

Опыты по рассеянию нейтронов на протонах обычно выполняются с неполяризованным пучком нейтронов на неполяризованных протонах, поэтому из четырех возможных ориентаций спинов нейтронов и протонов три будут относиться к триплетному спиновому состоянию, а одно — к синглетному. Измеряемое на опыте усредненное по ориентациям спинов сечение рассеяния будет

$$\sigma = \frac{3}{4} \sigma_t + \frac{1}{4} \sigma_s. \quad (46,19)$$

Сечение (46,19) содержит три неизвестные величины: два эффективных радиуса r_{ot} и r_{os} и длину синглетного рассеяния; длина триплетного рассеяния выражается через энергию связи дейтрона (или β) и r_{ot} — с помощью формулы (46,16).

Сечение рассеяния при «нулевой» энергии нейтронов равно [7] $\sigma_0 = (20,36 \pm 0,10) \cdot 10^{-24}$. Используя это значение и формулы (46,19) и (46,15а), можно вычислить a_s и a_t . Остающиеся две неизвестные величины r_{ot} и r_{os} в принципе можно было бы определить, изучая зависимость сечения рассеяния (46,19) от энергии падающих нейтронов. Однако точность современных экспериментов еще недостаточна, чтобы однозначно решить эту задачу. Если предположить, что $r_{ot} = 1,7 \cdot 10^{-13}$ см, $a_t = 5,39 \cdot 10^{-13}$ см, $a_s = -2,37 \cdot 10^{-12}$ см, то экспериментальные сечения рассеяния [8] совместимы со значением r_{os} , лежащим в интервале $1,5 \cdot 10^{-13} - 3,5 \cdot 10^{-13}$ см. Гипотеза зарядовой независимости ядерных сил позволяет из сопоставления с данными по рассеянию протонов на протонах (см. § 47) принять значение $r_{os} = 2,6 \cdot 10^{-13}$ см.

Итак, из экспериментальных данных по рассеянию нейтронов малой энергии на протонах можно определить только длину рассеяния и эффективный радиус действия ядерных сил и нельзя определить зависимость от расстояния потенциальной энергии взаимодействия.

Эксперименты по рассеянию нейтронов на протонах указывают, что рассеяние изотропно вплоть до энергии ~ 20 Мэв. Этот результат несколько неожидан, так как энергии 20 Мэв соответствует, согласно (46,1), $\lambda = 2 \cdot 10^{-13}$ см, и поэтому можно было бы ожидать появления рассеяния в состоянии с $l > 0$. Эти факты указывают на зависимость потенциала взаимодействия от орбитального квантового числа l , в частности от четности состояния.

§ 47. Рассеяние протонов на протонах при малых энергиях

Рассеяние протонов протонами является одним из лучших средств количественного изучения ядерных сил, так как точность экспериментов с протонами значительно выше, чем с нейтронами.

В связи с тем, что при рассеянии протонов на протонах участвуют тождественные частицы в силу принципа Паули в S -состоянии могут находиться только протоны с антипараллельными спинами, т. е. S -рас-

сеяние протонов на протонах возможно только в синглетном спиновом состоянии. Вторым следствием тождественности протонов является симметрия относительно угла 90° дифференциального сечения рассеяния протонов на протонах, так как нельзя установить, какая из рассеянных частиц находилась в падающем пучке.

Наличие электрических зарядов у обеих сталкивающихся частиц приводит к тому, что рассеяние вызывают одновременно кулоновские и ядерные силы. Ядерные силы являются силами притяжения, кулоновские силы — силами отталкивания. Рассеяния, обусловленные действием обеих этих сил, когерентны; это приводит к появлению интерференционных членов в сечении рассеяния. Относительная роль кулоновских сил особенно велика при малых энергиях. Ядерные силы начинают проявляться только при энергиях протонов, превышающих 100 кэВ . При больших энергиях кулоновские силы играют малую роль и рассеяние вызывается преимущественно ядерными силами.

