

$l=0$ $P_0=1$. Для протонов при $l=0$ и $R=0$ проницаемость равна

$$P_0 = G_0^{-2}(0) = C^2 = \frac{2\pi\eta}{e^{2\pi\eta} - 1}, \quad \eta = \frac{e^2 Z Z_1}{\hbar v},$$

т. е. равна проницаемости кулоновского барьера.

Малые значения P_l по сравнению с единицей указывают, что частицы заметно не проникают через ядерную поверхность, следовательно, интенсивность реакции должна быть малой.

Частичная ширина рассеяния нейтронов с моментом l может быть записана в виде

$$\Gamma_e = 2kP_l \gamma_e^2, \quad (54,22)$$

где γ_e^2 — приведенная ширина.

§ 55. Вычисление эффективных сечений в случае простейших предположений о внутренних свойствах ядра

Вычислим эффективное сечение упругого рассеяния и реакции для нейтронов с длиной волны λ , значительно меньшей радиуса ядра, предполагая, что все нейтроны, взаимодействующие с ядром, поглощаются им. Такая модель ядра называется *моделью абсолютно черного ядра*. Поскольку $\lambda \ll R$, то можно использовать квазиклассическое приближение. Если ядро имеет радиус R , то взаимодействовать с ядром будут только частицы, обладающие моментом $l \leq kR$. Поэтому матрица рассеяния нейтронов абсолютно черным ядром радиуса R будет равна

$$S_{aa}^{(l)} = \begin{cases} 0, & \text{если } l \leq kR, \\ 1, & \text{если } l > kR. \end{cases} \quad (55,1)$$

Тогда из (50,10) и (50,12) следует, что

$$\sigma_e = \sigma_r = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{l=kR} (2l+1) = \frac{\pi}{k^2} (kR+1)^2 = \pi (R+\lambda)^2. \quad (55,2)$$

Полное сечение $\sigma_t = \sigma_e + \sigma_r = 2\pi (R+\lambda)^2$. В работе [22] измерялось неупругое рассеяние (сечение реакции) моноэнергетических нейтронов с энергиями 4,5; 7,0 и 14,1 Мэв на ядрах Ti, Cr, Fe, Ni, Cu, Ag, Sn, Pb, Bi и было установлено, что при этих энергиях сечение реакции удовлетворительно описывается формулой $\sigma_r = \pi (R+\lambda)^2$.

Опыт показывает, что полное сечение σ_t достигает своего асимптотического значения, равного удвоенному геометрическому сечению ядра при энергиях порядка 50 Мэв. Однако уже при этих энергиях представление о полном поглощении нейтронов ядром несправедливо (см. § 95, 104). Простота проведенного расчета связана с предположением, что парциальное сечение реакции $\sigma_r^{(l)}$ при $\lambda \ll R$ либо равно нулю, либо достигает своего максимально возможного значения, когда оно

равно сечению упругого рассеяния. В этом случае сечение упругого рассеяния целиком обусловлено теневым или дифракционным (см. § 103) рассеянием. Оно направлено преимущественно вперед в телесный угол

$$\Omega \sim \frac{\lambda}{R}.$$

В предыдущем параграфе было показано, что сечение упругого рассеяния, сечение реакции и полное сечение можно вычислить, если известно значение логарифмической производной радиальной части волновой функции на поверхности ядра. Значение этой производной определяется структурой ядра и падающей частицы, их спинами и энергией относительного движения. Теоретическое вычисление логарифмической производной в настоящее время возможно провести только при грубом упрощении задачи. Одной из плодотворных гипотез, позволивших объяснить некоторые свойства ядерных реакций, явилась гипотеза Н. Бора (см. также § 54), согласно которой ядерную реакцию можно разделить на две стадии: а) образование составного ядра и б) распад составного ядра на продукты реакции.

