 1$, поэтому можно разложить экспоненту в ряд

$$\exp\{-i(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{q})\boldsymbol{r}\} = 1 - i(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{q})\boldsymbol{r} - \frac{1}{2}[(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{q})\boldsymbol{r}]^2 + \ldots \tag{35,5}$$

и в первом приближении ограничиться первым членом разложения. Вероятность β-распада, вычисленная в этом приближении, соответствует так называемым *разрешенным β-переходам.*

Если вследствие определенной симметрии волновых функций матричные элементы (35,4а — 35,4г) при замене разложения (35,5) единицей равны нулю, а учет второго члена этого разложения приводит к значению, отличному от нуля, то говорят, что соответствующий β-распад является *однократно запрещенным* (запрещение первого порядка). Если отличный от нуля результат дает только третий член разложения (35,5), то говорят о *двукратно запрещенном* (запрещение второго порядка) β-распаде и т. д.

К запрещенным переходам обычно относят и случаи, когда отличны от нуля только релятивистские матричные элементы, содержащие матрицы $\boldsymbol{\alpha}$ и γ_5, действующие на нуклонные волновые функции.

§ 36. Правила отбора и форма бета-спектра разрешенных переходов

Рассмотрим теперь более подробно разрешенные β-переходы. Как уже указывалось в предыдущем параграфе, разрешенные переходы соответствуют случаю, когда можно заменить $\exp\{i(\boldsymbol{q}-\boldsymbol{k})\boldsymbol{r}\}$ единицей; с физической точки зрения эта замена означает, что электрон и нейтрино не уносят с собой орбитальный момент количества движения ($l=0$). Так как электрон и нейтрино обладают спином $^1/_2$, то они могут испускаться в двух спиновых состояниях: синглетном и триплетном. Следовательно, полный момент количества движения, уносимый электроном и нейтрино, может быть равен только нулю или единице.

Рассмотрим матричные элементы, относящиеся к нуклонным волновым функциям. Матричные элементы, содержащие скалярное (35,4а) и векторное (35,4б) взаимодействия, которые принято сокращенно обозначать символами $\int \beta$ и $\int 1$, соответствуют внутриядерным переходам без изменения четности и момента количества движения. Такие переходы, следовательно, должны сопровождаться испусканием электрона и нейтрино с антипараллельными спинами и с орбитальными моментами, равными нулю. Правила отбора: $\Delta J=0$ и четность не меняется (для случая скалярного или векторного взаимодействия) — носят название *правил отбора Ферми.*

Матричные элементы, относящиеся к нуклонным волновым функциям, содержащие тензорное (35,3в) и псевдовекторное (35,3г) взаимодействия, принято сокращенно обозначать символами $\int \beta \boldsymbol{\sigma}$ и $\int \boldsymbol{\sigma}$. Эти матричные элементы приводят к внутриядерным переходам без изменения четности и с изменением момента количества движения $\Delta J=\pm 1$ или 0 (при исключении переходов 0—0). Правила отбора, соответствующие тензорному и псевдовекторному взаимодействиям, называют *правилами отбора Гамова — Теллера.* В этом случае испускаются электрон и нейтрино с параллельными спинами.

При β-распаде энергия распределяется между тремя частицами: электроном, нейтрино и ядром. Вследствие большой массы ядра получаемая им энергия (энергия отдачи) ничтожно мала. Поэтому можно приближенно положить, что энергия перехода E распределяется только между электроном и нейтрино:

$$E=\varepsilon+\varepsilon_{\nu}. \tag{36,1}$$

Для определения вероятности ядерного перехода с испусканием электрона и нейтрино надо вычислить число конечных состояний, соответствующих испусканию электрона с импульсом p_e в интервале импульсов dp_e и телесных углов $d\Omega_e$ и испусканию нейтрино в телесном угле $d\Omega_\nu$ при условии выполнения закона сохранения энергии (36,1). Согласно основному предположению Ферми о статистическом распределении энергии между нейтрино и электроном, учитывая, что при нулевой массе нейтрино $\varepsilon_\nu=cp_\nu$, для числа конечных состояний можно написать:

$$\rho(\varepsilon)\,d\varepsilon=\frac{d\Omega_e\,d\Omega_\nu p_e^2\,dp_e\int\delta(E-\varepsilon-cp_\nu)\,p_\nu^2dp_\nu}{(2\pi\hbar)^6}=\frac{p_e^2dp_e(E-\varepsilon)^2}{(2\pi\hbar)^6c^3}\,d\Omega_e\,d\Omega_\nu.$$

Принимая во внимание, что $p_e dp_e = \frac{\varepsilon\, d\varepsilon}{c^2}$, имеем окончательно:

$$\rho(\varepsilon)\, d\varepsilon = \frac{(E-\varepsilon)^2 p_e \varepsilon\, d\varepsilon\, d\Omega_e d\Omega_\nu}{(2\pi\hbar)^6 c^5}. \tag{36,2}$$