Рассмотрим вначале рассеяние, обусловленное чисто кулоновским взаимодействием. В этом случае радиальная волновая функция, соответствующая орбитальному моменту l , будет удовлетворять дифференциальному уравнению*)

$$\left\{ \frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - u_Q \right\} R_l(r) = 0 \quad (47,1)$$

и граничному условию

$$R_l(0) = 0, \quad (47,2)$$

где

$$u_Q = \frac{2\mu e^2}{r\hbar^2}$$

— энергия кулоновского взаимодействия. Введем новые обозначения:

$$\rho = kr, \quad \eta = \frac{\mu e^2}{\hbar^2 k} = \frac{e^2}{\hbar v}, \quad (47,3)$$

где v — относительная скорость протонов. Теперь уравнение (47,1) примет вид

$$\left[\frac{d^2}{d\rho^2} + 1 - \frac{2\eta}{\rho} - \frac{l(l+1)}{\rho^2} \right] R_l(\rho) = 0. \quad (47,4)$$

Решения уравнения (47,4) хорошо изучены [9]. Любое решение

*) Вследствие большого радиуса действия кулоновских сил в рассеянии участвуют многие парциальные волны; поэтому метод парциальных волн для такой задачи является неудобным, лучше решать сразу полное уравнение, не переходя к парциальным волнам. Однако при наличии ядерных сил, которые обуславливают рассеяние только волн с $l=0$ (малые энергии протонов), выделение парциальных волн в кулоновском рассеянии оказывается целесообразным.

(47,4) можно представить в виде линейной комбинации функций Уиттекера [10, стр. 139, 147]:

$$W_{i\eta, l+1/2}(2i\rho) \quad \text{и} \quad W_{-i\eta, l+1/2}(-2i\rho).$$

Из функций Уиттекера можно построить два линейно независимых решения (47,4): регулярное в нуле $F_l(\rho)$ и нерегулярное $G_l(\rho)$, имеющие при $\rho \rightarrow \infty$ следующие асимптотические значения:

$$F_l(\rho) \sim \sin\left(\rho - \frac{l\pi}{2} - \eta \ln \rho + \sigma_l\right), \quad (47,5)$$

$$G_l(\rho) \sim \cos\left(\rho - \frac{l\pi}{2} - \eta \ln \rho + \sigma_l\right), \quad (47,6)$$

где σ_l — постоянный сдвиг фазы, обусловленный кулоновским взаимодействием:

$$e^{2i\sigma_l} = \frac{\Gamma(l + i\eta + 1)}{\Gamma(l - i\eta + 1)} \quad \text{или} \quad \sigma_l = \arg \Gamma(l + 1 + i\eta). \quad (47,7)$$

Логарифмический член $-\eta \ln \rho$ в (47,5) и (47,6) характеризует зависящее от расстояния (хотя и медленно) смещение фазы, возникающее вследствие бесконечно большого радиуса действия кулоновских сил.

Решением уравнения (47,4), удовлетворяющим граничному условию (47,2), будет функция $R_l = F_l(kr)$; она соответствует функции $g_l = krj_l(kr)$ при рассеянии нейтронов.

При $kr \ll 1$ асимптотическое значение функций $F_l(kr)$ и $G_l(kr)$ для случая $l=0$ можно представить в виде рядов

$$\left. \begin{aligned} F_0(kr) &= Ckr \left(1 + \frac{r}{2D} + \dots \right), \\ G_0(kr) &= C^{-1} \left(1 + \frac{r}{D} \left[\ln \frac{r}{D} + h(\eta) + 2\gamma - 1 \right] + \dots \right), \end{aligned} \right\} \quad (47,8)$$

где $\gamma = 0,5772\dots$ — постоянная Эйлера: $h(\eta) = \eta^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu(\nu^2 + \eta^2)} - \ln \eta - \gamma$;

$$D = \frac{h^2}{2\mu e^2} \approx 2,88 \cdot 10^{-12} \text{ см}, \quad C^2 = \frac{2\pi\eta}{e^{2\pi\eta} - 1}. \quad (47,9)$$

При $kr \ll 1$ величина $\left[\frac{F_0(kr)}{g_0(kr)} \right]^2 = C^2$ определяет отношение вероятности найти на малом расстоянии два протона к вероятности найти в том же месте нейтрон и протон. Эту величину можно называть вероятностью прохождения кулоновского барьера. Вообще $C^2 \leq 1$. При $\epsilon = 400 \text{ кэВ}$ $C^2 = 0,41$.