Гипотеза Бора базируется на представлении о ядре как о системе частиц с очень сильным взаимодействием. Предполагалось, что при попадании внешнего нуклона в область действия ядерных сил его энергия быстро распределяется между остальными нуклонами ядра, т. е. допускалось, что длина свободного пробега внешнего нуклона в ядерном веществе мала по сравнению с размерами ядра*). В результате многократного перераспределения энергии пройдет длительное время, прежде чем достаточное количество энергии сконцентрируется на одной частице и последняя сможет вылететь из составного ядра. Поэтому распад составного ядра на продукты реакции можно рассматривать независимо от способа образования составного ядра (см. § 54 и 58).

Итак, согласно Н. Бору сечение реакции $\sigma(a, b)$, соответствующее входному каналу a и выходному каналу b , можно представить в виде:

$$\sigma(a, b) = \sigma_c(a) W_c(b), \quad (55,3)$$

где $\sigma_c(a)$ — сечение образования составного ядра по каналу a , $W_c(b)$ — вероятность распада составного ядра c по каналу b ; при этом $\sum_b W_c(b) = 1$,

*) Если предположить, что сечение рассеяния нуклона на нуклоне не изменяется из-за присутствия других нуклонов, то длина свободного пробега нейтрона, обладающего кинетической энергией, меньшей 20 Мэв, в ядерном веществе равна

$$\Lambda = \frac{1}{\rho\sigma} = \frac{4\pi R^3}{3A} \frac{1}{\sigma} \sim 0,4 \cdot 10^{-13} \text{ см.}$$

В настоящее время установлено, что учет принципа Паули значительно увеличивает длину свободного пробега нуклонов малой энергии в ядерном веществе. Так согласно [24] при энергиях 1—3 Мэв средняя длина свободного пробега составляет примерно 10^{-12} см.

если сумма распространяется на все возможные открытые каналы реакции. Формула (55,3) неприменима для упругого рассеяния, не проходящего через стадию образования составного ядра, так как такое рассеяние когерентно с падающей волной и не может рассматриваться как независимый от падающей волны процесс.

Рассмотрим теперь случай, когда энергия налетающей частицы достаточно велика (несколько *Мэв* для ядер среднего и тяжелого веса) для того, чтобы в результате ее захвата образовалось составное ядро с энергией возбуждения, лежащей в непрерывной области спектра. Предположим далее, что образовавшееся составное ядро может распадаться многими способами, в результате чего конечное ядро оказывается в разных состояниях. Если, кроме того, взаимодействие налетающей частицы с нуклонами ядра достаточно сильное, чтобы частица успела за время взаимодействия с ядром отдать свою энергию другим нуклонам ядра (для этого необходимо, чтобы частица была не очень быстрой, $v < 50 \text{ Мэв}$), то вероятность обратного сосредоточения всей энергии возбуждения на первой частице будет исчезающе мала. При этих условиях в ядре как бы происходят полное поглощение падающих частиц с данной энергией и испускание других частиц или той же частицы, но уже с другой энергией, т. е. ядро будет «абсолютно черным».

Если в некотором грубом приближении [25] представить движение падающей частицы внутри ядра функцией $\varphi(r)$, зависящей только от r , то невозможность (очень малая вероятность) упругого рассеяния через стадию образования составного ядра можно математически выразить предположением, что волновая функция φ во внутренней области ядра описывается только сходящейся волной, т. е.

$$r\varphi = \text{const} \cdot e^{-iKr}, \quad (55,4)$$

где волновой вектор K определяется средней кинетической энергией нуклона в ядре. При этом $K^2 = k^2 + K_0^2$; здесь k — волновое число нуклона вне ядра, определяющееся через энергию относительного движения ε ; $k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2\varepsilon\mu}$, а K_0 — значение волнового вектора при нулевой энергии падающей частицы $\sim 10^{13} \text{ см}^{-1}$. Итак, в рассматриваемой модели ядра его внутренние свойства определяются только двумя параметрами: K_0 и R .