С помощью (35,1) — (35,4) и (36,2) после интегрирования по направлениям вылета электронов и нейтрино и суммирования по всем их состояниям поляризации получим вероятность разрешенного перехода с испусканием электрона в интервале энергий $\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon$:

$$dP(\varepsilon) = g^2 F(Z,\varepsilon) \sum_i C_i^2 |M_i|^2 \left(1 + \frac{Amc^2}{\varepsilon}\right) \frac{(E-\varepsilon)^2 \varepsilon p_e\, d\varepsilon}{2\pi^3 \hbar^7 c^5}, \tag{36,3}$$

где $p_e = \frac{1}{c}\sqrt{\varepsilon^2 - m^2c^4}$;

$$A = 2\left[1 - \left(\frac{e^2 Z}{\hbar c}\right)^2\right]^{1/2} \frac{C_S C_V \left|\int 1\right|^2 + C_T C_A \left|\int \boldsymbol{\sigma}\right|^2}{(C_S^2 + C_V^2)\left|\int 1\right|^2 + (C_T^2 + C_A^2)\left|\int \boldsymbol{\sigma}\right|^2}. \tag{36,3а}$$

В нерелятивистском приближении среднее значение оператора β равно $\sqrt{1-(v/c)^2} \approx 1$, поэтому при получении (36,3) мы положим:

$$|M_V|^2 \equiv \left|\int \beta\right|^2 = |M_S|^2 \equiv \left|\int 1\right|^2,$$

$$|M_T|^2 \equiv \left|\int \beta\boldsymbol{\sigma}\right|^2 = |M_A|^2 \equiv \left|\int \boldsymbol{\sigma}\right|^2.$$

Функция $F(Z,\varepsilon)$, входящая в (36,3), учитывает поправку на кулоновское взаимодействие электрона и ядра. Она равна единице для малых зарядов ядра и больших энергий электрона, так как в этом случае волновая функция электрона мало отличается от плоской волны. С хорошей точностью [5] можно положить $F(Z,\varepsilon)$ равной значению на поверхности ядра квадрата модуля волновой функции электрона (или позитрона) в кулоновском поле ядра, нормированной к единице на бесконечности. Тогда

$$F(Z,\varepsilon) = \frac{2(1+\delta)}{[(2\delta)!]^2}\left(\frac{2kR}{c}\right)^{2\delta-2} e^{\pi\eta}\, |(\delta - 1 + i\eta)!|^2,$$

где $\delta = \sqrt{1 - \left(\frac{Ze^2}{\hbar c}\right)^2}$, $\eta = \frac{Ze^2}{\hbar v}$ — для электрона, и $\eta = -\frac{Ze^2}{\hbar v}$ — для позитрона, Z — заряд конечного ядра, R — радиус ядра, k — волновое число электрона.

Выражение (36,3) определяет распределение испускаемых электронов по энергии (форма β-спектра). Обычно при интерпретации экспериментальных данных определяют зависимость от энергии следующего выражения, получаемого из (36,3):

$$\sqrt{\frac{dP(\varepsilon)}{p_e F(Z, \varepsilon)\,\varepsilon\, d\varepsilon}} = a(E-\varepsilon)\sqrt{1+\frac{Amc^2}{\varepsilon}}, \qquad (36,4)$$

где

$$a = \left(\frac{g^2 \sum_i C_i^2 |M_i|^2}{2\pi^3 h^7 c^5}\right)^{1/2}.$$

Кривая, изображающая зависимость левой части равенства (36,4) от энергии электрона, носит название *«графика Кюри»* или *«графика Ферми»*. Графики Кюри, построенные по экспериментальным данным для разрешенных переходов [6], изображаются прямой линией. Это указывает, что в (36,4) можно положить $A=0$. Другими словами, для согласования с экспериментальными данными следует положить

$$C_S C_V = C_T C_A = 0. \qquad (36,5)$$

Равенство (36,5) указывает, что отсутствуют интерференционные эффекты (фирцевские [7] члены) между взаимодействиями, относящимися к одинаковым нуклонным матричным элементам. Интерференционные эффекты между взаимодействиями, относящимися к разным матричным элементам $\int 1$ и $\int \boldsymbol{\sigma}$, отсутствуют вследствие того, что среднее значение произведения матричных элементов $\left\langle \int 1 \cdot \int \boldsymbol{\sigma} \right\rangle$ равно нулю.

Для выполнения (36,5) необходимо, чтобы при матричном элементе $\left|\int 1\right|^2$ равнялся нулю либо коэффициент C_S либо C_V, а при матричном элементе $\left|\int \boldsymbol{\sigma}\right|^2$ должен равняться нулю либо коэффициент C_T, либо C_A. Следует, однако, отметить, что наиболее точные данные относятся к случаям переходов, удовлетворяющим правилам отбора Гамова — Теллера, при которых матричный элемент $\int 1$ равен нулю. Поэтому из равенства $A=0$ следует для этих переходов, что $C_T C_A = 0$. Энергетические распределения электронов в переходах $0 \longrightarrow 0$, соответствующих правилам отбора Ферми, известны очень плохо. Поэтому для оценки произведения $C_V C_S$ приходилось использовать данные о средних временах перехода. На основе таких данных Гергарт и Шер [8,9] показали, что

$$\frac{C_S C_V}{(C_S^2 + C_V^2)} = 0{,}00 \pm 0{,}15.$$

В дальнейшем будем предполагать справедливость соотношения (36,5).