При отсутствии кулоновского поля имеем $C^2 = 1$, $D = \infty$ и выражения (47,8) для функции $F(r)$ и $G(r)$ перейдут в первые члены разложений $\sin kr$ и $\cos kr$, т. е. в kr и 1 .

Если кроме кулоновского взаимодействия учитывается специфическое ядерное взаимодействие $u(r)$, то уравнение (47,1) заменится уравнением

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - u_Q - u(r) \right] R_l(r) = 0. \quad (47,10)$$

Вне области действия ядерных сил это уравнение совпадает с (47,1). Поэтому асимптотическое поведение функции $R_l(r)$ при $r \rightarrow \infty$ будет отличаться от F_l наличием фазового сдвига, т. е.

$$R_l(kr) = \frac{\sin\left(kr - \frac{l\pi}{2} - \eta \ln kr + \sigma_l + \delta_l\right)}{\cos \delta_l} = \sin\left(kr - \frac{l\pi}{2} - \eta \ln kr + \sigma_l\right) + \operatorname{tg} \delta_l \cdot \cos\left(kr - \frac{l\pi}{2} - \eta \ln kr + \sigma_l\right). \quad (47,11)$$

Величину δ_l называют обычно «ядерным фазовым сдвигом». Следует, конечно, иметь в виду, что δ_l является ядерным фазовым сдвигом только при наличии кулоновского взаимодействия. Если бы кулоновское взаимодействие отсутствовало, то при том же ядерном потенциале фазовое сдвиг было бы отличным от δ_l .

При энергиях, меньших 10 Мэв , специфическое ядерное взаимодействие сказывается только на S -волне и приводит к появлению ядерного фазового сдвига δ_0 . Остальные парциальные волны будут иметь фазовые сдвиги, обусловленные только действием кулоновского поля, так как протоны при этих энергиях не смогут приблизиться настолько друг к другу, чтобы сказало действие ядерных сил в P , D , ...-состояниях. На рис. 54 сплошной кривой изображено дифференциальное сечение рассеяния протонов энергии $2,4 \text{ Мэв}$ на протонах в системе центра инерции в зависимости от угла рассеяния. Пунктирной кривой показано чисто кулоновское рассеяние, точками — ядерное рассеяние. Как видно из кривой, при малых углах рассеяние будет чисто кулоновским. В области средних углов преобладает ядерное рассеяние. Минимумы на кривой соответствуют интерференции кулоновского и ядерного рассеяния. Они свидетельствуют о разном знаке фазовых сдвигов кулоновского и ядерного рассеяния. Как и следовало ожидать, кривая дифференциального сечения обладает симметрией $\sigma(\theta) = \sigma(\pi - \theta)$.

Для рассеяния протонов на протонах существует некоторая функция сдвига фазы, зависящая от энергии, подобно (46 10) в случае рассеяния

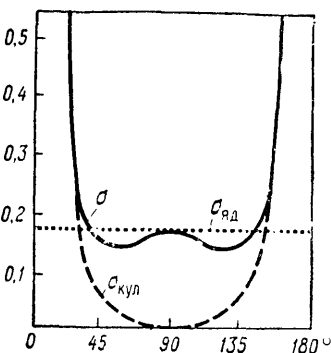


Рис. 54. Дифференциальное сечение рассеяния протонов на протонах (сплошная кривая). Пунктирной кривой показано чисто кулоновское рассеяние, точками — «ядерное» рассеяние.

нейтронов на протонах. Только теперь эта функция не равна $k \operatorname{ctg} \delta$, а имеет более сложный вид:

$$C^2 k \operatorname{ctg} \delta + \frac{h(\eta)}{D} = -\frac{1}{a} + \frac{1}{2} r_0 k^2 + p r_0^3 k^4. \quad (47,12)$$

Для получения этой зависимости, следуя [6], рассмотрим два уравнения (для $l=0$), относящихся к двум значениям энергии относительного движения

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + k_x^2 - u_Q - u \right] R_x = 0 \quad \text{и} \quad \left[\frac{d^2}{dr^2} + k_y^2 - u_Q - u \right] R_y = 0$$