Используя (55,4), вычислим логарифмическую производную на поверхности ядра

$$f = R \left\{ \frac{d(r\varphi)}{dr} \right\}_{r=R} = -iX, \quad (55,5)$$

где $X = KR$. Следовательно, в модели черного ядра значение логарифмической производной f является чисто мнимым, т. е. $f_0 = 0$, $h = X$. Поскольку в этой модели распад ядра по входному каналу

исключается, то сечение образования составного ядра σ_c совпадает с сечением реакции. Подставляя (55,5) в (54,7), получим:

$$\sigma_r = \sigma_c = \frac{\pi}{k^2} \frac{4xX}{(x+X)^2} = \frac{\pi}{k^2} T, \quad (55,6)$$

где

$$T = \frac{4kK}{(k+K)^2}.$$

Таким образом, в области применимости модели черного ядра сечение образования составного ядра является монотонной (убывающей) функцией энергии. Если вспомнить, что π/k^2 является максимальным возможным сечением при $l=0$, то (55,6) допускает простую интерпретацию. Множитель T представляет коэффициент прохождения волны с волновым числом k при нормальном ее падении через плоскую границу раздела в бесконечную среду с показателем преломления $n = \frac{K}{k}$; тогда

$$T = \frac{4n}{(1+n)^2}.$$

При условии $k \ll K$ формулу (55,6) можно заменить приближенной:

$$\sigma_c \approx \frac{4\pi}{kK} \approx \frac{\text{const}}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad (55,7)$$

т. е. при малых энергиях сечение реакции (или сечение образования составного ядра) обратно пропорционально корню из энергии. Это хорошо известный закон $\frac{1}{v}$ для вероятности поглощения медленных нейтронов.

Приближенное выражение сечения образования составного ядра при $l \neq 0$ можно получить путем умножения максимального возможного сечения $\frac{\pi}{k^2} (2l+1)$ на множитель T ; таким образом,

$$\sigma_c^{(l)} = \sigma_r^{(l)} = (2l+1) \frac{\pi}{k^2} \frac{4kK}{(k+K)^2}. \quad (55,8)$$

При $\lambda \ll R$ справедливо квазиклассическое приближение. Полагая, что $\sigma_c = \sum_{l=0}^{kR} \sigma_c^{(l)}$, получим:

$$\sigma_c = \pi (R + \lambda)^2 \frac{4kK}{(k+K)^2}. \quad (55,9)$$

При достаточно больших k (55,9) переходит в приближенное выражение $\sigma_c = \pi (R + \lambda)^2 \approx \pi R^2$.

Подставляя (55,5) в (54,6) и (54,7а), получим эффективное сечение упругого s -рассеяния без образования составного ядра:

$$\sigma_e^0 = \frac{4\pi}{k^2} \left\{ \frac{k^2}{(k+K)^2} + \frac{K-k}{K+k} \sin^2 kR \right\}, \quad (55,10)$$

и сеченне полного рассеяния:

$$\sigma_i^0 = \frac{2\pi}{k^2} \left\{ 1 + \frac{k-K}{k+K} \cos 2kR \right\}. \quad (55,11)$$

При $kR \ll 1$, $\cos 2kR \approx 1$, $\sin kR \approx 0$

$$\sigma_i^0 = \frac{4\pi}{k(k+K)} \approx \frac{4\pi}{kK},$$

$$\sigma_e^0 = \frac{4\pi}{(k+K)^2} \approx \frac{4\pi}{K^2} \ll \sigma_i,$$

т. е. в этом приближении $\sigma_i^0 \approx \sigma_r = \frac{4\pi}{kK}$. Следует, однако, иметь в виду, что приведенные выше формулы, как уже указывалось выше, применимы только к достаточно большим энергиям нейтронов, когда ядро можно уподобить черному телу. Поэтому случай $kR \ll 1$ следует рассматривать только как математическую экстраполяцию формул (55,10) и (55,11).