с граничными условиями $R_x(0) = R_y(0) = 0$. Умножая первое уравнение на R_y и второе на R_x и вычитая одно из другого, придем к соотношению

$$\frac{d}{dr} \left(R_x \frac{dR_y}{dr} - R_y \frac{dR_x}{dr} \right) = (k_y^2 - k_x^2) R_x R_y. \quad (47,13)$$

Далее рассмотрим два уравнения для случая отсутствия ядерных сил

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + k_x^2 - u_Q \right] \Phi_x = 0 \quad \text{и} \quad \left[\frac{d^2}{dr^2} + k_y^2 - u_Q \right] \Phi_y = 0$$

с граничными условиями $\Phi_x(0) = \Phi_y(0) = 1$ и $\Phi_x = R_x$, $\Phi_y = R_y$ при больших r . Легко убедиться что этим уравнениям и соответствующим граничным условиям удовлетворяет функция

$$\Phi(r) = C [\operatorname{ctg} \delta F_0 + G_0]. \quad (47,14)$$

При $kr \ll 1$ логарифмическая производная $\Phi(r)$ имеет вид

$$f(r) \equiv r \left(\frac{d\Phi}{dr} \right) = kr C^2 \operatorname{ctg} \delta + \frac{r}{D} \left[\ln \frac{r}{D} + 2\gamma + h(\eta) \right], \quad (47,15)$$

где члены порядка $(kr)^2$, $\left(\frac{r}{D}\right)^2$ и другие отброшены. Логарифмическая производная внутри сферы действия ($r < d$) ядерных сил будет слабо зависеть от энергии, так как величина ядерной потенциальной энергии значительно больше кинетической энергии относительного движения протонов. Следовательно, $f(r)$ при $r = d$ должно приближенно равняться значению логарифмической производной при нулевой энергии, т. е. $f_0 \approx f(d)$. Полагая выражение (47,15) равным f_0 , имеем:

$$kC^2 \operatorname{ctg} \delta + \frac{h(\eta)}{D} = \frac{f_0}{d} - \frac{1}{D} \left(\ln \frac{d}{D} + 2\gamma \right). \quad (47,16)$$

Формула (47,16) впервые получена Ландау и Смородинским [5].

Из уравнений для функций Φ_α и Φ_β следует соотношение, аналогичное (47,13):

$$\frac{d}{dr} \left(\Phi_\beta \frac{d\Phi_\alpha}{dr} - \Phi_\alpha \frac{d\Phi_\beta}{dr} \right) = (k_\beta^2 - k_\alpha^2) \Phi_\alpha \Phi_\beta. \quad (47,17)$$

Вычитая из (47,17) выражение (47,13) и интегрируя в пределах (ξ, ∞) , получим:

$$\left(\Phi_\alpha \frac{d\Phi_\beta}{dr} - \Phi_\beta \frac{d\Phi_\alpha}{dr} - R_\alpha \frac{dR_\beta}{dr} + R_\beta \frac{dR_\alpha}{dr} \right) \Big|_\xi^\infty = (k_\beta^2 - k_\alpha^2) \int_\xi^\infty (\Phi_\alpha \Phi_\beta - R_\alpha R_\beta) dr.$$

При достаточно малом ξ вследствие граничных условий, накладываемых на функции Φ и R , последнее равенство примет вид

$$\left(\frac{d\Phi_\beta}{dr} - \frac{d\Phi_\alpha}{dr} \right) \Big|_\xi = (k_\beta^2 - k_\alpha^2) \int_\xi^\infty (\Phi_\alpha \Phi_\beta - R_\alpha R_\beta) dr. \quad (47,18)$$

Из (47,14) следует, что при малых kr

$$\frac{d\Phi}{dr} \approx kC^2 \operatorname{ctg} \delta + \frac{1}{D} \left(\ln \frac{r}{D} + 2\gamma + h(\eta) \right).$$