При исследовании взаимодействия с ядром нейтронов малой энергии *) нельзя пренебрегать возможностью упругого рассеяния после образования составного ядра. Если опять использовать грубое приближение о возможности описания движения падающей частицы внутри ядра в области, примыкающей к его поверхности, некоторой функцией от координаты r , то теперь эту функцию уже нельзя представить только в виде сходящейся волны, а необходимо записать ее в виде суперпозиции сходящейся волны и расходящейся волны, вообще говоря, меньшей амплитуды, сдвинутой по фазе на некоторую величину ζ , зависящую от энергии падающей частицы и строения ядра. Для достаточно медленных нейтронов, когда их энергия недостаточна для возбуждения низшего уровня ядра мишени, при условии пренебрежения радиационным захватом и делением, падающий нейтрон вылетает по тому же каналу, по которому он попал в ядро, т. е. возможно только упругое рассеяние нейтронов. Такой случай осуществляется при рассеянии медленных нейтронов ядрами среднего массового числа. В таблице 25 приведены отношения Γ_e/Γ для некоторых ядер [26].

При наличии только упругого рассеяния сдвиг фазы ζ расходящейся волны внутри ядра в области, близкой к его поверхности, должен быть вещественным числом. Следовательно,

$$r\varphi = e^{-iKr} + e^{i(Kr+2\zeta)} = 2e^{i\zeta} \cos(Kr + \zeta).$$

Логарифмическая производная f будет иметь действительное значение

$$f = -X \operatorname{tg}(X + \zeta). \quad (55,12)$$

*) Областью малой энергии будем называть область энергий выше тепловых и меньших 100 кэв. При этих энергиях рассеяние нейтронов соответствует почти чистому s -рассеянию.

Таблица 25. Отношение $\frac{\Gamma_e}{\Gamma}$ для некоторых ядер среднего массового числа

Ядро	$\epsilon_r, \text{эВ}$	$\frac{\Gamma_e}{\Gamma}$
Al ²⁷	> 4100	> 0,99
Mn ⁵⁵	345, 2400	~ 0,99
Co ⁵⁹	115	0,94
Cu	$10^2 - 10^4$	0,95
Ga	$10^2 - 10^3$	~ 0,99
As ⁷⁵	$10^2 - 10^3$	~ 0,75
R ¹⁰³	1,28	0,043
Sm ¹⁵²	10	0,66
Ta ¹⁸¹	4	0,12
W ¹⁸⁶	15	0,81

Аргумент тангенса $z(\epsilon) \equiv X + \zeta$ является функцией энергии относительного движения нейтрона и ядра. Логарифмическая производная

(55,12) имеет нули, соответствующие резонансным энергиям ϵ_r , при условии $z(\epsilon_r) = n\pi$, где n — целое число. Полагая, что $z(\epsilon)$ — монотонно возрастающая функция ϵ (рис. 59), можно представить ее в окрестности одной из резонансных энергий ϵ_r в виде прямой линии

$$z(\epsilon) = \frac{\pi}{D^*}(\epsilon - \epsilon_r), \quad (55,13)$$

где

$$\frac{\pi}{D^*} \equiv \left[\frac{\partial z(\epsilon)}{\partial \epsilon} \right]_{\epsilon = \epsilon_r};$$

Рис. 59. Зависимость $z(\epsilon) = x + \zeta$ от энергии ϵ .

величина D^* близка к среднему расстоянию между резонансными уровнями в области энергии $\epsilon = \epsilon_r$, которые могут возбуждаться нейтроном, т. е. уровнями с определенным полным моментом, четностью и т. д.

Итак, в области r -го резонанса логарифмическая производная должна иметь вид

$$f = -KR \operatorname{tg} \frac{\pi}{D^*}(\epsilon - \epsilon_r).$$

Пренебрегая зависимостью K от энергии (в малой области энергий) и используя (54,8), получим для ширины упругого рассеяния нейтронов малой энергии выражение

$$\Gamma_e = \frac{2kD^*}{\pi K}. \quad (55,14)$$

Резонансные явления будут наблюдаться при условии малости ширины Γ_e по сравнению с расстоянием между уровнями. Если $D^* \approx D$, то условием проявления резонансных уровней согласно (55,14) будет $k \ll K$.