Подставляя это значение в левую часть (47,18), получим:

$$k_\beta C_\beta^2 \operatorname{ctg} \delta_\beta + \frac{h(\eta_\beta)}{D} - k_\alpha C_\alpha^2 \operatorname{ctg} \delta_\alpha - \frac{h(\eta_\alpha)}{D} = (k_\beta^2 - k_\alpha^2) \int_\xi^\infty (\Phi_\alpha \Phi_\beta - R_\alpha R_\beta) dr.$$

Полагая, далее, $k_\alpha = \xi \approx 0$

$$\left(k_\alpha C_\alpha^2 \operatorname{ctg} \delta_\alpha + \frac{h(\eta_\alpha)}{D} \right)_{k_\alpha \approx 0} = -\frac{1}{a} \quad (47,19)$$

и

$$\int_0^\infty (\Phi_0 \Phi_\beta - R_0 R_\beta) dr = \frac{1}{2} r_0 + \dots, \quad (47,20)$$

находим окончательно:

$$K = -\frac{1}{a} + \frac{1}{2} r_0 k^2 + \dots, \quad (47,21)$$

где

$$K \equiv C^2 k \operatorname{ctg} \delta + \frac{h(\eta)}{D}. \quad (47,22)$$

Анализ экспериментальных данных по протон-протонному рассеянию при энергии падающих протонов, меньшей 10 Мэв , показал, что согласие с экспериментом возможно при условии, что в рассеянии участвуют только S -волны. В работах [11, 12] показано, что если даже

предположить существование только центральных сил между протонами, то экспериментальные данные не позволяют установить детали зависимости потенциальной энергии от расстояния, а определяют только два параметра: радиус эффективного взаимодействия $r_0 = 2,6 \cdot 10^{-13}$ см и длину рассеяния $a = -7,7 \cdot 10^{-13}$ см. Отрицательное значение длины рассеяния указывает на невозможность устойчивого состояния 1S двух протонов.

Можно было ожидать, что при больших энергиях в рассеянии будут присутствовать фазовые смещения P - и D -волн, величина которых могла дать указание о зависимости потенциала взаимодействия от расстояния. В работе [13] показано, что экспериментальные данные, полученные в [14], при исследовании рассеяния протонов 32 Мэв указывают на отсутствие фазовых смещений P - и D -волн, вызванных ядерными силами. В более поздней работе [15] измерялось с большой точностью (ошибка $< 1\%$) рассеяние $18,2$ Мэв протонов на протонах. Было показано, что фазы рассеяния

$$\delta_0 = 54,1^\circ, \quad \delta_1 = 1,0^\circ, \quad \delta_2 = 0,4^\circ.$$

В пределах радиуса действия ядерных сил кулоновское взаимодействие мало. Рассматривая его как возмущение, можно получить связь между длиной рассеяния a протонов на протонах и «эквивалентной» длиной рассеяния a_s , когда кулоновского поля нет [12].

$$\frac{1}{a_s} \approx \frac{1}{a} + \frac{1}{D} \left(\ln \frac{r_0}{D} + 2\gamma - 0,824 \right).$$

Полагая $a = -7,7 \cdot 10^{-13}$ см, $r_0 = 2,6 \cdot 10^{-13}$ см, $D = 2,88 \cdot 10^{-12}$ см, получим $a_s = -2,3 \cdot 10^{-12}$ см, что хорошо совпадает с наблюдаемой длиной рассеяния нейтронов на протонах в синглетном спиновом состоянии $a_s = -2,37 \cdot 10^{-12}$ см (см. § 46) и подтверждает гипотезу зарядовой независимости ядерных сил.

§ 48. Когерентное рассеяние и определение знака длин рассеяния нейтронов на протонах

Измерение эффективных сечений рассеяния нейтронов на протонах при малых энергиях позволяет определить только абсолютное значение длин рассеяния, а не их знаки. Знание же знаков длин рассеяния необходимо для установления возможности связанных состояний в системе. Положительное значение длин рассеяния указывает на то, что в системе возможны связанные состояния.

Для определения знака длин рассеяния можно исследовать интерференционные явления, возникающие при рассеянии нейтронов на нескольких протонах. Интерференционные явления можно наблюдать в том случае, когда расстояние между рассеивающими протонами меньше соответствующей длины волны де Бройля. Поскольку расстояние между атомами в молекулах и твердых телах порядка 10^{-8} см,