Пользуясь понятием приведенной ширины уровня (54,16), можно написать $\Gamma_e = 2k\gamma_e^2$, где приведенная ширина упругого рассеяния

$$\gamma_e^2 = \frac{D^*}{\pi K}.$$

Формула (55,14) позволяет вычислить величину D^* , приближенно равную расстоянию между уровнями составного ядра, если известны экспериментальные значения нейтронных ширин Γ_e . В таблице 26 приведены экспериментальные данные для Γ_e и ε_r и вычисленные согласно (55,14) значения D^* для нескольких ядер при $K = 10^{13} \text{ см}^{-1}$.

Таблица 26. Параметры резонансных уровней энергии некоторых ядер

Ядро мишени	ε_r , кэв	Γ_e , кэв	D^* , кэв
Na ²³	3	0,17	26
Na ²³	60	3	100
Mg ²⁴	2540	150	670
Al ²⁷	155	10	200
S ³²	115	25	520

При рассеянии медленных нейтронов на тяжелых ядрах (не магических) возможны упругое рассеяние, радиационный захват и деление. При этом за исключением некоторых особых случаев нейтронная ширина значительно меньше радиационной ширины. У немагических четных тяжелых ядер расстояния между уровнями порядка 100 кэв, а у многих нечетных ядер ~ 10 кэв.

В случае рассеяния нейтронов малых энергий на тяжелых ядрах и нейтронов средних энергий на ядрах среднего атомного веса распад промежуточного ядра может приводить как к упругому рассеянию, так и к реакциям. В этом случае волновую функцию внутри ядра (вблизи ядерной поверхности) можно представить в виде

$$r\varphi = 2e^{i(\zeta + iq)} \cos(Kr + \zeta + iq). \quad (55,15)$$

Поскольку амплитуда расходящейся волны не может быть больше амплитуды сходящейся волны, то $q \geq 0$. Случай $q = 0$ соответствует уже рассмотренному выше чисто упругому рассеянию. Величина q будет функцией энергии относительного движения. Вычисляя логарифмическую производную функции (55,15) при $r = R$, получим:

$$f = -KR \operatorname{tg}\{z(\varepsilon) + iq\},$$

где $z(\varepsilon) = KR + \zeta$. Принимая для $z(\varepsilon)$ в области резонансной энергии ε_r приближенное выражение (55,13), можно написать:

$$f = -KR \operatorname{tg} \left\{ \frac{\pi}{D^*} (\varepsilon - \varepsilon_r) + iq \right\}.$$

В небольшой области энергий, близких к резонансной энергии,

$$f = \left(\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right)_{\substack{\varepsilon = \varepsilon_r \\ q = 0}} (\varepsilon - \varepsilon_r) + \left(\frac{\partial f}{\partial q} \right)_{\substack{\varepsilon = \varepsilon_r \\ q = 0}} q,$$

следовательно,

$$f = -KR \frac{\pi}{D^*} (\varepsilon - \varepsilon_r) - iqKR. \quad (55,16)$$

Из (55,16) сразу следует, что парциальная ширина упругого рассеяния нейтронов $\Gamma_e = \frac{2kD^*}{\pi K}$ совпадает с (55,14), а парциальная ширина реакции выражается равенством

$$\Gamma_r = - \frac{2h}{\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}} = \frac{2qD^*}{\pi}.$$

Потенциальная энергия $\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2}$ и кулоновское отталкивание, действующие во входном канале, приводят к отражению нуклонов от поверхности ядра. Для вычисления коэффициентов отражения $(1 - T)$ и прохождения T нуклонов через ядерную поверхность представим во входном канале волновую функцию $\psi(r)$ относительного движения (с моментом $\hbar l$) нуклона и ядра в виде

$$r\psi = \psi^* + b\psi, \quad r \geq R, \quad (55,17)$$

где ψ^* и ψ — соответственно волновые функции падающих и расходящихся волн, нормированные на единицу потока; R — радиус ядра. Коэффициент отражения волн во входном канале будет равен $|b|^2$, а коэффициент прохождения

$$T = 1 - |b|^2. \quad (55,18)$$

Предположим, что внутри ядра вблизи его поверхности волновую функцию можно представить в виде (55,4), т. е.

$$r\psi = \text{const} \cdot \exp(-ikr), \quad r \geq R. \quad (55,19)$$

Приравнивая логарифмические производные функций (55,17) и (55,19) на поверхности ядра, получим равенство

$$\left\{ \frac{\frac{\psi^*}{\psi} \left(r \frac{\partial \psi^*}{\partial r} \right) + b \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right)}{\frac{\psi^*}{\psi} + b} \right\}_{r=R} = -iKR, \quad (55,20)$$

позволяющее выразить коэффициент $|b|^2$ через логарифмические производные волновых функций ψ и ψ^* во входном канале и $X \equiv KR$. Решая (55,20) относительно b , находим:

$$|b|^2 = \left| \frac{\left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_{r=R}^* + iX}{\left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_{r=R} + iX} \right|. \quad (55,21)$$

Таким образом, вычисление коэффициентов отражения и прохождения нуклонов через поверхность ядра сводится к вычислению логарифмической производной функции ψ во входном канале при $r=R$. Вычислим $|b|^2$ для нейтронов, обладающих моментом $\hbar l$. Вне ядра необходимо учитывать дополнительно потенциал

$$V(r) = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2}, \quad r \geq R, \quad (55,22)$$

поэтому волновая функция нейтрона ψ должна удовлетворять уравнению

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} + k^2 \right) \psi = 0, \quad r > R, \quad (55,23)$$

где $k^2 = \frac{2\mu\epsilon}{\hbar^2}$ — энергия относительного движения нейтрона и ядра.

Общее решение уравнения (55,23) может быть выражено через линейную комбинацию функций

$$G_l = \rho j_l(\rho), \quad (55,24)$$

$$F_l = \rho n_l(\rho), \quad (55,25)$$

где

$$\rho = kr, \quad j_l(\rho) = \sqrt{\frac{\pi}{2\rho}} J_{l+\frac{1}{2}}(\rho)$$

— сферическая функция Бесселя;

$$n_l(\rho) = (-1)^{l+1} \sqrt{\frac{\pi}{2\rho}} J_{-l-\frac{1}{2}}(\rho)$$

— сферическая функция Неймана. Сферические функции Бесселя и Неймана выражаются через тригонометрические функции, например:

$$j_0(\rho) = \frac{\sin \rho}{\rho},$$

$$n_0(\rho) = -\frac{\cos \rho}{\rho},$$

$$j_1(\rho) = \frac{\sin \rho}{\rho^2} - \frac{\cos \rho}{\rho},$$

$$n_1(\rho) = -\frac{\cos \rho}{\rho^2} - \frac{\sin \rho}{\rho},$$

$$j_2(\rho) = \left(\frac{3}{\rho^3} - \frac{1}{\rho} \right) \sin \rho - \frac{3}{\rho^2} \cos \rho, \quad n_2(\rho) = -\left(\frac{3}{\rho^3} - \frac{1}{\rho} \right) \cos \rho - \frac{3}{\rho^2} \sin \rho, \dots$$

Функции G_l и F_l нормированы так, что они удовлетворяют соотношению

$$G_l \frac{\partial F_l}{\partial \rho} - F_l \frac{\partial G_l}{\partial \rho} = 1. \quad (55,26)$$

Решения уравнения (55,23), соответствующие расходящимся волнам, нормированным на единицу потока, выражаются через (55,24) и (55,25) соотношением

$$\psi_l(\rho) = \sqrt{\frac{\mu}{\hbar k}} (G_l + iF_l). \quad (55,27)$$

Логарифмическая производная (55,27) на поверхности ядра может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \left(\rho \frac{\frac{\partial \psi_l}{\partial \rho}}{\psi_l} \right)_{r=R} &= kRP_l \left\{ F_l \frac{\partial F_l}{\partial \rho} + G_l \frac{\partial G_l}{\partial \rho} + i \right\}_{r=R} = \\ &= kR \left\{ iP_l - \frac{1}{2P_l} \frac{\partial P_l}{\partial x} \right\}, \end{aligned} \quad (55,28)$$

где

$$P_l = [F_l^2 + G_l^2]_{r=R}^{-1}, \quad x = kR, \quad (55,29)$$

— введенная выше *проницаемость*.

На поверхности ядра значение функции ψ_l выражается равенством

$$\{\psi_l(\rho)\}_{r=R} = \left(\frac{\mu}{\hbar k P_l} \right)^{\frac{1}{2}} \exp(i\varphi_l), \quad (55,30)$$

где фаза φ_l вычисляется из условия

$$\left(\frac{\psi_l}{\psi_l^*} \right)_{r=R} = \exp(2i\varphi_l).$$

Таким образом, согласно (55,30) проницаемость P_l определяет амплитуду волны ψ_l на поверхности ядра во входном канале. Так как $P_0 = 1$, то из (55,30) следует, что

$$P_l = \left\{ \frac{|\psi_0|^2}{|\psi_l|^2} \right\}_{r=R}. \quad (55,31)$$

Приведем три первых значения проницаемости нейтронов ($x = kR$):

$$\begin{aligned} P_0 &= 1, \\ P_1 &= \frac{x^2}{1 + x^2}, \\ P_2 &= \frac{x^4}{9 + 3x^2 + x^4}. \end{aligned} \quad (55,32)$$

Подставляя (55,28) в (55,21), находим коэффициент отражения нейтронов от поверхности ядра:

$$|b|^2 = \frac{k^2 \left(\frac{1}{P_l} \frac{\partial P_l}{\partial x} \right)^2 + 4(kP_l - K)^2}{k^2 \left(\frac{1}{P_l} \frac{\partial P_l}{\partial x} \right)^2 + 4(kP_l + K)^2}. \quad (55,33)$$

Коэффициент прохождения нейтронов через поверхность ядра будет равен

$$T = 1 - |b|^2 = \frac{16kKP_l}{k^2 \left(\frac{1}{P_l} \frac{\partial P_l}{\partial x} \right)^2 + (kP_l + K)^2}. \quad (55,34)$$

При малых энергиях, когда $k \ll K$, из (55,34) следует приближенное выражение

$$T \approx \frac{4kP_l}{K}, \quad k \ll K. \quad (55,34')$$

Естественно, что коэффициент прохождения T одинаков как для нуклонов, движущихся из внешней области внутрь ядра, так и для нуклонов, движущихся из ядра во внешнюю область.

Формулы (55,34) и (55,29) остаются справедливыми и для протонов, если под функциями F_l и G_l понимать независимые решения уравнения

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2\mu Ze^2}{\hbar^2 r} + k^2 \right) \psi = 0,$$

удовлетворяющие условию (55,26). Таблицы этих функций можно найти в работе [27].

§ 56. Методы определения параметров резонансной теории ядерных реакций из опыта

При элементарном выводе формул Брейта — Вигнера в предыдущих параграфах не принимался во внимание спин ядра и нуклона. Прежде чем говорить о возможности экспериментального определения параметров, входящих в формулы Брейта—Вигнера, рассмотрим, как изменяются эти формулы при учете спиновых состояний ядра и нуклона.

Обозначим спин ядра буквой j ; поскольку спин нуклона равен $\frac{1}{2}$, то спин канала, определяемый векторным сложением спинов ядра и нуклона, будет равен

$$S = j \pm \frac{1}{2}.$$

Если орбитальный момент относительного движения ядра и нуклона равен l , то полный момент системы J будет определяться законом